УДК 62.506.2

А. В. ШАТОХИН, В. Г. ЧЕРВОВ, канд. биол. наук

СОКРАЩЕНИЕ ОПИСАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ
(критический обзор)

Изображение — одна из важнейших форм представления информации. Его можно описать формально в виде некоторой функции двух переменных. В реальных системах изображение всегда выступает в материально-энергетической форме в виде определенных сигналов. Например, многоградационное черно-белое изображение определяется как действительная функция двух действительных переменных, которая описывает распределение яркости на некоторой излучающей или отражающей свет поверхности. Проблемы передачи и воспроизведения изображений возникают при разработке устройств отображения, информационно-поисковых систем, систем человек — машина, в фототелеграфии, литографии, при наблюдении за процессами в доменных печах, реакторах и т. д. Важными аспектами этих проблем являются запоминание, хранение и воспроизведение изображений в виде чертежей, текстов, карт и др.

Передача, хранение и воспроизведение изображений осуществляются в аналоговых и цифровых системах. Цифровые системы обладают большими преимуществами с точки зрения передачи изображений по каналам связи, а также их хранения и обработки. При обработке на ЦВМ изображение можно представить в виде матриц (дискретных массивов чисел), а не функций. Известно, что любое изображение не отличимо от дискретного изображения при достаточно большом числе отсчетов дискретизации [1, с. 12].

Во многих практических задачах при заданной оценке качества изображений можно уменьшить необходимое количество информации об изображении по сравнению с исходным. При этом снижаются требования к пропускной способности канала связи и к устройствам запоминания и воспроизведения, уменьшаются затраты энергии на передачу изображения. Восстановление исходного изображения с определенной погрешностью связано с понятием ε-энтропии, введенным А. Н. Колмогоровым [2] и развитым в работах по теории информации [3]. Таким образом, при обработке дискретных изображений можно использовать основные положения теории информации.

Дискретное изображение может быть представлено источником с конечным числом состояний. Для его оценки допустимо использовать понятие относительной статистической избыточности источника информации, определяемого формулой [4, с. 28]

$$R = \frac{H_{\max} - H}{H_{\max}} = 1 - \frac{\sum\limits_{i=1}^{Q} p_i \log_2 p_i}{l \log_2 h} = 1 - \frac{1}{k}, \qquad (1)$$

где $Q = h^l$ — количество возможных состояний источника;
h — число уровней квантования каждой координаты;
l — количество координат на выходе источника;
p_i — частота появления i-го состояния;
k — коэффициент сжатия исходной информации источника сообщений.

В формуле (1)

$$k = \frac{l \log_2 h}{\sum\limits_{1}^{Q} p_i \log_2 p_i}. \qquad (2)$$

Числитель характеризует количество информации, оцениваемое мерой Хартли (максимально возможное количество информации), а знаменатель — энтропию источника сообщений. Способ статистической оценки позволяет дополнительно сократить количество информации в сообщении с учетом его известных вероятностных характеристик.

В общем случае коэффициент сжатия определяется отношением двух величин, оценивающих количество информации в непрерывном сигнале, который передается двумя разными способами с некоторой точностью ε. При различных способах нахождения количества информации можно получить различные виды коэффициентов сжатия [4—9]. В процессе обработки изображений сжатие сообщений связывается с выделением признаков и их эффективным кодированием. Выделение признаков важно в задачах, требующих решения в реальном масштабе времени. К ним в первую очередь относятся задачи о распознавании изображений [10]. Чтобы решить указанные проблемы, необходимо измерить количество информации, содержащейся в изображении, в целях разработки и оценки методов кодирования для представления изображения в компактном виде.

Во многих практических задачах возможна аппроксимация исходного изображения другим, содержащим меньшее количество информации [1, с. 13]. При аппроксимации достигаются большие значения коэффициентов сжатия (выше, чем в процессе статистического кодирования). Хотя аппроксимация часто ухудшает качество изображений, во многих случаях это не имеет значения. При переходе к цифровым методам обработки аппроксимация изображения, представленного в виде функции, осуществляется дискретизацией и квантованием [1, с. 30; 5, с. 21].

