

НАКОПЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ РЕЗОНАТОРЕ

Проведен анализ возможностей сверхпроводящих резонаторов в накоплении электромагнитной энергии СВЧ диапазона и определены условия достижения максимальных значений. Обсуждены возможные применения таких накопителей энергии.

В сверхпроводящих резонаторах (СПР) при низких температурах (1,5-4,2 К) достигнуты добротности 10^7 - 10^{11} [1]. Такие значения добротностей позволяют рассматривать СПР уже не только как резонансную систему СВЧ диапазона, а также как своеобразный резонансный накопитель электромагнитной энергии.

В зависимости от величины запасаемой в такой резонансной системе энергии и возможностей управления ее накоплением и излучением открываются определенные перспективы в формировании с их помощью гетеродинных сигналов (на основе эффекта *эхо-резонатора* со значительно большим временем *звона*, чем в обычных высокодобротных резонаторах), а также импульсных СВЧ сигналов малой длительности и большой амплитуды при использовании сравнительно маломощных источников.

Целью данной работы является анализ возможностей СПР в накоплении электромагнитной энергии и определении условий достижения максимальных значений.

Собственная добротность Q_0 объемного резонатора может быть определена уравнением [2]

$$Q_0 = \frac{\omega_p \mu_0}{R_{\Pi}} \frac{\int_V H^2 dv}{\oint_S H^2 ds}, \quad (1)$$

где H – напряженность магнитного поля в резонаторе; ω_p – резонансная частота; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; R_{Π} – поверхностное сопротивление материала резонатора.

Интеграл в числителе ответственен за накопленную в резонаторе энер-

гию, а интеграл в знаменателе – за мощность, рассеиваемую в резонаторе.

При некоторых достаточно грубых упрощениях можно считать, что значение добротности резонаторов, изготовленных из одного и того же материала, определяется отношением их объема к площади рабочей поверхности. Из этого можно сделать вывод, что максимальной добротностью будет обладать сферический (или близкий к нему по форме) объемный резонатор. Однако, ввиду сложности технологии изготовления сферического резонатора, а также возбуждения и поддержания в нем требуемого вида колебаний, большее распространение в СВЧ диапазоне получили высокодобротные резонаторы цилиндрического типа, возбуждаемые на виде колебаний H_{011} .

Для такого резонатора выражения для составляющих электромагнитного поля будут записываться следующим образом:

$$\begin{aligned} H_z &= B_{011} J_0\left(\frac{\mu_{01}}{r_0} r\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{h} z\right); \\ H_r &= B_{011} \frac{\pi r_0}{h \mu_{01}} J_0'\left(\frac{\mu_{01}}{r_0} r\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{h} z\right); \\ E_\varphi &= j B_{011} \frac{\omega_p \mu_0 r_0}{\mu_{01}} J_0'\left(\frac{\mu_{01}}{r_0} r\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{h} z\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где B_{011} – величина, зависящая от мощности сигнала, вводимого в резонатор, и потерь в нем; J_0 и J_0' – функция Бесселя и производная функции Бесселя; μ_{01} – корень производной функции Бесселя; r_0 , h – радиус и высота резонатора.

Средняя мощность потерь в стенках равна

$$\begin{aligned} P_{\Pi} &= \frac{1}{2} \int_s |H_t|^2 \cdot R_{\Pi} ds = R_{\Pi} \cdot B_{011}^2 \cdot J_0^2(\mu_{01}) \cdot \pi r_0 \int_0^h \sin^2\left(\frac{\pi}{h} z\right) dz + \\ &+ R_{\Pi} \cdot B_{011}^2 \cdot \left(\frac{\pi r_0}{h \mu_{01}}\right)^2 \cdot 2\pi \int_0^{r_0} J_0'^2\left(\frac{\mu_{01}}{r_0} r\right) r dr = \\ &= B_{011}^2 \cdot R_{\Pi} \cdot \pi \cdot r_0 \left[\frac{1}{4} J_0^2(\mu_{01}) \cdot h + \frac{(\pi r_0)^3}{(h \mu_{01})^2} J_1^2(\mu_{01}) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Предполагая потери в резонаторе, обусловленными только R_{Π} , а также учитывая, что $R_{\Pi} = \Gamma / Q_0$, $Q_0 = Q_H (1 + \beta_1 + \beta_2)$, где Γ – геометрический фактор (для вида колебаний H_{011} и $2r_0 = h - \Gamma = 780$ Ом), β_1 , β_2 – коэффи-

