

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РЕГИСТРАЦИИ БРОУНОВСКОГО ШУМА РАДИОМЕТРОМ С ПЕРЕМЕННЫМ ВО ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ

При детектировании шумов, распределенных по относительно большой полосе частот, ожидаемый спектр и амплитуда сигнала определяют конструкцию и параметры радиометрического устройства. Чтобы довести сигнал до уровня, необходимого для детектирования, требуется усиление. Если в процессе инерционного детектирования коэффициент усиления $k(t)$ изменяется во времени [1], то статистическая структура регистрируемых сигналов изменится по сравнению со случаем $k(t) = \text{const}$. Поглощаемая за время регистрации T средняя мощность η равна

$$\eta = \frac{1}{T} \int_0^T dt k(t) x^2(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ — входной сигнал. Если $x(t)$ — нормальный марковский процесс [2] с интенсивностью $\sigma = \langle x^2(t) \rangle$ и декрементом (шириной полосы) ν , то наблюдаемая величина η также будет случайной. Поэтому при протяженной во времени регистрации шума $x(t)$ должны проявиться как временные характеристики входного процесса, так и зависимость от времени коэффициента усиления $k(t)$. Вероятностные характеристики величины η полностью описываются плотностью распределения $P(\eta)$, равной

$$P(\eta) = \int_0^\infty 2\pi i e^{\lambda \eta} Q(\lambda), \quad (2)$$

где $Q(\lambda)$ — производящая функция,

$$Q(\lambda) = \langle \exp \left\{ -\frac{\lambda}{T} \int_0^T dt k(t) x^2(t) \right\} \rangle, \quad (3)$$

усреднение в (3) необходимо выполнить по всем реализациям шума в интервале $(0, T)$.

Математическое ожидание (3) можно искать в виде [3]

$$Q(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \omega(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx \Psi(x, t; x_0, 0)|_{t=T}, \quad (4)$$

где $\omega(x_0) = (\pi\sigma)^{-1/2} \exp(-x_0^2/\sigma)$ — плотность распределения нормального шума $x(t)$ в исходный момент $t=0$. Однако получаемое для Ψ -функции уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi = \nu \frac{\partial}{\partial x} (x \Psi) + \frac{\nu\sigma}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi - \lambda k(t) x^2 \Psi \quad (5)$$

с начальным условием $\Psi(x, 0; x_0, 0) = \delta(x - x_0)$, как правило, не поддается решению, если $k(t) \neq \text{const}$, а известные его решения для некоторых функций $k(t)$ [4] громоздки и носят частный характер. Поэтому представляют интерес достаточно хорошо сходящиеся приближенные процедуры расчета распределения $P(\eta)$.

Для достаточно гладкой функции $k(t)$ она может быть аппроксимирована кусочно-ломаной функцией $k_M(t)$ такой, что $k_M(t_m) = k(t_m)$, $m = 0, 1, \dots, M$. При этом число M должно быть достаточно большим ($M \sim 50$), а временные точки t_m необходимо расположить так, чтобы передать характерные особенности функции $k(t)$. Тогда при большом M можно принять, что на каждом подынтервале $t_m \leq t \leq t_{m+1}$ функция $k(t) = k_M(t)$, т. е. постоянна. Пользуясь выражением (3), но уже отнесенным последовательно к каждому из подынтервалов (t_{m-1}, t_m) , найдем приближенно

$$Q(\lambda) \cong \left\langle \exp \left\{ -\frac{\lambda}{T} \sum_{m=1}^M k(t) \int_{t_{m-1}}^{t_m} dt x^2(t) \right\} \right\rangle = \quad (6)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \omega(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \Psi(x_1, t_1; x_0, 0) \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_M \Psi(x_M, t_M; x_{M-1}, t_{M-1}),$$

где $t_M = T$. Решение на m -м подынтервале уравнения (5) следующее:

$$\Psi(x_m, t_m; x_{m-1}, t_{m-1}) = \left[\frac{r_m q_m \exp(\nu \Delta_m)}{\pi \sigma \nu (1 - q_m^2)} \right]^{1/2} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{r_m - \nu}{2\sigma \nu} (x_m^2 - x_{m-1}^2) - \frac{r_m}{\sigma \nu} \frac{(x_m - q_m x_{m-1})^2}{(1 - q_m^2)} \right\}, \quad (7)$$

где $r_m = \sqrt{\nu^2 + 2 \frac{\lambda}{T} \sigma \nu k(t_m)}$; $\Delta_m = t_m - t_{m-1}$; $q_m = \exp(-r_m \Delta_m)$.

Поскольку $\omega(x_0)$ — гауссова функция, то результатом очередного интегрирования в (6) будет также гауссова функция с нормировкой N_m и дисперсией σ_m . Поэтому $Q(\lambda) = N_M (\pi \sigma_M)^{-1}$ (8), а рекуррентная последовательность величин N_m, σ_m связана соотношениями

$$N_m = N_{m-1} \frac{\sigma_{m-1} r_m \exp(\nu \Delta_m)}{\sigma_{m-1} (r_m C_m - \nu S_m) + 2\sigma \nu S_m}; \\ \sigma_m = \frac{2\sigma \nu S_m + \sigma_{m-1} (r_m C_m - \nu S_m)}{\nu S_m + r_m C_m + \sigma_{m-1} S_m (r_m^2 - \nu^2) (2\nu \sigma)^{-1}}; \quad (9) \\ C_m = \text{ch}(r_m \Delta_m), \quad S_m = \text{sh}(r_m \Delta_m),$$

причем $N_0 = (\pi \sigma)^{-1/2}$ и $\sigma_0 = \sigma$.

