УДК 621.373.072.9

В. В. РАПИН, канд. техн. наук

ФОРМИРОВАНИЕ ФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ В НЕАВТОНОМНЫХ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Слабонелинейные квазигармонические динамические системы широко используются при решении практических проблем обработки сигналов в радиоэлектронике, информационно-измерительной технике, автоматике. Их функциональные возможности существенно расширяются, как показано в [1], с введением фазовой обратной связи (ФОС). При этом улучшаются известные характеристики и появляются новые свойства. В этой статье рассмотрена отрицательная фазовая обратная связь (ОФОС), которая была разработана для неавтономных систем автогенераторов, синхронизированных на основном тоне. Однако такой тип фазовой обратной связи не является единственно возможным, как и рассмотренный режим синхронизации. Таким образом целью статьи является разработка методов формирования иных видов фазовой обратной связи при синхронизации автогенераторов как на основном тоне, так и на обер и унтер тонах. Формирование любой фазовой обратной связи сводится к введению фазы сигнала обратной связи в сигнал синхронизации.

Рассмотрим автогенератор, синхронизированный на основном тоне. Проще всего фазовая обратная связь формируется именно в этом случае. Допустим, что исходный сигнал синхронизации и сигнал обратной связи, т.е. сигнал синхронизированного автогенератора, имеют вид $u_c = A_c\cos(\omega_c t + \varphi_c)$ и $u = A_0\cos(\omega_c t + \varphi)$. Тогда для формирования положительной фазовой обратной связи (ПФОС) уравниваем амплитуды и складываем их

$$u = u_c + u = A\cos((\varphi - \varphi_c)/2)\cos(\omega_c t + (\varphi + \varphi_c)/2).$$

Принимая меры по стабилизации амплитуды этого сигнала, получим $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + (\varphi + \varphi_c)/2)$. Для увеличения глубины обратной связи вышеуказанную процедуру можно повторить несколько раз, используя сигнал, полученный на предыдущем цикле, и сигнал обратной связи. Тогда после выполнения l-го цикла формирования непосредственный сигнал синхронизации может быть представлен выражением $u_{cl} = A\cos(\omega_c t + \psi_{cl})$, где $\psi_{cl} = (2^l - 1)/2^l\varphi + \varphi_c/2^l$.

При формировании отрицательной фазовой обратной связи первого рода исходный сигнал синхронизации возводится в квадрат, а затем устраняется постоянный член. Оставшаяся вторая гармоника перемножается с сигналом обратной связи. Первая гармоника этого произведения $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + \psi_{c1})$, где $\psi_{c1} = 2\varphi_c - \varphi$ и есть непосредственный сигнал синхронизации. Эту процедуру можно повторить многократно, используя сигнал, полученный на предыдущем цикле, вместо исходного сигнала синхронизации, и прежний сигнал обратной связи. При этом влияние обратной связи возрастает. После l-го цикла получим непосредственный сигнал синхронизации в виде $u_{cl} = A\cos(\omega_c t + \psi_{cl})$, где $\psi_{cl} = 2^l\varphi_c - (2^l - 1)\varphi$.

Для формирования отрицательной фазовой обратной связи второго рода теперь уже сигнал обратной связи возводится в квадрат, и затем устраняется постоянный член. Оставшаяся вторая гармоника перемножается с исходным сигналом синхронизации. Первая гармоника этого произведения $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + \psi_{c1})$, где $\psi_{c1} = 2\varphi - \varphi_c$ и есть непосредственный сигнал синхронизации, сформированный на первом цикле. Для усиления влияния обратной связи эту процедуру также следует повторить. Однако далее можно действовать двумя способами. В соответствии с первым возводить в квадрат следует сигнал, полученный на предыдущем цикле, и переменную составляющую результата перемножить с сигналом обратной связи.