циенты связи резонатора по входу и выходу, соответственно, соотношение (3) для проходного резонатора можно переписать в следующем виде:

$$B_{011} = \sqrt{\frac{4P_{\text{вх}} \cdot Q_{\text{н}} \cdot \beta_1}{\Gamma(1 + \beta_1 + \beta_2) \cdot \pi r_0 \left[\frac{1}{4} J_0^2(\mu_{01}) \cdot h + \frac{(\pi r_0)^3}{(h\mu_{01})^2} \cdot J_1^2(\mu_{01}) \right]}}, \quad (4)$$

где $P_{\text{вх}}$ – мощность сигнала на входе резонатора.

Особенностью СПР является то, что в них могут быть достигнуты чрезвычайно высокие амплитуды напряженностей электромагнитных полей, которые при взаимодействии с материалом резонатора приводят к проявлению таких нежелательных явлений как магнитный, термомагнитный и тепловой пробой, автоэлектронная эмиссия, электронный резонансный разряд и т.п. Все эти явления ограничивают предельно достижимые амплитуды электромагнитных полей в резонаторе (соответственно, и энергию, запасаемую в резонаторе) и взаимно стимулируют друг друга.

Влияние большинства из них можно существенно ослабить за счет технологических и технических решений.

Однако, фактор, связанный с наличием у каждого сверхпроводящего материала своего значения критической напряженности магнитного поля, при которой сверхпроводимость разрушается и потери, в связи с этим возрастают (добротность падает), является физически непреодолимым.

Максимальное значение напряженности магнитного поля на поверхности рассматриваемого цилиндрического резонатора можно определить из выражений (2). Оно будет достигаться на середине цилиндрической поверхности и будет равно

$$H_{z \max} = B_{011} \cdot J_0(\mu_{01}). \quad (5)$$

Зависимость критической напряженности магнитного поля $H_{\text{к}}$ от температуры определяется соотношением [3]

$$H_{\text{к}}(T) = H_{\text{к}}(0) \left(1 - t_{\text{пр}}^2 \right), \quad (6)$$

где $H_{\text{к}}(0)$ – критическое значение напряженности магнитного поля при нулевой температуре; $t_{\text{пр}} = T/T_{\text{к}}$ – приведенная температура; $T_{\text{к}}$ – температура сверхпроводящего перехода в К.

На основании (5) и (6) можно утверждать, что для СПР обязательным является выполнение условия $H_{z \max} \leq H_{\text{к}}(T)$.

Выражение для максимальной энергии, которая может быть запасена в СПР, находится с учетом (1), (5), (6) и записывается в виде [4]:

$$W_{\text{зап}} = \mu_0 \frac{H_K^2(T) \cdot V}{3,43}. \quad (7)$$

Для изготовления объемных СПР в основном используются такие материалы как Pb ($T_K = 7,18$ К), Nb ($T_K = 9,25$ К) и Nb₃Sn ($T_K = 18,2$ К) [1, 5]. Критические значения напряженностей магнитного поля для этих сверхпроводников равны соответственно: Pb, $H_K(0) \approx 6,4 \cdot 10^4$ А/м; Nb, $H_K(0) \approx 1,54 \cdot 10^5$ А/м [1]; Nb₃Sn, $H_K \approx 2,8 \cdot 10^5$ А/м [6]. При этом необходимо учесть, что Nb и Nb₃Sn сверхпроводники II рода и для них величины $H_K(0)$ найдены из соотношения, связывающего между собой разность свободных энергий нормального F_H и сверхпроводящего F_C состояния и $H_K - F_H - F_C = \mu_0 H_K^2 / 2$, в то время как $H_{K1}(0)$ для Nb и Nb₃Sn равны соответственно $\sim 1,3 \cdot 10^5$; $\sim 0,18 \cdot 10^5$ А/м [6, 7].