Пусть изображение представлено функцией $B(x, y)$, которую можно представить в виде интеграла Фурье [5, с. 12]

$$B(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(\omega_x, \omega_y)\, e^{i(\omega_x x + \omega_y y)}\, d\omega_x\, d\omega_y, \tag{3}$$

где ω_x, ω_y — круговые пространственные частоты, связанные с длинами волн λ_x, λ_y и имеющие число периодов

$$\omega_x = 2\pi\nu_x = 2\frac{\pi}{\lambda_x}; \qquad \omega_y = 2\pi\nu_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}; \tag{4}$$

$S(\omega_x, \omega_y)$ — пространственный спектр функции $B(x, y)$, определяемый обратным преобразованием Фурье:

$$S(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{2\pi}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} B(x, y)\, e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)}\, dx\, dy. \tag{5}$$

Соотношение (3) описывает изображение (распределение яркости) $B(x, y)$ в виде предела суммы гармонических компонентов (синусоидальных и косинусоидальных распределений яркости). Спектр $S(\omega_x, \omega_y)$ указывает на долю в этой сумме гармонической компоненты с круговыми пространственными частотами ω_x и ω_y. При строгом подходе к решению данной задачи соотношение (3) необходимо представить рядом. Однако, с учетом того, что размеры рассматриваемой точки на изображении во много раз меньше размеров самого изображения, ряд можно заменить интегралом. Если изображение, представленное в виде уравнения (3), преобразуется однородной линейной оптической или электроннооптической системой, то последняя действует как фильтр, изменяющий пространственно-временной спектр изображения. Это изменение спектра можно определить с помощью функции рассеяния $a(x, y)$. Тогда преобразованное системой изображение $B_1(x, y)$ связано с исходным $B_0(x, y)$ посредством выражения

$$B_1(x, y) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} B_0(\alpha, \beta)\, a(x-\alpha, y-\beta)\, d\alpha\, d\beta. \qquad (6)$$

Преобразование (6) является сверткой двух функций. Согласно теореме о спектре свертки, последний будет иметь вид

$$S_1(\omega_x, \omega_y) = A(\omega_x, \omega_y)\, S_0(\omega_x, \omega_y), \qquad (7)$$

где $A(\omega_x, \omega_y)$ — спектр весовой функции (функция рассеяния):

$$A(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{2\pi} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} d(x, y)\, e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)}\, dx\, dy. \qquad (8)$$

Поскольку спектр реальных изображений практически ограничен, возможна дискретизация изображения без заметных искажений. По теореме Котельникова, распространенной на двумерный случай, изображение $B(x, y)$, спектр которого имеет частоты не выше ν_x и ν_y, полностью определяется конечным числом независимых отсчетов яркости на единице площади:

$$B(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} B\left(\frac{n}{2W_x}, \frac{k}{2W_y}\right) \times$$

$$\times \frac{\sin\left[2\pi W_x\left(x - \frac{n}{2W_x}\right)\right] \sin\left[2\pi W_y\left(y - \frac{k}{2W_y}\right)\right]}{4\pi^2 W_x W_y \left(x - \frac{n}{2W_x}\right)\left(y - \frac{k}{2W_y}\right)}. \qquad (9)$$

Из формулы (9) следует, что непрерывное изображение $B(x, y)$ определяется яркостями в точках дискретных отсчетов, т. е. значениями $B\left(\frac{n}{2W_x}, \frac{k}{2W_y}\right)$ в узлах прямоугольной решетки. Спектр двумерной функции отсчетов

$$F(x, y) = \frac{\sin 2\pi W_x \sin W_y y}{4\pi^2 W_x W_y x y} \qquad (10)$$

равномерен в прямоугольнике $|\nu_x| < W_x$, $|\nu_y| < W_y$, а вне его тождественно равен нулю.

