

## ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СТРУКТУРА ВТОРИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЙНИИ ВОЛН

Анализ рассеяния волн в турбулентной атмосфере [1] показывает, что поле в заданной точке наблюдения можно приближенно считать результатом рассеяния на одной пространственной гармонике спектра флуктуаций диэлектрической проницаемости. Эквивалентная структура источника вторичных волн в этом случае есть плоская волна в пределах ограниченного объема пространства  $V(x, y, z)$ , равного одному элементу разрешения системы ( $x, y, z$  – прямоугольные пространственные координаты). При изучении свойств рассеянного поля и сигналов, регистрируемых в заданной точке, в случае переноса неоднородной среды горизонтальным ветром, а также при исследовании деполяризации рассеянных волн требуется знать детальную структуру источников вторичных волн внутри объема  $V(x, y, z)$ .

Ниже рассматриваются эквивалентные структуры рассеивающей среды при двух априорных предположениях. В первом случае мы полагаем, что в рассеянии принципиально могут участвовать высшие гармонические составляющие трехмерного пространственного спектра флуктуаций параметра среды  $\varepsilon(x, y, z)$ , а угловая разрешающая способность не ограничивается условиями эксперимента. Во втором – учитываются только те спектральные составляющие, которые соответствуют указанным выше условиям, принятым В.И. Татарским [1].

Анализ эквивалентной структуры источников вторичных волн с учетом высших составляющих трехмерного спектра турбулентной среды выполнен в работах [2, 3]. В этом случае эквивалентная структура рассеивающей среды представляет собой совокупность линейных решеток с одинаковым периодом, но случайными амплитудами и фазами колебаний параметра  $\varepsilon_s(x, y, z)$ . На рис.1 приведен пример такой структуры, полученной в результате моделирования на ЭВМ. Оси решеток параллельны вектору рассеяния  $\vec{B}$ , причем выполняются соотношения

$$\vec{B} = \vec{a}_s - \vec{a}_0, \quad |\vec{B}| = b = 2 |\vec{a}_0| \sin(\varphi/2), \quad |\vec{a}_0| = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad (1)$$

где  $\vec{a}_0$  и  $\vec{a}_s$  – волновые векторы основной и рассеянной волн;  $\varphi$  – угол между векторами  $\vec{a}_0$  и  $\vec{a}_s$  (угол рассеяния).

Протяженность решеток в осевом направлении определяется характерным размером  $L$  области  $V(x, y, z)$  или длиной когерентности  $l_k$ , причем

$$l_k \leq L, \quad l_k = ct_k \approx \frac{c}{\Delta f},$$

где  $t_k$  – время когерентности;  $\Delta f$  – ширина частотного спектра излучения источника.

Структура, приведенная на рис.1, получена обратным преобразованием Фурье от комплексного спектра  $G(\vec{k})$  выборочной функции (реализации) случайной составляющей параметра  $\varepsilon(x, y, z, t)$  при фиксированном времени  $t$ . В спектре  $G(\vec{k})$  полагаются отличными от нуля все составляющие, волновые векторы  $\vec{k}$  которых имеют одинаковые проекции на направление вектора рассеяния  $\vec{B}$ .

Выберем направления координатных осей  $k_x, k_y, k_z$  в пространстве волновых векторов так, чтобы направление  $\vec{B}$  совпадало с осью  $k_x$ . Тогда участвующие в рассеянии составляющие трехмерного пространственного спектра  $G(\vec{k})$  оказываются в области  $W$  (рис.2).

Область интегрирования при обратном преобразовании Фурье ограничена значениями  $b - (\Delta k_x / 2) \leq k_x \leq b + (\Delta k_x / 2)$ ,  $-\infty < k_y < \infty$ ,  $-\infty < k_z < \infty$ , причем  $\Delta k_x \approx 2\pi / L$ . В структуре, изображенной на рис.1, формально присутствует периодическая составляющая в виде плоской волны, точно соответствующая условиям Брэгга и соотношению (1). Такая однородная в пределах объема  $V(x, y, z)$  плоская волна «возмущена» квазипериодическими решетками со случайными амплитудами и фазами, причем дисперсия флуктуаций амплитуды

