ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ РАБОЧИХ МЕСТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА φ-ФУНКЦИЙ

Скорик А.А.
Научный руководитель – к.т.н., доц. Пронюк А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ОТ , тел. 0577021360)
E-mail: SkorPublic@gmail.com

The given work is devoted to the modern developments in the field of operations research and phi-functions theory. A new approach to the problems of technological objects‘ placing according to standards of labour and environmental protection was explored and described.

Задачи оптимального размещения объектов – один из важнейших классов задач в исследовании операций. Их приложения повсеместно возникают в различных областях науки и техники, и имеют огромное практическое значение. При размещении технологического оборудования, производственных предприятий и других объектов реального мира, как правило, требуется располагать их на меньшей площади, не хаотично, а с соблюдением определенного порядка, с учетом множества диктуемых государственными нормативами ограничений.

Требования охраны труда и защиты окружающей среды являются базовыми, и присутствуют практически в любой сфере человеческой деятельности. Многие из них сводятся к тому, что объекты должны быть размещены на ограниченной территории минимальной площади, как можно ближе (дальше) друг к другу или к некоторым фиксированным объектам, с ограничениями на попарное минимальное (максимальное) расстояние, наличием зон запрета и т.д. Запрещенными зонами могут быть жилые здания, заповедники, санитарные зоны, элементы ландшафта и другие участки. Объектами могут быть, например, опасные производства, захоронения отходов, генераторы шума и вибраций, или просто рабочие места пользователей ПК и источники света.

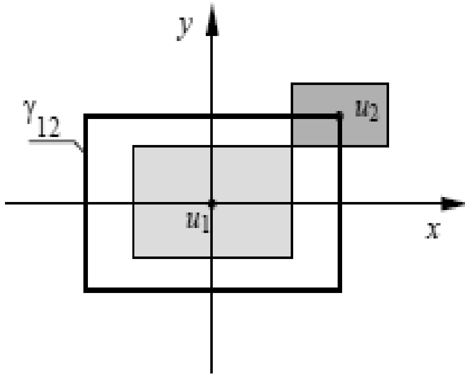
Цель данной работы – разработка методов решения экстремальных задач, возникающих при планировании производства с учетом требований охраны труда и окружающей среды. Объекты, подлежащие размещению, разбиваются на множество геометрических примитивов, таких как прямоугольник, многоугольник и круг. С помощью аппарата теории φ-функций строится дерево решений, листьями которого являются независимые задачи линейного программирования. Каждая такая подзадача состоит из целевой функции и системы линейных ограничений, оперирующих с мерой близости объектов и имплементирующих ограничения модели. Решать их предлагается с помощью симплекс-метода, обеспечивающего быстрое время работы для задач малой и средней размерности.

Определение 1. Объект T_i, транслированный на вектор u_i обозначается как $T_i(u_i)=\left\{X \in R^n \middle| X=u_i+Y, Y \in T_i\right\}$, где $u_i \in R^n$, $n=2,3$ – вектор параметров размещения объекта T_i, $i=1,2$.

Определение 2. Непрерывная и всюду определенная функция $\varphi: R^{2n} \to R^1$, $n=2,3$ называется φ-функцией объектов $T_1(u_1)$ и $T_2(u_2)$, если она удовлетворяет следующим характеристическим свойствам:

- $\varphi(u_1,u_1)>0$, если $\mathrm{cl}\, T_1(u_1) \cap \mathrm{cl}\, T_2(u_2)=\varnothing$,
- $\varphi(u_1,u_1)=0$, если $\mathrm{int}\, T_1(u_1) \cap \mathrm{int}\, T_2(u_2)=\varnothing$ и $\mathrm{fr}\, T_1(u_1) \cap \mathrm{fr}\, T_2(u_2) \neq \varnothing$,
- $\varphi(u_1,u_1)<0$, если $\mathrm{int}\, T_1(u_1) \cap \mathrm{int}\, T_2(u_2) \neq \varnothing$.

Приведем пример построения φ-функции для двух прямоугольников. Пусть прямоугольники $R_1(u_1)$ и $R_2(u_2)$ заданы длиной $2a_1$ и $2a_2$ и шириной $2b_1$ и $2b_2$ соответственно. Построим кривую γ_{12} – множество точек, в которых $\varphi_{12}(u_1,u_2)=0$. $\gamma_{12}=$ fr $\left\{\mathrm{R}_1(0)+(-1)\mathrm{R}_2(0)\right\}$. Рассмотрим уравнения четырех прямых, ограничивающих γ_{12} : $\chi_1(x,y)=x-A$, $\chi_2(x,y)=y-B$, $\chi_3(x,y)=-x-A$, $\chi_4(x,y)=-y-B$, где $A=a_1+a_2$, $B=b_1+b_2$.



Тогда $\gamma_{12}=\left\{(x,y) \in R^2 : \chi(x,y)=\max\limits_{i=1,\ldots,4} \chi_i(x,y)=0\right\}$.

Рис 1. Построение γ_{12}

Соответствующая ориентация $\chi(x,y)=0$ задается так, что φ-функция прямоугольников примет вид $\varphi_{12}(u_1,u_2)=\chi(x_2-x_1, y_2-y_1)$.

Поставленная задача оптимального размещения рабочих мест сводится к задаче математического программирования. Целевая функция определяет критерий оптимальности – минимизацию площади или периметра, занимаемого объектами. Ограничения на взаимное расположения рабочих мест задаются с помощью φ-функций, и описывают область поиска решений.

Таким образом, тема работы является актуальной, а метод решения – новаторским. Его дальнейшее изучение и применение может способствовать повышению эффективности планирования производства, а так же проникновению современных методов теории φ-функций в новую прикладную область.