В общем случае дискретизация данного изображения может проводиться в любых точках исходного. Через эти точки наносят сетку линий, пересекающихся только в точках отсчета. С помощью некоторого преобразования координат

$$\begin{aligned} x &= \psi_1(x', y'); \quad x' = \varphi_1(x, y), \\ y &= \psi_2(x', y'); \quad y' = \varphi_2(x, y) \end{aligned} \tag{11}$$

указанную сетку можно свести к прямоугольной с равномерным шагом. Это соответствует переходу от функции $B(x, y)$ к функции $B[\varphi_1(x', y')\, \varphi_2(x', y')]$, которую можно дискретизировать, используя формулу (9);

$$B(x, y) = B[\varphi_1(x', y'), \varphi_2(x', y')] =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} B\left[\varphi_1\left(\frac{n}{2W_{x'}}, \frac{k}{2W_y}\right), \varphi_2\left(\frac{n}{2W_{x'}}, \frac{k}{2W_{y'}}\right)\right] \times$$

$$\times \frac{\sin 2\pi}{4\pi^2} \frac{\left\{W_{x'}\left[\psi_1(x, y) - \frac{n}{2W_{x'}}\right]\right\} \sin\left\{2\pi W_{y'}\left[\psi_2(x, y) - \frac{k}{2W_{y'}}\right]\right\}}{W_{x'} W_{y'}\left[\psi_1(x, y) - \frac{n}{2W_{x'}}\right]\left[\psi_2(x, y) - \frac{k}{2W_{y'}}\right]}. \tag{12}$$

Соотношение (12) описывает дискретизацию изображения $B(x, y)$ в произвольных точках

$$x = \varphi_1\left(\frac{n}{2W_{x'}}, \frac{k}{2W_{y'}}\right), \quad y = \varphi_2\left(\frac{n}{2W_{x'}}, \frac{k}{2W_{y'}}\right), \tag{13}$$

где $W_{x'}$, $W_{y'}$ — верхние частоты спектра функции $B[\varphi_1(x', y'), \varphi_2(x', y')]$.

Значения φ_1, φ_2 можно выбрать такими, чтобы на контурах (участках с большим градиентом) дискретизация была более частой, а $W_{x'}$, $W_{y'}$ — минимальными.

При аппроксимации изображения выбор отсчетных точек и уровней квантования допускается ставить в зависимость от характера изображения. В общем случае, если приемником изображения является человек, можно с учетом свойств зрения (закон Вебера — Фехнера) применять логарифмическое квантование [5, с. 48] и в результате этого увеличивать коэффициент сжатия k. Квантование представляет собой дискретизацию отсчетов (значений яркости изображения) на ряде уровней. В этом случае, как и при дискретизации по аргументу, проще всего выбирать равномерный шаг квантования.

В процессе квантования изображений было установлено, что при небольшом числе уровней квантования искажения изображения видны только на плавных перепадах яркости (появление ложных контуров) и незаметны в местах резких перепадов яркостей

[5]. В связи с этим при дискретизации отсчеты необходимо располагать чаще вблизи резких перепадов яркости и реже — на участках плавных перепадов яркости.

Операция квантования разбивает пространство сообщений на ячейки. При этом область, занимаемую возможными реальными изображениями в N-мерном пространстве сообщений, удается разбить на конечное число ячеек. Минимальный объем сообщения в процессе простого квантования получится в случае наибольшего шага при условии допустимых искажений. Обобщенное квантование [5, с. 57] по сравнению с простым позволяет сократить объем сообщений. При этом наибольший возможный шаг квантования определяется конфигурацией ε-области [2].

Однако при построении ε-сети трудно выработать математическую модель источника и определить меру оценки качества изображения. Кроме того, алгоритмы нахождения ε-сети в большинстве случаев сложны. Таким образом, дискретизация изображения дает возможность представлять его в виде вектора в N-мерном пространстве (N — число отсчетов). Это обстоятельство используется в теории информации для замены сложной сущности в простом отображении простой сущностью в сложном отображении. При определении количества информации в изображении можно воспользоваться формулой [5, с. 53] (объем сообщения)

$$V = 2W\tau \log_2 m, \tag{14}$$

где V — количество информации в телевизионном изображении за время τ, *сек*;

W — полоса частот телевизионной системы,

m — число уровней квантования.

