

*Г. А. ГРОМОВ***ВЛИЯНИЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФЛЮКТУАЦИЙ НА СИНХРОННЫЕ
РЕЖИМЫ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАНСНЫХ ПРИБОРОВ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

Под синхронными режимами колебаний понимают возбуждени в динамической системе колебаний, частота которых совпадает с частотой внешнего регулярного сигнала. Применительно к резонансным приборам с распределенным взаимодействием (ГДИ, оротрон, резонансная ЛОВ и др.) условия существования и характеристики таких режимов исследовались в работах [1—3] для случаев усиления и синхронизации колебаний без учета влияния естественных флюктуаций. Основными источниками естественных флюктуаций в рассматриваемых приборах являются дробовый и тепловой шумы электронного пучка, их спектральные плотности будем считать заданными на входе пучка в пространство взаимодействия. Цель работы — анализ закономерностей изменения спектра выходных колебаний при переходе от режима усиления в режим синхронизации генератора внешним гармоническим сигналом и определение условий существования синхронных колебаний при наличии шумов электронного пучка. В качестве объекта исследования рассматривается однорезонаторный прибор, в котором внешний сигнал поступает непосредственно в область пространства взаимодействия [2; 3]. Основные предположения относительно свойств электродинамической системы и электронного пучка совпадают с принятыми в работе [3].

Для определения амплитуды F и фазы γ возбуждаемых колебаний воспользуемся совместной системой уравнений возбуждения резонатора и уравнения движения частиц пучка [3]. С учетом первых нелинейных членов по амплитуде поля эта система может быть представлена уравнениями

$$\frac{dF}{dt} = F [G\Phi_0\Psi_1(\Phi_s) - 1] - F^3\Phi_0^3G\Psi_3 - A \cos \gamma - \frac{G}{2} \text{Im}(D_0\eta_0 + D_1\eta_1); \quad (1)$$

$$F \frac{d\gamma}{dt} = F [\gamma_r - G\Phi_0\Psi_2(\Phi_s)] + F^3\Phi_0^3G\Psi_4 + A \sin \gamma - \frac{G}{2} \text{Re}(D_0\eta_0 + D_1\eta_1);$$

где

$$D_m = \int_0^1 \xi^m f(\xi) \exp(i\Phi_s \xi) d\xi; \quad m = 0, 1;$$

$\eta_0(t) = \overline{\xi_1(t) \exp(i\varphi)}$; $\eta_1(t) = \overline{\xi_2(t) \exp(i\varphi)}$ — усредненные за период источники флуктуаций. $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ — случайные функции, определяющие начальные флуктуации фазы влета и скорости частиц на входе в пространство взаимодействия [3]. Определение функций $\Psi_3(\Phi_s)$ и $\Psi_4(\Phi_s)$ дано в работе [1, 4. II]; остальные обозначения в (1) соответствуют обозначениям работы [3].

В зависимости от величины $\alpha_0 = G\Phi_0\Psi_1(\Phi_s) - 1 \equiv I_0/I_{\text{пуск}} - 1$ система уравнений (1) описывает режим усиления ($\alpha_0 < 0$) или синхронизации колебаний ($\alpha_0 > 0$) в резонансных приборах с распределенным взаимодействием. Определим флуктуационные характеристики колебаний в резонаторе в предположении, что шум электронного пучка приводит к малым отклонениям амплитуды и фазы колебаний от их значений в синхронном режиме колебаний для $\xi_1 = \xi_2 = 0$. Ограничения, которые должны накладываться при этом на мощность шумов и уровень внешнего сигнала, будут установлены ниже. Указанное предположение позволяет искать решение уравнений (1) в следующем виде:

$$F = F_0 [1 + \bar{F}(t)]; \quad \gamma = \gamma_0 + \bar{\gamma}(t), \quad (2)$$