 ISSN 0485-8972. Радиотехника. 2002. Вып. 130

Первая гармоника этого произведения $u_{ci} = A\cos(\omega_c t + \psi_{ci})$ и будет непосредственным сигналом синхронизации, но записать его фазу в общем виде.не представляется возможным. Для второго, третьего и четвертого циклов она будет иметь вид:

$$\psi_{c2} = 3\varphi - 2\varphi_c,\ \psi_{c3} = 5\varphi - 4\varphi_c,\ \psi_{c4} = 9\varphi - 8\varphi_c.$$

Согласно второму способу в квадрат возводится также сигнал, полученный на предыдущем цикле, но переменная составляющая результата перемножается с исходным сигналом синхронизации. В этом случае фазы непосредственных сигналов синхронизации для второго, третьего и четвертого циклов формирования будут иметь вид:

$$\psi_{c2} = 4\varphi - 3\varphi_c,\ \psi_{c3} = 8\varphi - 7\varphi_c,\ \psi_{c4} = 16\varphi - 15\varphi_c.$$

В случае делителей частоты формирование непосредственного сигнала синхронизации производится наиболее просто для коэффициентов деления вида $n = 2^k$. Рассмотрим положительную фазовую обратную связь. Допустим, что исходный сигнал синхронизации представлен выражением $u_c = A_c\cos(\omega_c t + \varphi_c)$, а сигнал обратной связи имеет вид $u = A_0\cos(\omega_c / nt + \varphi)$. Вначале из сигнала обратной связи формируется вспомогательный сигнал, имеющий такую же частоту как и исходный сигнал синхронизации, путем возведения в его квадрат (с последующим выделением переменной составляющей), а затем эта процедура повторяется уже с сигналом, полученным на предыдущем цикле. После некоторого цикла имеем $u_i = A\cos(2^i\omega_c / nt + 2^i\varphi)$. Повторение происходит до тех пор, пока частота вспомогательного сигнала не будет равна частоте сигнала синхронизации, то есть до тех пор, пока 2^i не станет равной n. Тогда $u_в = A\cos(\omega_c t + n\varphi)$. Далее следует первый цикл формирования уже непосредственного сигнала синхронизации, заключающийся в том, что вспомогательный сигнал складывается с исходным сигналом синхронизации. После стабилизации амплитуды получим $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + \psi_{c1})$, где $\psi_{c1} = \varphi_c / 2 + n\varphi / 2$. В зависимости от требуемой глубины фазовой обратной связи используется различное число циклов формирования непосредственного сигнала синхронизации. При этом сигнал, полученный на предыдущем цикле, складывается с исходным сигналом синхронизации с последующей стабилизацией амплитуды результата. Фазы непосредственных сигналов синхронизации, полученных на каждом цикле, можно представить в общем виде: $\psi_{cl} = \varphi_c / 2^l + (2^l - 1) / 2^l n\varphi$.

Рассмотрим теперь процесс формирования отрицательной фазовой обратной связи в делителях частоты. Процедура получения вспомогательного сигнала остается прежней и в этом случае. А формирование непосредственного сигнала синхронизации зависит от требуемой глубины обратной связи и состоит в циклическом повторении ряда операций. На первом цикле возводится в квадрат исходный сигнал синхронизации и выделяется только переменная составляющая, которая перемножается со вспомогательным сигналом. Первая гармоническая составляющая $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + \psi_{c1})$ и будет представлять непосредственный сигнал синхронизации, где $\psi_{c1} = 2\varphi_c - n\varphi$. Отличие всех последующих циклов состоит в том, что вместо исходного сигнала синхронизации в них используется сигнал, полученный на предыдущем цикле. После l-го цикла имеем: $u_{cl} = A\cos(\omega_c t + \psi_{cl})$, где $\psi_{cl} = 2^l\varphi_c - (2^l - 1)n\varphi$.