Выражения (8), (9) были положены в основу при вычислении плотности $P(\eta)$ (2). В качестве функции $k(t)$ была выбрана следующая:

$$k(t) = \frac{\mu T}{\exp(\mu T) - 1} \exp(\mu t), \quad (10)$$

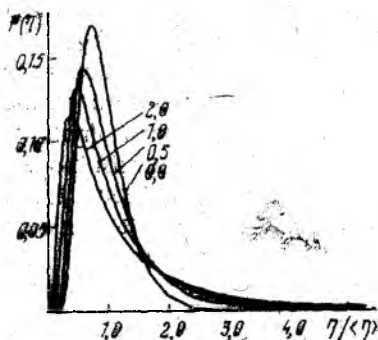


Рис. 1

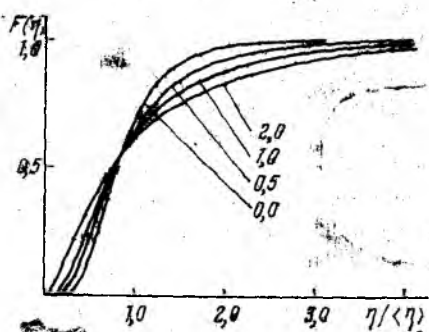


Рис. 2

обеспечивающая неизменность первого момента $\langle\eta\rangle$ для различных значений параметра μ . Результаты численного расчета плотности $P(\eta)$ приведены на рис. 1, (где $\nu=1$; $\sigma=1$; $T=5$; цифрами у кривых указан параметр μ), а интегральной вероятности $F(\eta)$ — на рис. 2 (параметры те же, что и на рис. 1). Приведенные зависимости указывают, что в случае отличия коэффициента усиления от постоянного значения изменяется временная динамика формирования случайной величины η , которая при $k(t)=\text{const}$ определялась корреляционной функцией $\langle x(t)x(t+\tau)\rangle = \sigma/2 \exp(-\nu|\tau|)$. Для дисперсии распределения $P(\eta)$ найдем

$$\Delta = \langle\eta^2\rangle - \langle\eta\rangle^2 = \frac{\sigma^2}{2} \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 k(t_1) k(t_2) \exp(-\nu|t_1 - t_2|). \quad (11)$$

На рис. 3 отложена дисперсия $\Delta = \Delta(\mu)$ для коэффициента усиления (10), где видна тенденция к уширению плотности распределения вероятностей $P(\eta)$ с ростом μ и постоянном декременте ν шума $x(t)$. Расчеты, выполненные для функции $k(t)$ степенного вида, приводят к аналогичным выводам.

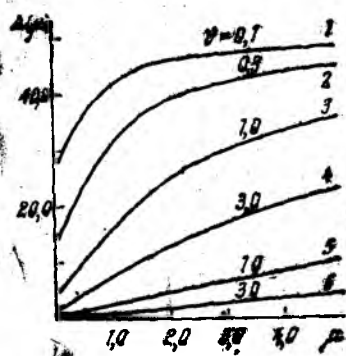


Рис. 3

Таким образом, непостоянство коэффициента усиления во времени при регистрации шумов приводит к увеличению дисперсии $\langle\eta^2\rangle - \langle\eta\rangle^2$ плотности распределения $P(\eta)$ случайной величины η (1). Отметим, что рассмотренная физическая ситуация эквивалентна другой, а именно, регистрации

шума с модулированной во времени по закону $k(t)$ интенсивностью радиометром с постоянным коэффициентом усиления.

Список литературы: 1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1967. 752 с. 2. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М., 1977. 485 с. 3. Лэкс М. Флуктуации и когерентные явления. М., 1974. 299 с. 4. Siegert A. T. F. A systematic approach to a class of problems in the theory of noise and other random phenomena//IRE Trans. Inf. Theory. March. 1956. P. 38—43.

Поступила в редколлегию 28.06.88

УДК 621.375.7

Г. Г. БЕРЕЗУЦКИЙ, канд. техн. наук,
А. Л. ЕРОХИН, П. И. ЧЕРЕДНИКОВ, канд. техн. наук

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ В ИНДУКТИВНОМ ПАРАМЕТРОНЕ

В радиотехнике, автоматике, контрольно-измерительной технике находят широкое применение устройства для различных нелинейных преобразований сигналов. Одним из таких устройств является индуктивный параметрон (рис. 1), который используется

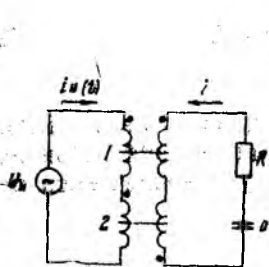


Рис. 1

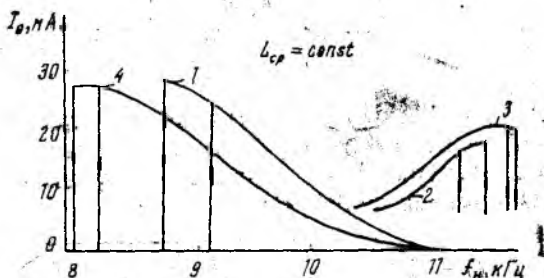


Рис. 2

в качестве маломушящего усилителя малых сигналов, преобразователя спектра сигнала, применяется в устройствах вычислительной техники и т. д. Одним из важнейших параметров индуктивного параметрона, определяющим его пригодность для использования в качестве усилителя малых сигналов, является устойчивость колебаний в его резонансном контуре. Многими авторами, например, в работе [1], рассматривается устойчивость колебаний в параметроне с учетом возможности генерации колебаний параметроном, но пока изучен такой важный вопрос, как влияние внутреннего сопротивления источника накачки на устойчивость колебаний в его резонансном контуре, т. е. влияние источника накачки на шумовые свойства параметрона.

Физические процессы, происходящие в индуктивном параметроне, описываются нелинейным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами [2]