где F_0 , γ_0 — значения амплитуды и фазы поля для регулярной задачи; \bar{F} , $\bar{\gamma}$ — малые слагаемые. Подстановка выражений (2) в систему (1) позволяет легко определить уравнения для флуктуационных компонент амплитуды \bar{F} и фазы $\bar{\gamma}$. Дальнейшее исследование этих уравнений можно проводить стандартными методами [4]. В результате приходим к следующим выражениям для спектральных плотностей флуктуаций амплитуды и фазы и их взаимной спектральной плотности:

$$\begin{aligned} S_{FF} &= \frac{d_r B [(\alpha_1 + \Delta_1)^2 + (\delta_1 + \Delta_2)^2 + \Omega^2]}{F_0^2 Z(\Omega)}; \\ S_{\gamma\gamma} &= \frac{d_r B (\alpha_1^2 + \delta_1^2 + \Omega^2)}{F^2 Z(\Omega)}; \\ S_{F\gamma} &= \frac{d_r B [-\Delta_2 \alpha_1 - \delta_1 \Delta_1 + i\Omega (2\delta_1 - \Delta_2)]}{F^2 Z(\Omega)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$B = (G^2/8) [S_I |D_0|^2 / I_0^2 + S_v \Phi_0^2 |D_1|^2 |v_0^2];$$

$$Z(\Omega) = [\alpha_1(\alpha_1 + \Delta_1) + \delta_1(\delta_1 - \Delta_2) - \Omega^2] + \Omega^2(2\alpha_1 + \Delta_1)^2;$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 - 3F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_3; \Delta_1 = 2F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_3; d_r = \omega_r / 2Q;$$

$$\delta_1 = \delta_0 + 3F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_4; \Delta_2 = 2F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_4; \delta_0 = \delta_r - G \Phi_0 \Psi_2,$$

(Ω — безразмерная частота, нормированная на $\omega_r/2Q$), где ω_r и Q — собственная частота и добротность колебательной системы; S_I и S_v — спектральные плотности флуктуаций тока и скорости частиц пучка на входе в пространство взаимодействия. Входящая в выражения (3) амплитуда F_0 находится из решения уравнения

$$F_0^2 [(\alpha_0 - F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_3)^2 + (\delta_0 + F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_4)^2] = A^2. \quad (4)$$

Согласно полученным соотношениям для спектральных плотностей (3), спектр колебания в резонаторе состоит из монохроматической линии на частоте внешнего сигнала ($\Omega = 0$) с амплитудой F_0 и расположенного около нее несимметричного пьедестала, описываемого выражением

$$W_n(\Omega) = d_r B [2\Omega^2 + \alpha_1^2 + \delta_1^2 + (\alpha_1 + \Delta_1)^2 + (\delta_1 - \Delta_2)^2 + 2\Omega(2\delta_1 - \Delta_2)] / Z(\Omega). \quad (5)$$

Отметим, что несимметрия пьедестала относительно $\Omega = 0$ обусловлена не только нелинейными эффектами, но тем, что максимальная мощность шумов достигается не на частоте внешнего сигнала, а вблизи собственной частоты «горячего» резонатора. Действительно, в линейном режиме усиления колебаний ($F_0^2 \ll 1$) формула (5) может быть записана как

$$W(\Omega) = 2d_r B / [(\Omega - \delta_0)^2 + \alpha_0^2], \quad (6)$$

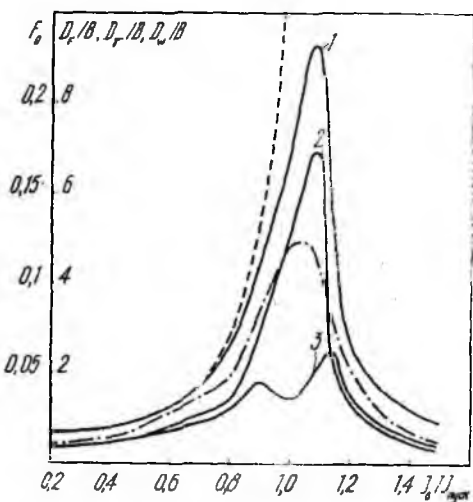
где соотношение $\Omega = \delta_0$ определяет собственную частоту «горячего» резонатора. При этом характерная ширина спектра шумов определяется его полосой пропускания $\Delta\omega = \omega_r(1 - I_0/I_{\text{пуск}}) / Q$. В линейном режиме спектральные плотности флуктуаций амплитуды и фазы одинаковы:

$$S_{FF} = S_{\varphi\varphi} = (B/2F_0^2) \{ [(\Omega + \delta_0)^2 + \alpha_0^2]^{-1} + [(\Omega - \delta_0)^2 + \alpha_0^2]^{-1} \},$$

