

# ПОДОВЖНІ РОЗМІРИ ФОКАЛЬНОЇ ПЛЯМИ СФОКУСОВАНОЇ В ЗОНУ ФРЕНЕЛЯ ЛІНІЙНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ З ВИПАДКОВИМИ ПОМИЛКАМИ ЗБУДЖЕННЯ

Галушко В.В.

Науковий керівник – к.т.н., доц. Назаренко В.А.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. КРiСТЗi,  
м. Харків, Україна

тел. +38(067) 9904007, e-mail: vladyslav.halushko1@nure.ua.

A graphical method has been developed for determining the longitudinal dimensions of the average focal spot at various focal lengths in the Fresnel zone in the presence of random phase errors in the excitation of antenna array elements.

У цій роботі наведено результати дослідження залежності статистичних характеристик фокальної плями від глибини фокусування антеної решітки (АР) та статистичних параметрів випадкових помилок.

Геометричні розміри фокальної плями – її поздовжній та поперечний розмір – визначатимемо за "рівнем половинної інтенсивності поля". Для того, щоб це зробити, необхідно вирішити щодо змінних  $\psi$  і  $R$  наступне рівняння:

$$\frac{P_{сф}(\psi, R, R_{\phi})}{P_{сф}(\psi_M, R_{\phi M}, R_{\phi})} = 0,5 \quad (1)$$

де  $\psi_M$  – узагальнений кут, що відповідає напрямку фазування;

$\psi = \psi_{сф} = \frac{\pi L}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_{\phi})$ ;  $L$  – довжина решітки;  $R$  – відстань до точки спостереження;  $R_{\phi M}$  – відстань фокусування для даної реалізації решітки.

Ми досліджуватимемо розміри "середньої фокальної плями", що визначаються за "рівнем половинної середньої інтенсивності поля" (за рівнем  $0.5 \bar{P}$ ).

Поздовжній розмір середньої фокальної плями, її ближню та далеку межу  $(R_n^{\partial, \sigma}, \chi_{сф}^{\partial, \sigma})$   $(\chi_{сф} = \frac{\pi L^2}{4\lambda} \left( \frac{\cos^2 \theta}{R} - \frac{\cos^2 \theta_{\phi}}{R_{\phi}} \right) = \frac{\pi}{8} \left( \frac{\cos^2 \theta}{R_n} - \frac{\cos^2 \theta_{\phi}}{R_{\phi n}} \right), R_n = \frac{R}{2 L^2 / \lambda})$  для довільних дисперсій фазових помилок  $\alpha$ , відносних радіусів кореляції фазових помилок та фокусних відстаней можна визначити з наступного рівняння (см.(2)).

У загальному випадку аналітично рівняння (2) вирішити не вдається і його доводиться вирішувати чисельно. Розрахунки виходять досить громіздкими, оскільки всіх  $R_{\phi n}$  (або  $\chi_{\phi}$ )  $\alpha, c$  їх необхідно повторювати заново. Задачу можна спростити, якщо вирішити (2) графічно.

Усі позначення аналогічні позначенням роботи [1].

$$\begin{aligned}
\frac{\overline{P_{c\Phi}}(0, R_{\Phi_n}^{\partial, \sigma}, R_{\Phi_n})}{\overline{P_{c\Phi}}(0, R_{\Phi_M}, R_{\Phi_n})} &= \frac{\overline{P_{c\Phi}}(0, \chi_{c\Phi}^{\partial, \sigma}, \chi_{\Phi})}{\overline{P_{c\Phi}}(0, \chi_{\Phi_M}, \chi_{\Phi})} = \\
\frac{R_{\Phi_n}^2}{R_{\Phi_n}^2} &\left\{ \frac{\sum_m^M \sum_n^M V_{mn}(0, [X_{c\Phi}]; \langle \bar{X}, [\sigma] \rangle \exp \{ -j\chi_{c\Phi}(\bar{x}_m^2 - \bar{x}_n^2) \}}{1 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\alpha^l}{l!} \sum_m^M \sum_n^M \exp \left\{ -\frac{(\bar{x}_m - \bar{x}_n)^2}{c_l^2} \right\}} \right. \\
&+ \left. \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\alpha^l}{l!} \sum_m^M \sum_n^M V_{mn}(0, [X_{c\Phi}]; [C_l], \langle \bar{X}, [\sigma] \rangle \times \right. \\
&\left. \left. \times \exp \left\{ \frac{(\bar{x}_m - \bar{x}_n)^2}{c_l^2} \right\} \exp \{ -j\chi_{c\Phi}(\bar{x}_m^2 - \bar{x}_n^2) \} \right\} \right\} = 0.5
\end{aligned} \tag{2}$$