Известны различные методы сокращения объема телевизионного сообщения. Так, Э. Р. Кретцмер [12] применил раздельное квантование телевизионного сигнала. Спектр телевизионного сигнала был разделен на две части с помощью фильтра низших частот и вычитающего устройства. Высокочастотная часть квантовалась на число уровней, намного меньшее, чем низкочастотная. На приемном конце складывались обе части спектра. Качество изображения практически не ухудшалось, а требуемое число двоичных цифр уменьшалось в два раза по сравнению со случаем простого квантования. Квантование отрезков видеосигналов на меньшее или большее число уровней в зависимости от содержания мелких деталей и резких перепадов яркости или плавных изменений яркости было предложено Р. Э. Грэхемом [13]. В. А. Махонин [14] рекомендует аппроксимировать видеосигнал ступенчатой функцией таким образом, чтобы не возникали ложные границы, заметные для глаза. В этом случае уровень квантования уменьшался при увеличении длительности предшествующего горизонтального участка.

Подобные методы аппроксимации видеосигнала кусочно-линейными функциями с учетом свойств зрения преобразуют изображение только в одном направлении — вдоль строк. Однако зрительная система как преобразователь изображения обладает изотропными свойствами. Сетчатка глаза в первом приближении с изменением характеристик фильтра в зависимости от условий освещения действует как адаптивный фильтр пространственных частот изображения. Усиление верхних и ослабление нижних пространственных частот соответствует выделению контуров на изображении. Сведения о контурах часто бывают достаточными для распознавания, восстановления изображения и решения задач, необходимых получателю.

Контуры на изображении можно выделять с помощью ряда операторов. Один из них — оператор Лапласа — соответствует ослаблению низших и усилению верхних пространственных частот:

$$\Delta B(x, y) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left[\frac{1}{2\pi}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(\omega_x \omega_y)\, e^{i(\omega_x x + \omega_y y)}\, d\omega_x d\omega_y = \right.$$

$$= \frac{1}{2\pi}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(\omega_x, \omega_y)\,(\omega_x^2 + \omega_y^2)\, e^{i(\omega_x x + \omega_y y)}\, d\omega_x d\omega_y. \qquad (15)$$

Спектр преобразованного изображения $B(x, y)$ описывается уравнением

$$S(\omega_x, \omega_y) = (\omega_x^2 + \omega_y^2)\, S(\omega_x, \omega_y). \qquad (16)$$

На основании формулы (13) характеристика пространственного фильтра, выделяющего контуры, имеет вид

$$A(\omega_x, \omega_y) = \omega_x^2 + \omega_y^2. \qquad (17)$$

Приближенно такую характеристику можно реализовать с помощью фильтра, который получается при вычитании расфокусированного изображения из исходного [15, 16]. Предложен ряд методов, предусматривающих выделение низкочастотной и высокочастотной составляющей спектра изображения с различным числом уровней квантования [17, 18]. При восстановлении они складываются, производится также двумерная интерполяция.

В целом операция выделения контуров позволяет перейти от произвольного входного изображения $B(x, y)$ к изображению, которое описывается функцией, заданной на множестве меры нуль [19, с. 16]. В качестве оператора, сводящего исходное изображение к контурному, может быть использован любой дифференциальный оператор

$$D_{x,y} = \sum_{\alpha_1+\alpha_2=1}^{N} C_{\alpha_1\alpha_2} \frac{\partial^{\alpha_1+\alpha_2}}{\partial x^{\alpha_1} \partial y^{\alpha_2}}. \qquad (18)$$

Дифференциальный оператор первого порядка

$$D_{x,y} = C_{10}\frac{\partial}{\partial x} + C_{01}\frac{\partial}{\partial y} \qquad (19)$$

можно использовать для сведения к контурному двуградационных изображений, а такой же оператор второго порядка

$$D_{x,\,y} = C_{20}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + C_{11}\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + C_{02}\frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (20)$$

— для сведения к контурным двуградационных и изменяющихся по линейному закону изображений:

при $C_{20} = C_{02} = 0{,}5, \quad C_{11} = C$

$$D_{x,\,y} = C\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 = C\ (\mathrm{grad})^2; \quad (21)$$

при $C_{20} = C_{02} = C,\ C_{11} = 0$

$$D_{x,\,y} = C\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) = \Delta. \quad (22)$$

В этих случаях получаем известные операции выделения контуров [5, с. 68; 20, с. 18—26]. Дифференциальные операторы старших порядков допустимо применять для сведения к контурным изображений, яркость которых изменяется по сложному степенному закону. Кратный лапласиан N-го порядка

$$D_{x,\,y} = C\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^N \quad (23)$$

можно использовать для изотропного выделения контуров на многоградационных изображениях, яркость которых изменяется по закону N-й степени. В целях моделирования дифференциальных операторов можно использовать телевизионную систему с двухлучевой ЭЛТ [15, с. 83].