и, следовательно, они дают одинаковый вклад в мощность шумов на выходе прибора.

Рассмотрим теперь влияние нелинейных эффектов на возбуждение шумовых колебаний в резонаторе с распределенным взаимодействием. На рисунке приведены результаты расчетов дисперсий флуктуаций амплитуды D_F (кривая 1), фазы D_φ (кривая 2) и выходного колебания D_w (кривая 3), нормированных на величину B , в зависимости от тока пучка при $\Phi_s = -\pi$; $\delta_0 = 0$; $A^2 = 10^{-4}$ для однородного распределения амплитуды колебания в резонаторе $f(\xi) = 1$. Штриховой линией на рисунке обозначена зависимость $D_w = Bd_r/2(1 - I_0/I_{\text{пуск}})$, следующая из результатов анализа в линейном приближении, а штрихпунктирной линией — зависимость амплитуды регулярных колебаний

в резонаторе от $I_0/I_{\text{пуск}}$. Нелинейные эффекты начинают заметно проявляться на дисперсии при значениях силы тока пучка, близких к пусковому значению. Они приводят к заметному уменьшению шумов по сравнению с линейным режимом взаимодействия пучка с полем при $I_0 < I_{\text{пуск}}$ и перераспределению относительно вклада флюктуаций амплитуды и фазы в мощность шумов выходного колебания. В режиме автоколебаний ($I_0/I_{\text{пуск}} > 1$) определяющую роль играют фазовые флюктуации, что характерно для целого ряда других электронных приборов СВЧ [4]. Следует также отметить, что в общем случае значения силы тока пучка, при которых достигаются максимальные значения D_F , D_γ , и амплитуды регулярных колебаний F_0 в резонаторе не совпадают. Это различие заметно возрастает при увеличении уровня внешнего сигнала, что позволяет путем соответствующего выбора рабочего тока пучка и величины $P_{\text{вх}}$ заметно уменьшить мощность шумов генератора.



Это различие заметно возрастает при увеличении уровня внешнего сигнала, что позволяет путем соответствующего выбора рабочего тока пучка и величины $P_{\text{вх}}$ заметно уменьшить мощность шумов генератора.

Приведенные решения исходной системы уравнений (1) были найдены в предположении о малости отклонений значений фазы и амплитуды колебаний от соответствующих значений для регулярной задачи. Первое из этих требований является наиболее жестким [4], и из анализа условий его выполнения можно определить минимальные значения уровня внешнего сигнала, при которых возбуждаются синхронные колебания в системе, и соответственно найти область применимости приведенных выше соотношений. Рассмотрим решение этой задачи для случая $I > I_{\text{пуск}}$, когда можно считать, что условие малости относительных флюктуаций амплитуды поля сохраняется и при уровнях внешнего регулярного сигнала меньших и сравнимых с мощностью шумов в пространстве взаимодействия. Это позволяет во втором уравнении системы (1) считать амплитуду F равной амплитуде детерминированных колебаний F_0 и для определения функции распределения вероятности фазы $\omega(\gamma)$ можно воспользоваться аппаратом уравнений Фоккера — Планка [5]. В данном случае уравнение для определения $\omega(\gamma)$ в стационарном режиме колебаний сводится к известному виду [5]