Если учесть, что СПР эксплуатируются в основном в интервале температур 1,5-4,2 К, и воспользоваться соотношением (6), то для трех выбранных сверхпроводников можно получить ряд значений критических магнитных полей (см.табл.1).

Таблица 1

$H(T), 10^5$ А/м	Pb	Nb	Nb ₃ Sn
$H_{K1}(1,5$ К)	–	1,27	0,18
$H_K(1,5$ К)	0,61	1,5	2,8
$H_{K1}(4,2$ К)	–	1,03	0,17
$H_K(4,2$ К)	0,42	1,2	2,65

Поскольку в экспериментальных работах по исследованию СПР из Nb были достигнуты значения критических высокочастотных полей, лежащие между H_{K1} и H_K [8, 9], по-видимому, предельными следует считать H_K .

Подставляя значения $H_K(T)$ из табл.1 в (7) получим значения плотностей электромагнитной энергии, которая может быть запасена в СПР рассматриваемого типа (см.табл.2).

Таблица 2

$W_{\text{зап}}(T), \text{Дж/дм}^3$	Pb	Nb	Nb ₃ Sn
$W_{\text{зап}}(1,5$ К)	1,36 (0,07)	8,24 (0,41)	28,7 (1,44)
$W_{\text{зап}}(4,2$ К)	0,65 (0,032)	5,27 (0,26)	25,7 (1,3)

В скобках в табл.2 приведены значения энергии, которая может быть запасена в СПР трехсантиметрового диапазона с размерами $2r_0 = h = 4 \cdot 10^{-2}$ м.

С помощью соотношения (4) с учетом (5) и данных табл.1 можно оценить уровень выходной мощности сигнала генератора, используемого для подпитки СПР с приведенными размерами, нагруженной добротностью $Q_H \sim 10^7$, коэффициентами связи $\beta_1 = \beta_2 = 1$ (см.табл.3).

Таблица 3

P_{Γ} , Вт	Pb	Nb	Nb ₃ Sn
P_{Γ} ($T_{\text{спр}} = 1,5$ К)	136	826	2880
P_{Γ} ($T_{\text{спр}} = 4,2$ К)	64	530	2580

При нагруженных добротностях 10^8 , 10^9 , 10^{10} величины, приведенные в табл.3, уменьшаются соответственно на один, два, три порядка (4).

Полученные значения представляют собой теоретический предел, который достижим при идеальной гладкости и чистоте сверхпроводящих поверхностей и мгновенном отводе тепла от них. При реальных технологических возможностях и конечной теплопроводности материала стенок резонатора эти величины будут, по-видимому, на порядок ниже.

Наиболее очевидным примером практического применения высокодобротного СПР является его использование в качестве так называемого *эхо-резонатора*. При этом постоянная затухания колебаний в резонаторе после окончания внешнего воздействия равна $\tau = 2Q_H / \omega_p$ [2]. С учетом величины энергии, запасаемой в СПР, и типичных значений нагруженной добротности ($\sim 10^7 - 10^8$), можно утверждать, что амплитуда сигнала, излучаемого из СПР после окончания внешнего возбуждающего воздействия, будет достаточно большой и через интервалы времени порядка нескольких миллисекунд. Это сравнимо со временем прохождения радиолокационного сигнала от передатчика до цели и обратно до приемника на дальностях ~ 200 км. Следовательно, учитывая высокую стабильность параметров СПР [1], возбуждаемый в нем сигнал может быть использован как гетеродинный по отношению к сигналу, отраженному от цели.

Более перспективным представляется использование СПР для формирования импульсных СВЧ сигналов. Например, если обеспечить выпуск накопленной в СПР энергии за время $\sim 10^{-6}$ (10^{-7}) с, то можно получить импульсы с амплитудой порядка 30 ($3 \cdot 10^2$), 260 ($2,6 \cdot 10^3$) и $1,3 \cdot 10^3$ ($1,3 \cdot 10^4$) кВт при рабочей температуре СПР, равной 4,2 К (см.табл.2).