Це можливо, оскільки від  $R_{\Phi_n}$  (або  $\chi_{\Phi}$ ) залежить лише величина Нормований середній квадрат модуля комплексного множника решітки  $\overline{|f_n(0, \chi_{c\Phi})|^2}$  (нормування проводиться на  $|f(0, 0)|^2$  у точці фокусу) в координатах  $\chi_{c\Phi}$  не залежить від відстані фокусування. Виходячи з цього і враховуючи те, що при дослідженні характеристик фокальної плями можна скористатися "наближенням Френеля для малих кутів" (т.е.  $\chi_{c\Phi} \approx \chi_0 - \chi_{\Phi} = \frac{\pi}{8R_n} - \frac{\pi}{8R_{\Phi_n}}$  или  $R_n = \frac{\pi}{8(\chi_{c\Phi} + \chi_{\Phi})}$ ) перепишемо нормований середній квадрат модуля комплексного множника решітки у вигляді:

$$\overline{|f_n(0, \chi_{c\Phi})|^2}_{\chi_{c\Phi}^{\partial, \sigma}} = \frac{0,5}{\left( \frac{\chi_{c\Phi}}{\chi_{\Phi}} + 1 \right)} \tag{3}$$

Слід зазначити, що  $\chi_{c\Phi}$  може бути як негативним, так і позитивним. Негативні  $\chi_{c\Phi}$  відповідають точкам спостереження, розташованим далі від точки фокусу, тобто в даному випадку з рівняння (3) знаходимо координату, що відповідає дальній межі фокальної плями:  $\chi_{c\Phi}^{\partial}$ . Позитивні  $\chi_{c\Phi}$  відповідають точкам спостереження, розташованим ближче точки фокусу, і з (3) визначається  $\chi_{c\Phi}^{\sigma}$ .

Наведемо приклад графічного рішення (3) для еквідистантної АР із фазовими помилками збудження елементів.

1. Будуємо ряд залежностей  $\overline{|f(0, \chi_{c\Phi})|^2}$  (в дБ) від  $\chi_{c\Phi}$  для різних  $\alpha$  та  $c$ . При цьому параметр фокусування  $\chi_{c\Phi}$  змінюється від 0 до  $\chi$ , що

відповідає першому мінімуму в поздовжньому розподілі поля. На рис.1, а эти залежності зображені безперервними лініями.

2. На тому ж рисунку для різних  $R_{\Phi n} = \pi / (8\chi_{\Phi})$  будуємо графіки функцій:

$$Y_1(\chi_{c\Phi}) = -3.01 - 20 \lg \left( \frac{|\chi_{c\Phi}|}{\chi_{\Phi}} + 1 \right) \quad \text{та} \quad Y_2(\chi_{c\Phi}) = -3.01 - 20 \lg \left( \frac{-|\chi_{c\Phi}|}{\chi_{\Phi}} + 1 \right) \quad (4)$$

На рис.1,а графік функцій  $Y_1$  позначений штриховою лінією, а графік функції  $Y_2$  – штрихпунктирною.

Точки перетину  $Y_1$  і  $Y_2$  з  $|\overline{f_n}|^2$  будуть рішеннями рівняння для даного  $R_{\Phi n}$ , причому  $\chi_{c\Phi}^{\partial, \sigma}$  визначається в результаті перетину  $Y_2$  з  $|\overline{f_n}|^2$ , а  $\chi_{c\Phi \sigma}$  - в результаті перетину  $Y_1$  з  $|\overline{f_n}|^2$ .

3. Перераховуємо  $\chi_{c\Phi}^{\partial, \sigma}$  в  $R_{c\Phi}^{\partial, \sigma}$  за допомогою простої формули:

$$R_{c\Phi}^{\partial, \sigma} = \frac{\pi}{8(\chi_{c\Phi}^{\partial, \sigma} + \chi_{\Phi})} \quad \text{враховуючи, що негативно}$$