Значительное сжатие объема сообщений возможно при замене поэлементной передачи изображения целыми образами (совокупностью характерных областей). Такие методы передачи изображений имеют большое значение в прикладном телевидении. В подобных случаях часто важно не качество изображения, а его классификация по характерным признакам. Задачи об отыскании признаков и о классификации сообщений относятся к проблеме распознавания образов [10, 11].

Отыскание признаков и классификация — два этапа обработки изображений. Выбор признаков сильно влияет на классификацию. Последняя изучена относительно хорошо [10], однако общая теория, позволяющая эффективно отбирать признаки, пока не разработана. Отбор признаков можно толковать как задачу об эффективном кодировании сообщений. Известные методы эффективного кодирования основаны на использовании статистических моделей источников сообщений, когда условно-вероятностные связи учитываются лишь между ближайшими соседними отсчетами яркости.

Первой операцией, способствующей выделению признаков на изображении, является усиление верхних пространственных частот и последующее нелинейное преобразование высокочастотной составляющей в целях выделения контурных элементов. Последние обладают большой избыточностью, которая определяется статистическими связями между контурными элементами. Выделенные контурные линии можно аппроксимировать путем замены исходных кривых отрезками достаточно простых кривых. При этом возникает возможность сокращенного описания контурных линий с помощью топологических методов. В их числе — лингвистический подход [21], который является особенно перспективным.

Фильтры и решающие пороговые устройства, выделяющие контуры и простые элементы формы, обнаружены в процессе проведения электрофизиологических опытов с животными [22]. Сложные рецептивные поля различной конфигурации выделяют и подчеркивают контуры, улучшая анализ изображений. Функциональная организация фильтров системы отображает типовые статистические свойства изображений. Предварительная фильтрация значительно разгружает последующие системы анализа изображений в мозгу. В некотором смысле характеристики таких фильтров оптимальны для передачи реальных изображений. Подобные фильтры можно устанавливать на входе ЦВМ для разгрузки систем анализа изображений вследствие статистических свойств последних [23]. Фильтры для выделения признаков зрительных образов при сканировании (или в ЦВМ) построены по принципу сложной апертуры.

При проектировании прикладных телевизионных систем анализа изображений различаются три основных этапа: получение исходного описания, нахождение системы признаков и построение решающего правила [10]. Это затрудняет операции в пространстве высокой размерности. В связи с этим из большого числа параметров исходного описания необходимо образовывать относительно малое число других характерных параметров — признаков. Преобразованное исходное пространство, в котором избыточность описания существенно уменьшена, а свойства разделимости образов сохранены или даже улучшены, называется пространством признаков. Координатными осями его считаются векторы, полученные из исходного описания с помощью определенных операций. При этом признаки являются функционалами от исходного описания образов.

Такими операциями над параметрами исходного описания (например, над контурными картами изображения) могут быть методы интегральной геометрии при автоматическом чтении [24]. Переход от двумерной функции к системе признаков представим в виде скалярного произведения

$$X_k^l = (g_i f_k), \tag{24}$$

где f_k — система признаков;

X — количественная мера признака;

g — функция, описывающая контурное изображение.

Контуры для извлечения признаков можно описать с помощью понятий «прямая», «кривая» и отношения между ними. Такое описание получается в результате локального анализа контурной карты изображения. Путем анализа двумерных элементов контуров можно получить инварианты, известные в интегральной геометрии. В. П. Романов [24, с. 36] рассмотрел преобразование, позволяющее переходить от задания функции в пространстве точек к заданию в пространстве прямых:

$$R(\omega_1, \omega_2, p) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} g(x, y)\,\delta(p - (\omega_1 x + \omega_2 y))\,dx\,dy. \tag{25}$$

Здесь δ — функция Дирака, сосредоточенная на прямой; (ω_1, ω_2, p) — параметры прямой линии, заданной на плосксcти. Преобразование (23) и преобразование Фурье связаны соотношениями

$$F(\alpha\omega_1, \alpha\omega_2) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} R(\omega_1, \omega_2, p)\,e^{i\alpha p}\,dp; \tag{26}$$

$$R(\omega_1, \omega_2, p) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} F(\alpha\omega_1, \alpha\omega_2)\,e^{-i\alpha p}\,d\alpha. \tag{27}$$