минимальные значения уровня внешнего сигнала, при которых возбуждаются синхронные колебания в системе, и соответственно найти область применимости приведенных выше соотношений. Рассмотрим решение этой задачи для случая $I > I_{\text{пуск}}$, когда можно считать, что условие малости относительных флюктуаций амплитуды поля сохраняется и при уровнях внешнего регулярного сигнала меньших и сравнимых с мощностью шумов в пространстве взаимодействия. Это позволяет во втором уравнении системы (1) считать амплитуду F равной амплитуде детерминированных колебаний F_0 и для определения функции распределения вероятности фазы $\omega(\gamma)$ можно воспользоваться аппаратом уравнений Фоккера — Планка [5]. В данном случае уравнение для определения $\omega(\gamma)$ в стационарном режиме колебаний сводится к известному виду [5]

$$\frac{d^2 \omega}{d\gamma^2} - \frac{d}{d\gamma} [(D - D_c \sin \gamma) \omega(\gamma)] = 0. \quad (7)$$

Здесь коэффициенты D , D_c зависят от параметров рассматриваемой

колебательной системы и пучка и задаются соотношениями

$$D = \frac{4F_0^2}{d_r B G^2} (\delta_0 + F_0^2 \Phi_0^3 G \Psi_d); D_c = \frac{4AF_0}{G^2 B d_r}.$$

Воспользовавшись результатами анализа этого уравнения, проведенного в работах [4; 5], можно утверждать, что в центре полосы синхронизации генератора ($D = 0$) дисперсия флюктуаций фазы является малой, если величина $D_c > 1$. Отсюда находим оценку для минимальной мощности синхронизирующего сигнала

$$P_{\text{вх. мин}} > G^2 P_0^2 d_r^2 B^2 / 16 P_{\text{ген}}, \quad (8)$$

где $P_{\text{ген}}$ — мощность выходных регулярных колебаний генератора, P_0 — мощность пучка. При выводе соотношения (8) использована связь $F_0^2 = G P_{\text{ген}} / P_0$ [1]. Конкретизируем выражение (8) для приборов с открытыми колебательными системами с гауссовым распределением поля [3]. Вычисляя коэффициенты D_0 , D_1 , входящие в выражения для B , находим

$$P_{\text{вх. мин}} > \frac{\pi (G/2)^6 P_0^2 d_r^2}{16 P_{\text{ген}}} \left(\frac{S_l}{l_0^2} + \frac{S_v \Phi_0^2}{4v_0^2} \right)^2 e^{-\Phi_s^2 \omega^2}. \quad (9)$$

Отметим существенную зависимость минимальной мощности синхронизирующего сигнала от параметра эффективности взаимодействия пучка с полем G и ее уменьшение с уменьшением полосы пропускания резонатора d_r . При анализе зависимости $P_{\text{вх. мин}}$ от параметра пространственного рассинхронизма Φ_s необходимо учитывать, что максимальная мощность генерации достигается при вполне определенных значениях Φ_s [2]. Конкретные расчеты, проведенные для параметров, типичных для генераторов дифракционного излучения, дают следующую оценку: $P_{\text{вх. мин}} > 10^{-16}$, т. е. на практике естественные флюктуации пучка в таких приборах не накладывают существенных ограничений на уровень синхронизирующего сигнала.

Список литературы: 1. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Теория резонансных усилителей с длительным взаимодействием // Изв. вузов. Радиофизика. Ч. I. 1984. Т. 27. № 2. С. 238—249; Ч. II. 1985. Т. 28. № 1. С. 107—116. 2. Вавриш Д. М. Особенности работы резонансных усилителей с распределенным взаимодействием и предварительной модуляцией пучка // Радиотехника и электрон. 1985. Т. 30. № 7. С. 1391—1396. 3. Вавриш Д. М. Расчет коэффициента шума резонансных приборов на эффекте дифракционного излучения // Радиотехника. 1985. Вып. 75. С. 61—67. 4. Малахов А. Н. Флюктуации в автоколебательных системах. М., 1968. 660 с. 5. Стратокович Р. Л. Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике. М., 1961. 557 с.

Поступила в редколлегию 30.05.88