Переваги даного методу рішення (2) перед чисельним безперечним. По-перше, значно скорочується час розрахунку, що дозволяє повніше досліджувати вплив параметрів випадкових помилок ( $\alpha, c$ ) на поздовжні розміри середньої фокальної плями. Очевидно, що при використанні графічного методу зовсім не обов'язково для кожної залежності  $|\overline{f_n}|^2$  від  $\chi_{c\Phi}$  будувати графіки функцій  $Y_1$  і  $Y_2$ , остаточно намалювати їх з тим же масштабом, що і  $|\overline{f_n}|^2$ , наприклад, на прозорій плівці і потім використовувати її як трафарет при побудові. Крім того, пересуваючи трафарет уздовж вертикальної осі, можна визначити розміри фокальної плями за будь-яким іншим рівнем (наприклад, за рівнем 0.8, що відповідає (-0.9) дБ або за рівнем 0.3 - (-5.23) дБ). Це можливо тому, що масштаб функцій  $Y_1$  та  $Y_2$  (див. (4)) не змінюється при зміні зменшуваного. По-друге, графічний метод дуже наочний і дозволяє легко оцінити такі ефекти, які з допомогою чисельного методу без додаткових розрахунків оцінити складно. Наприклад, використовуючи рис.1,а, дуже просто оцінити максимальну фокусну відстань,  $R_{\Phi \text{ макс}}$ , при якому ще буде фокальна пляма. Справді, даний рисунок показує, що при  $R_{\Phi \text{ макс}} > 0.105$  у відсутності фазових помилок криві, що відповідають функціям  $Y_1$  і  $|\overline{f_n}|^2$ , не перетинаються, тобто ближньої межі фокальної плями не буде. У разі збільшення дисперсії фазових помилок значення  $R_{\Phi \text{ макс}}$  зменшується.

Викладена методика визначення поздовжніх розмірів середньої фокальної плями була використана для побудови рис.1,б,в. Ці рисунки показують як змінюється положення ближньої та далекої межі фокальної плями, а

отже, її поздовжні розміри залежно від фокусної відстані та параметрів фазових помилок для "густої" еквідистантної антеної решітки (ЕАР) з  $M = 201$  та  $d/\lambda = 0.5$ .

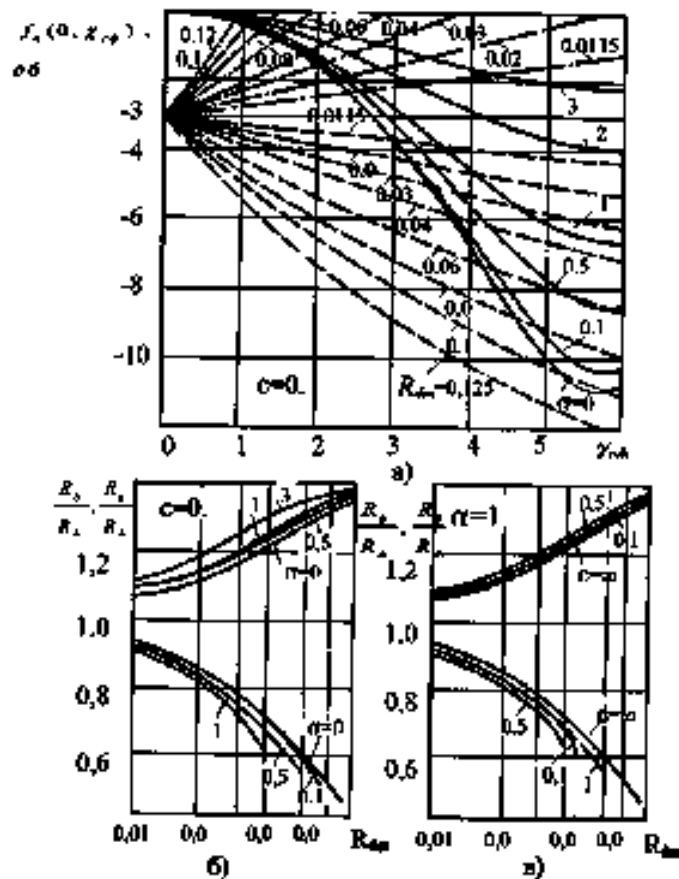


Рисунок 1 – Розміри фокальної плями

Видно, що при дальньому фокусуванні пляма сильно асиметрична, причому вплив фазових помилок на ближню межу сильніший, ніж на далекий. При зменшенні  $R$  ступінь асиметрії зменшується. Збільшення дисперсії фазових помилок призводить до збільшення поздовжніх розмірів середньої фокальної плями (рис.1,б). Залежність  $R_{\sigma, \sigma}$  від  $\sigma$  при фіксованому  $\alpha$  та  $R_{\sigma, \sigma}$  немонотонна (рис.1,в). Збільшення радіуса кореляції спочатку викликає збільшення, а потім зменшення розмірів середньої фокальної плями.

Список використаних джерел:

1.Гладкоскок И.Д., Назаренко В.А. Поле сфокусированной в зону Френеля линейной антенной решетки со случайными ошибками возбуждения и местоположения элементов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып 122. С.39-46.