И, наконец, рассмотрим умножитель частоты. Допустим, что умножение производится нечетное число раз, а формируемая обратная связь является отрицательной фазовой обратной связью второго рода. Как всегда исходный сигнал синхронизации и сигнал обратной связи будут иметь вид: $u_c = A_c\cos(\omega_c t + \varphi_c)$ и $u = A_0\cos(m\omega_c t + \varphi)$, где $m = 2^k + 1$. Тогда, как и в предыдущем случае, сформируем вспомогательный сигнал путем возведения в квадрат вначале исходного сигнала синхронизации с последующим выделением переменной составляющей, а затем эта процедура повторяется уже с сигналом, полученным на предыдущем цикле. После некоторого цикла имеем: $u_k = A\cos(2^k \omega_c t + 2^k \varphi)$. Перемножая этот сигнал с сигналом обратной связи, с сохранением первой гармоники, получим $u_{c1} = A\cos(\omega_c t + \psi_{c1})$, где $\psi_{c1} = \varphi - 2^k \varphi_c$. Для увеличения глубины обратной связи эта процедура повторяется с использованием сигнала, полученного на предыдущем цикле и сигнала обратной связи, однако фазу конечного сигнала в общем виде записать сложно. Для второго, третьего и четвертого циклов имеем:

$$\psi_{c2} = 2\varphi - (2^{k+1} + 1)\varphi_c,\ \psi_{c3} = 4\varphi - (2^{k+2} + 3)\varphi_c,\ \psi_{c4} = 8\varphi - (2^{k+3} + 7)\varphi_c.$$

Рассмотрим кратко влияние разных видов фазовой обратной связи на характеристики синхронизированного на основном тоне одноконтурного LC-автогенератора. Тогда, как известно [1,2], укороченные уравнения, описывающие процессы в таком автогенераторе при малых сигналах синхронизации и большой добротности контура, имеют вид:

$$\begin{aligned} &\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}(y^2 - 1)y = \frac{\varepsilon B}{2\alpha}\cos\theta, \\ &\frac{d\theta}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\sin\theta = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\psi_{cl}}{d\tau}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\tau = \omega_c t$; $\theta = \varphi - \psi_{cl}$; $y = A / A_0 > 1$; A, A_0 – амплитуды сигнала автогенератора в режиме синхронизации и в автономном режиме; $\varepsilon = \delta\alpha$ -малый параметр; $B = I_c / I_0 << 1$; $I_0 = A_0 /(RK)$; $\omega_c \approx \omega_0$; $\Delta\omega / \omega_0 = (\omega_c - \omega_0)/\omega_0$; $d\psi_{cl} / d\tau << 1$; ω_0, R -резонансные частота и сопротивление контура; δ – его затухание; K – коэффициент положительной обратной связи; α – коэффициент.

Исследуем устойчивость колебаний в неавтономном автогенераторе с ФОС по уравнениям первого приближения, где δy малые изменения амплитуды и $\delta\varphi$ фазы:

$$\begin{aligned} &\frac{d(\delta y)}{d\tau} = a\delta y + b\delta\varphi, \\ &\frac{d(\delta\varphi)}{d\tau} = d\delta y + c\delta\varphi. \end{aligned} \tag{2}$$

Для ОФОС первого рода коэффициенты, входящие в эти уравнения, имеют вид:

$$a = -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1),\ b = \frac{-\varepsilon B}{2\alpha}2^l \sin\theta,\ c = \frac{-\varepsilon B}{2y\alpha}2^l \cos\theta,\ d = \frac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin\theta.$$

В случае ПФОС эти коэффициенты несколько отличаются:

$$a = -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1),\ b = \frac{-\varepsilon B}{2\alpha 2^l}\sin\theta,\ c = \frac{-\varepsilon B}{2y\alpha 2^l}\cos\theta,\ d = \frac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin\theta.$$

Для ОФОС второго рода для простейшего непосредственного сигнала синхронизации, когда $\psi_{c1} = 2\varphi - \varphi_c$, имеем

$$a = -\frac{\varepsilon}{2}(3y^2 - 1),\ b = \frac{\varepsilon B}{2\alpha}\sin\theta,\ c = \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\cos\theta,\ d = \frac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin\theta.$$

Система (2) приводит к характеристическому уравнению $\lambda^2 - (a + c)\lambda + ac - bd = 0$. Если $-(a + c) > 0$ и $ac - bd > 0$, то, как известно, колебания устойчивы. Подставляя значения слагаемых в первое неравенство, получим для ОФОС первого рода $3y^3 - y + B / \alpha 2^n \cos\theta > 0$.

