

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ ІНТЕРЛАЙЕРИЗАЦІЇ**

Романенко Р.В.

e-mail: rodion.romanenko@nure.ua

Науковий керівник – канд. фіз.-мат. наук, Славів О.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, кафедра ПМ  
м. Харків, Україна

This paper considers mathematical models for the approximation of functions of three variables, where information is known only on a system of layers bounded by planes parallel to the coordinate axes. The structure of interlayerization operators, which allow for the construction of mathematical models of three-dimensional objects using available information about them on layers, is investigated. The proposed method can be applied in problems of tomography, geophysics, 3D modeling, and in methods for solving boundary value problems in three-dimensional domains.

Актуальність задачі наближення функцій трьох змінних  $f(x, y, z)$  зумовлена розвитком комп'ютерної томографії, 3D-моделювання та чисельних методів розв'язання крайових задач у тривимірних областях. Традиційна вузлова інтерполяція часто стикається з проблемою нестачі даних або високої обчислювальної вартості.

Інтерлайеризація (від англ. inter – між, layer – шар) – це підхід, де замість значень у дискретних точках використовується інформація про функцію на неперервних підмножинах – шарах, обмежених площинами, паралельними координатним осям [1]. Це дозволяє будувати математичні моделі, що точно відтворюють значення функції на цих структурах, забезпечуючи високу гладкість та точність відновлення внутрішнього об'єму.

Нехай функція  $f(x, y, z)$  визначена в області

$$\Omega = [a, b] \times [c, d] \times [e, g].$$

Припустимо, що нам відомі значення функції (сліди функції) на кожному шарі, межі яких паралельні координатним осям вигляду:

$$\begin{aligned} L_{x,i} &= \{(x, y, z) : a_i \leq x \leq b_i, c \leq y \leq d, e \leq z \leq g\}, i = \overline{1, n}; \\ L_{y,j} &= \{(x, y, z) : a \leq x \leq b, c_j \leq y \leq d_j, e \leq z \leq g\}, j = \overline{1, m}; \\ L_{z,k} &= \{(x, y, z) : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d, e_k \leq z \leq g_k\}, k = \overline{1, p}. \end{aligned}$$

Для меж шарів мають виконуватися наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} a &= a_1 < b_1 \leq a_2 < b_2 \leq \dots \leq a_{n-1} < b_{n-1} \leq a_n < b_n = b; \\ c &= c_1 < d_1 \leq c_2 < d_2 \leq \dots \leq c_{m-1} < d_{m-1} \leq c_m < d_m = d; \\ e &= e_1 < g_1 \leq e_2 < g_2 \leq \dots \leq e_{k-1} < g_{k-1} \leq e_k < g_k = g. \end{aligned}$$

Задача полягає у побудові оператора  $Of(x, y, z)$ , який би точно відновлював функцію на заданих шарах (властивість інтерлайеризації) та наближено у невідомих підобластях області  $\Omega$ .

Найбільш ефективним методом для наближення функції  $f(x, y, z)$  за її слідами на шарах є оператор вигляду:

$$Of(x, y, z) = \begin{cases} f(x, y, z), & (x, y, z) \in L_{x,i} \cup L_{y,j} \cup L_{z,k}, \\ O_{x,y,z} f(x, y, z), & (x, y, z) \notin L_{x,i} \cup L_{y,j} \cup L_{z,k}, \end{cases}$$

$$i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, p},$$

$$O_{x,y,z} f(x, y, z) = O_x f(x, y, z) \oplus O_y f(x, y, z) \oplus O_z f(x, y, z) =$$

$$= O_x f(x, y, z) + O_y f(x, y, z) + O_z f(x, y, z) -$$

$$- O_x O_y f(x, y, z) - O_x O_z f(x, y, z) - O_y O_z f(x, y, z) +$$

$$+ O_x O_y O_z f(x, y, z),$$

де  $O_x f(x, y, z)$  – оператор інтерлайеризації функції  $f(x, y, z)$  на системі шарів  $L_{x,i}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $O_y f(x, y, z)$  – оператор інтерлайеризації функції  $f(x, y, z)$  на системі шарів  $L_{y,j}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $O_z f(x, y, z)$  – оператор інтерлайеризації функції  $f(x, y, z)$  на системі шарів  $L_{z,k}$ ,  $k = \overline{1, p}$ .

Оператори інтерлайеризації є логічним продовженням операторів інтерстріпації [2, 3], адаптованим для тривимірного простору.

Застосування апарату інтерлайеризації для функцій трьох змінних дозволяє будувати математичні моделі, які точно відтворюють структуру об'єкта на всій сукупності заданих шарів. Методи наближення на шарах, паралельних координатним осям, демонструють високу адаптивність до особливостей досліджуваних функцій. Можливість варіювання геометрії шарів робить цей підхід універсальним інструментом для обробки великих масивів даних у задачах томографії, проектування складних поверхонь та чисельного моделювання фізичних середовищ.

#### Список використаних джерел:

1. Сергієнко І. В., Литвин О. М. Нові інформаційні оператори в математичному моделюванні. Київ : Наукова думка, 2018. 444 с.
2. Slavik O. About Special Cases of Lagrangian Interstriation of Approximations of Functions of Two Variables. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2025. No. 4. P. 50–58. URL: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2025-4-5>.
3. Slavik O. Review of Interstriation Methods in the Lagrange Form for Approximating Continuous Functions of Two Variables. *Mathematical and computer modelling. Series: Physical and mathematical sciences*. 2025. Vol. 27. P. 75–83. URL: <https://doi.org/10.32626/2308-5878.2025-27.75-83>.