Преобразование (25) можно расширить для разложения контурного изображения по кривым линиям, если заменить преобразование Фурье (26) более сложным — однозначным интегральным преобразованием [27]:

$$F(\omega_1, \omega_2, \alpha) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} g(x, y)\exp(-i\alpha[\omega_1 x + \omega_2 y + {}$$
$$+ \nu_1(x) + \nu_2(y) + \mu_2(\omega_2) + \mu_1(\omega_1)]\,dx\,dy; \tag{28}$$

$$R(\omega_1, \omega_2, p) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} F(\omega_1, \omega_2, \alpha)\,e^{-i\alpha p}\,d\alpha =$$
$$= \iint\limits_{-\infty}^{\infty} g(x, y)\,\delta\{p - [\omega_1 x + \omega_2 y + \nu_1(x) + \nu_2(y) +$$
$$+ \mu_1(\omega_1) + \mu_2(\omega_2)]\}\,dx\,dy. \tag{29}$$

Разложение осуществляется по кривым, описываемым уравнением

$$\omega_1 x + \omega_2 y + \nu_1(x) + \nu_2(y) + \mu_1(\omega_1) + \mu_2(\omega_2) = p. \tag{30}$$

При $\nu_1(x) = -0{,}5x^2$, $\nu_2(y) = -0{,}5y^2$, $\mu_1(\omega_1) = -0{,}5\omega_1^2$, $\mu_2(\omega_2) = -0{,}5\omega_2^2$, $p = -0{,}5r^2$ разложение производится по окружностям радиусом r и с центром (ω_1, ω_2), так как уравнение

$$-0{,}5(x^2 - 2\omega_1 x + \omega_1^2) - 0{,}5(y^2 - 2\omega_2 y + \omega_2^2) = -0{,}5r^2 \tag{31}$$

сводится к каноническому описанию окружности:

$$(x - \omega_1)^2 + (y - \omega_2)^2 = r^2. \tag{32}$$

Таким образом, возможен однозначный переход от «пространства точек» к пространству прямых и к пространству окружностей. Допускаются также более сложные переходы при произвольных функциях $\nu_1(x)$, $\nu_2(y)$, $\mu_1(\omega_1)$, $\mu_2(\omega_2)$. Для описания класса контурных изображений можно ограничиться конечным числом элементов разложения контурных линий $S(x, y)$ [19]. Поэтому в целях описания $S(x, y)$ можно использовать теорию R-функций [28]. В целом контурное изображение может быть описано совокупностью R-функций в точках, где их значения неодинаковы ($R_1, R_2, \ldots, R_n$). Так как значения этих величин можно задавать независимо друг от друга, они являются условно независимыми величинами.

Пусть вероятности появления $R_1, R_2, \ldots, R_n$ на участках $a_1, a_2, \ldots, a_n$ есть

$$p(R_1^i) = p_i^1; \quad p(R_2^i) = p_i^2 \cdots p(R_n^i) = p_i^n. \tag{33}$$

Тогда вероятность их совместного появления составляет

$$p = p_i^1 p_i^2 \cdots p_i^n. \tag{34}$$

Информация об этом участке контура, которую следует передать, записывается в виде

$$-H = \sum_{i=1}^{a_1} p_i^1 \log p_i^1 + \sum_{i=1}^{a_2} p_i^2 \log p_i^2 + \cdots \sum_{i=1}^{a_n} p_i^n \log p_i^n. \tag{35}$$

Статистические данные о признаках в контурном изображении получаются с помощью устройства, предлагаемого в работе [25]. Формирование минимального пространства признаков описывается в работах [10, 26].