Для положительной фазовой обратной связи это неравенство сводится к выражению $3y^3 - y + B/(\alpha 2^n)\cos\theta > 0$. И, наконец, для ОФОС второго рода получим условие $3y^3 - y - B/\alpha\cos\theta > 0$. Все они выполняются, если $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$, так как $B/\alpha << 1$, а $y \approx 1$. Исследования показывают, что второе неравенство для ОФОС первого рода и ПФОС выполняется, если $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$. В случае ОФОС второго рода фазовый сдвиг устойчивых колебаний имеет иные значения: $\pi/2 + \phi \le \theta \le 3/2\pi - \phi$, где ϕ -малая величина.

При отсутствии фазовой обратной связи, как известно, сдвиг фазы устойчивых колебаний меняется в пределах $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$. Легко видеть, что в случае ОФОС второго рода диапазон возможных значений углов сдвига фазы устойчивых колебаний сдвигается на π.

Для оценки величин, которые может иметь сдвиг фазы сигнала синхронизированного автогенератора относительно исходного сигнала синхронизации $\theta^0 = \varphi - \varphi_c$ с различными видами фазовой обратной связи, а также для выяснения ее влияния на переходные процессы, расмотрим только фазовое равнение системы (1) при углах сдвига фазы, где $\sin\theta \approx \theta$, считая амплитуду постоянной. Такое упрощение вполне допустимо для малых сигналов синхронизации. Тогда в случае ОФОС первого рода это уравнение и его решение имеют вид:

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + 2^l \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\theta^0 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \qquad \theta^0 = -\frac{1}{2^l \xi}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}(1 - \exp(-2^l \xi\tau)).$$

Для ПФОС эти же данные записывается следующим образом:

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\frac{1}{2^l}\theta^0 = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \qquad \theta^0 = \frac{2^l}{\xi}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}(1 - \exp(-\xi/2^l \tau)),$$

а для ОФОС второго рода фазовое уравнение системы (1), после замены переменной $\theta^0 = \theta^1 + \pi$, учитывающей диапазон фазовых сдвигов устойчивых колебаний, и выделяющей его переменную составляющую, а также упрощения, приводится к иному виду:

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\theta^1 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \text{ окончательно получим: } \theta^0 = \pi - \frac{1}{\xi}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}(1 - \exp(-\xi\tau)).$$

Для автогенератора без обратной связи:

$$\frac{d\theta^0}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\theta^0 = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}, \qquad \theta^0 = -\frac{1}{\xi}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}(1 - \exp(-\xi\tau)).$$

Здесь $\xi = \varepsilon B/(2y\alpha)$. Анализируя полученные результаты, легко видеть, что отрицательная фазовая обратная связь первого рода уменьшает как величину фазового сдвига, так и длительность переходных процессов. Положительная же, наоборот, увеличивает эти параметры. Отрицательная фазовая обратная связь второго рода в простейшем виде смещает диапазон возможных фазовых сдвигов устойчивых колебаний на π. Таким образом, фазовая обратная связь меняет характеристики синхронизированных автогенераторов, что дает возможность улучшить показатели устройств на их основе и расширить область их применения.

Список литературы: 1. *Rapin V*. Synchronized oscillators with the phase negative feedback // IEEE Transactions. Circuits and systems. 2002. Vol. CAS-49, № 8. P. 1242 – 1246. 2. *Рапин В*. Решение укороченных уравнений синхронизированного автогенератора // Материалы 7-й междунар. конф. «Теория и техника передачи, приема и обработки информации». Харьков: ХНУРЭ. 2001. С. 175 – 176

НПФ «Газтест»

Поступила в редколлегию 28.10.2002