

РЕЗУЛЬТАТИ ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МЕТОДУ НЬЮТОНА ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ З УРАХУВАННЯМ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

Резнікова С.О.

e-mail: sofia.rieznikova@nure.ua

Науковий керівник – канд. техн. наук, доц. Гусарова І.Г.
Харківський національний університет радіоелектроніки,
кафедра прикладної математики
м. Харків, Україна

The paper presents the results of applying the modified Newton method to simulate transient gas flow regimes in a pipeline section considering kinetic energy. A mathematical model describing non-stationary gas flow is formulated in the form of a quasi-linear system of partial differential equations. A finite difference scheme is used for discretization, which leads to a nonlinear algebraic system solved by the modified Newton method. Numerical experiments were performed for the case of disconnecting a large consumer. The influence of spatial discretization on computational time and accuracy was analyzed.

У процесі експлуатації магістральних газопроводів можуть виникати ситуації, пов'язані зі зміною режимів роботи, наприклад відключення великих споживачів. У таких випадках параметри потоку газу змінюються в часі та просторі, що призводить до виникнення перехідних процесів. Точне прогнозування таких режимів дозволяє підвищити надійність функціонування трубопровідних систем та оптимізувати їх експлуатацію.

Математична модель описується системою квазілінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних [1], [2]

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} + B(x, t, \phi(x, t)) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi(x, t)).$$

Для чисельного розв'язання системи рівнянь застосовується метод скінченних різниць. Просторові та часові похідні апроксимуються на рівномірній сітці, що приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, яка розв'язується модифікованим методом Ньютона. На кожній ітерації формується система лінійних рівнянь [2]:

$$A^{k,s} \delta \phi^{k,s+1} = \psi^{k,s}.$$

Особливістю модифікованого методу є те, що матриця Якобі обчислюється лише на першій ітерації, а на наступних ітераціях використовується її початкове значення.

Було проведено чисельне моделювання перехідного режиму для задачі відключення великого споживача газу. Моделювання виконувалося для газопроводу довжиною 36 км. Загальний час розрахунку становить 43200 с (12 годин), крок за часом – 300 с, що відповідає 144 часовим шарам. Перехідний режим починається з 28-го часового шару.

Для аналізу впливу просторової дискретизації виконано розрахунки при різній кількості точок розбиття трубопроводу. Для порівняння результатів були обрані однакові координати трубопроводу. У таблиці 1 наведені значення масової витрати газу на початку перехідного режиму для різних значень n . У таблиці 2 – час виконання розрахунків для різних n .

Таблиця 1 – Результати розрахунків

Відстань від початку труби (км)	$n = 6$	$n = 12$	$n = 24$
0	47,4387182	47,5105177	47,5289163
6	47,4726984	47,3556783	47,3728332
18	46,1797336	46,0079413	46,0216779
30	43,1451509	42,8416286	42,8479855
36	40,3000000	40,3000000	40,3000000

Таблиця 2 – Час виконання обчислень

	$n = 6$	$n = 12$	$n = 24$
Час роботи програми	6,5742212 с.	13,8254404 с.	38,2599775 с.

Проведений обчислювальний експеримент показав, що розроблена математична модель дозволяє адекватно описувати перехідні процеси течії газу в трубопровідній ділянці при зміні режиму роботи системи.

Аналіз результатів моделювання для різної кількості точок просторового розбиття показав, що збільшення значення n приводить до більш детального відтворення просторового розподілу параметрів газового потоку. При цьому відмінності у значеннях витрати газу між розрахунками з $n = 12$ та $n = 24$ є відносно невеликими, разом з тим встановлено, що збільшення кількості точок розбиття істотно впливає на час виконання обчислень. Так, при переході від $n = 6$ до $n = 24$ час роботи програми зростає більш ніж у декілька разів. Таким чином, якщо є обмеження на час розрахунку, то можна обирати менш точний розв'язок для зменшення часу реагування в непередбачуваній ситуації.

Список використаних джерел:

1. Husarova I. H., Tevyashev A. D., Tevyasheva O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, no. 2. P. 416–430. DOI: 10.23939/mmc2022.02.416.
2. Резнікова С. О. Застосування модифікованого методу Ньютона при моделюванні перехідних режимів з урахуванням кінетичної енергії. *29-й Міжнародний молодіжний форум «Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті»* : зб. матеріалів форуму. Т. 7. Харків : ХНУРЕ, 2025. С. 236–237.