Итак, при замене поэлементного представления изображений кодированием с помощью признаков и целых образов в результате применения методов двумерной пространственной фильтрации для целенаправленного изменения двумерного спектра изображений сильно увеличивается сжатие объема сообщений. Такие методы целесообразно использовать в прикладных системах телевидения, предназначенных для классификации изображений. Цифровые способы обработки и передачи изображений вследствие аппроксимации и статистических свойств изображений позволяют сократить объем сообщений, снизить требования к пропускной способности канала связи, упростить аппаратуру анализа и хранения. Появляется возможность эффективно применять ЦВМ в процессе обработки изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд А. Распознавание и обработка изображений. М., «Мир», 1972. 230 с.
2. Колмогоров А. Н., Тихомиров В. М. ε-энтропия и ε-емкость множеств в функциональных пространствах.— «Успехи мат. наук», 1959, т. 14, вып. 2, с. 1—11.

3. Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования. М., Физматгиз, 1959. 110 с.
4. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963. 71 с.
5. Лебедев Д. С., Цуккерман И. И. Телевидение и теория информации. М., «Энергия», 1965. 219 с.
6. Шрейбер В. Ф. Кодирование изображений.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 3, с. 84—96.
7. Грэхем Д. Н. Передача изображений посредством кодирования двумерных контуров.— Там же, с. 102—113.
8. Дэвисон Л. Д. Теоретический анализ систем сжатия данных.— ТИИЭР, 1968, т. 56, № 2, с. 46—58.
9. Эндрюс К. А., Дэвис Й. М., Шварц Ж. Р. Адаптивное сжатие данных.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 3, с. 25—38.
10. Васильев В. П. Распознающие системы. Киев, «Наукова думка», 1969. 192 с.
11. Левшин В. Л. Пространственная фильтрация в оптических системах пеленгации. М., «Сов. радио», 1971. 200 с.
12. Kretzmer E. R. Reduced-alphabet Representation of Television singnals.— «Conv. Rec. IRE», 1956, vol. 4, N 1, p. 140.
13. Graham R. E. Commucation Theory Applied to Television Coning.— «Acta Electronica», 1957/58, vol. 11, N 1—2, p. 333.
14. Махонин В. А. Кусочная аппроксимация телевизионного сигнала с использованием свойств зрения.— «Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика», 1959, № 3, с. 50—58.
15. Бугай Ю. П. Исследование нейроподобных элементов и систем как устройств первичной переработки информации. Автореф. канд. дис. Харьков, 1968. 27 с.
16. Ленцман В. Л., Цуккерман И. И. Пространственная фильтрация изображений на мишени суперортикона.— «Техника кино и телевидения», 1968, № 4, с. 15—21.
17. Lipkin B., Rosenfeld A. Picture Processing and Psychopictorics. New Jork, Academic Press, 1970.
18. Лебедев Д. Г., Лебедев Д. С. Новый способ квантования изображений.— «Вестник АН СССР», 1964, № 11, с. 11—29.
19. Шатохин А. В., Зозуля Ю. И. Математическая модель контурных и сводимых к ним изображений.— В сб.: Проблемы бионики. Вып. 12. Харьков, 1974, с.74—78.
20. Романов В. П. Интегральные методы опознавания.— В кн.: Читающие устройства. [Сб. статей]. Под ред. П. М. Михайлова. М., 1962, с. 18—26.
21. Автоматический анализ сложных изображений [Сб. переводов]. Под. ред. Э. М. Бравермана. М., 1969. 309 с.
22. Цуккерман И. И. О вводе информации в мозг и вычислительную машину.— В кн.: Информация и кибернетика. М., «Сов. радио», 1967, с. 21—49.
23. Романов В. П. Применение двумерной фильтрации изображений для повышения надежности автоматического чтения.— «Научно-техническая информация», 1964, № 7, с. 24—29.
24. Романов В. П. Извлечение информационных инвариантных признаков при автоматическом чтении.— «Научно-техническая информация», 1964, № 2, с. 34—38.
25. Нефедов Ю. И., Червов В. Г., Шатохин А. В. Устройство предварительной обработки изображений на входе ЦВМ.— В сб.: Проблемы бионики. Вып. 10. Харьков, 1972, с. 125—129.
26. Василенко В. А., Романов А. Н. Обучение автоматов распознаванию изображений. М., «Энергия», 1973. 72 с.
27. Зозуля Ю. И. Надежные вычисления при наличии шумов в зрительном анализаторе.—В сб.: Проблемы бионики. Вып. 12. Харьков, 1974, с. 3—11.
28. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев, «Наукова думка», 1965. 104 с.