Условием работы такого устройства является необходимость обеспече-

ния в момент выпуска энергии $Q_H \leq \omega_p \tau_{и}$ ($\tau_{и}$ – длительность импульса).

Подставляя соответствующие значения, получим $Q_H \sim 6 \cdot 10^4$ ($6 \cdot 10^3$). Кроме того, сигналы с амплитудой в сотни кВт и единицы-десятки МВт приведут к установлению в передающих линиях напряженностей электрических полей, превышающих пробойные. В случае использования прямоугольного волновода стандартного сечения получим $E = 5,1 \cdot 10^5$ ($1,61 \cdot 10^6$); $1,5 \cdot 10^6$ ($4,75 \cdot 10^6$); $3,36 \cdot 10^6$ ($1,06 \cdot 10^7$) В/м (для вакуума $E_{проб} \sim 3 \cdot 10^6$ В/м [2]). Отсюда вытекают чрезвычайно жесткие требования к конструкциям и условиям работы переключающих устройств, которые, кроме того, должны работать при низких температурах. В то же время, есть примеры успешного решения указанной проблемы [10, 11].

Необходимо отметить, что создание данных устройств возможно, по-видимому, только на основе объемных СПР, не заполненных диэлектриком, поскольку заполнение диэлектриком, с одной стороны, ведет к росту запасенной в СПР энергии, пропорционально ϵ , а с другой – к уменьшению объема СПР, пропорциональному $\sim \epsilon^{-3/2}$. Кроме того, при росте напряженностей полей в диэлектрике возможно проявление различных нелинейных эффектов. Этот фактор может быть определяющим и при решении вопроса об использовании охлаждаемых диэлектрических резонаторов, работающих на эффекте “шепчущей галереи”, у которых достаточно хорошие возможности для запасаения больших значений энергии [12]. Для них также могут возникнуть дополнительные технические и технологические трудности, связанные с необходимостью их сопряжения со стандартными волноводными элементами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Менде Ф.Ф., Бондаренко И.Н., Трубицын А.В. Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы. – К.: Наук. думка, 1976.
2. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Т.1. – М.: Высшая школа, 1970.
3. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1968.
4. Каплун З.Ф. Оценка предельной величины ВЧ мощности, вводимой в сверхпроводящий резонатор. – Электронная техника. Сер.1, Электроника СВЧ, 1971, вып.10, с.8-14.
5. Диденко А.Н., Севрюкова Л.М., Ятис А.А. Сверхпроводящие ускоряющие СВЧ структуры. – М.: Энергоиздат, 1981.

6. Уильямс Дж. Сверхпроводимость и ее применение в технике. – М.: Мир, 1973.
7. Физико-химические основы получения сверхпроводящих материалов. Под ред. Е.М.Савицкого. – М.: Металлургия, 1981.
8. Diepers H., Martens H., Schnitzke K., Schmidt O. Superconducting niobium cavities prepared by electropolishing and anodizing – IEEE Trans. Nucl. Sci., 1973, v.20, N 3, pp.68-70.
9. Hillenbrand B., Martens H., Schnitzke K., Diepers H. On preparation and thermal breakdown mechanism of superconducting niobium X-band cavities with high magnetic flux densities. – In: Proc. 12-th Int. Conf. High Energy Accel., Stanford, 1974, pp.143-146.
10. Birx D.L., Scalapino D.J. Microwave energy compression using a high-intensity electron beam switch. – J. Appl. Phys., 1980, v.50, N 7, pp.3629-3631.
11. Alvarez R.A. et al. Generation of high-power microwave pulses using a spherical superconducting cavity and interference-type switch. – IEEE Trans. on Magn., 1981, v.17, N 1, pp.935-938.
12. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Панов В.И. Системы с малой диссипацией. – М.: Наука, 1981.