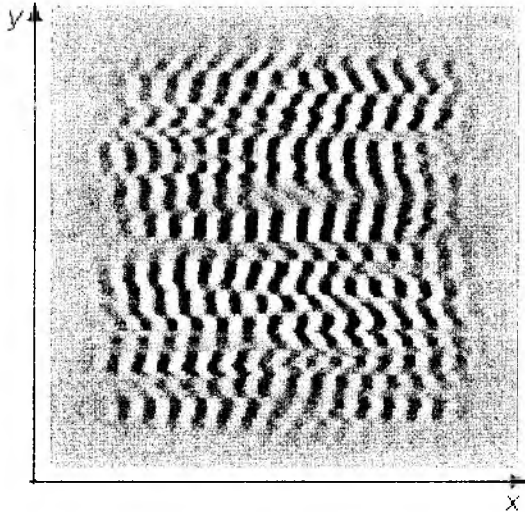


Рис.1

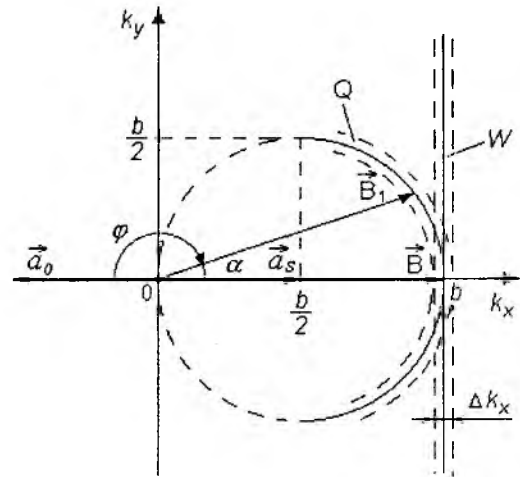


Рис.2

ды параметра  $\epsilon_s$  в решетках значительно превышает амплитуду колебаний этого параметра в плоской волне. В порождаемых такой сложной структурой вторичных волнах, очевидно, можно выделить соответствующие составляющие, связанные с амплитудами и фазами колебаний  $\epsilon_s$ . Относительное влияние структурных элементов в объеме  $V(x, y, z)$  на свойства рассеянного поля зависит от поперечного радиуса корреляции «возмущений» или линейных решеток. В этом отношении задача анализа рассеянного поля близка к задачам статистической теории антенн [4], где важнейшим параметром является радиус корреляции возмущений на синфазной апертуре.

Средний поперечный размер решеток в одной реализации можно оценить по корреляционной функции процесса в плоскости  $y, z$ , полагая, что информационная емкость выборочной функции достаточно велика [5]. Будем считать, что турбулентная атмосфера статистически изотропна, и  $\Phi(\vec{k}) = \Phi(|\vec{k}|)$ .

Трехмерную пространственную спектральную плотность  $\Phi(\vec{k}) = |G(\vec{k})|^2$  процесса  $\epsilon(x, y, z)$  аппроксимируем функцией

$$\Phi(k) = Ak^{-n}, k \neq 0, n > 3, \quad (2)$$

где  $k = |\vec{k}|$ ;  $A$  – постоянная.

Спектральная плотность в плоскости  $k_x = b$

$$\Phi_b(\chi) = A(b^2 + \chi^2)^{-\frac{n}{2}},$$

где  $\chi = (k^2 - b^2)^{1/2}$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны.

Двумерную корреляционную функцию  $R(y, z)$  найдем обратным преобразованием Фу-

рье от  $\Phi_b(\chi)$ , которое в силу сферической симметрии энергетического спектра  $\Phi(\vec{k})$  сводится к преобразованию Ганкеля:

$$R(\rho) = 2\pi A \int_0^{\infty} (b^2 + \chi^2)^{\frac{-n}{2}} J_0(\chi\rho) \chi d\chi, \quad (3)$$

где  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ;  $J_0(\chi\rho)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Интеграл (3) преобразуется к табличному [6], и после вычислений получаем

$$R(\rho) = 2\pi A \frac{b^{-\nu} \rho^{\nu}}{2^{\nu} \Gamma(\nu + 1)} \cdot K_{-\nu}(\rho b), \quad (4)$$

где  $\nu = \frac{n}{2} - 1$ ;  $K_{-\nu}(\rho b)$  – функция Макдональда;  $\Gamma(\nu + 1)$  – гамма-функция.

При аппроксимации энергетического спектра атмосферной турбулентности функцией (2) полагают  $n = 11/3$  [1]. Экспериментальные данные при разных атмосферных условиях указывают на значения  $n < 4$ . Будем считать, что скорость убывания  $\Phi(k)$  максимальна и соответствует  $n = 4$ .

Поскольку  $K_{-\nu}(\rho b) = K_{\nu}(\rho b)$ , из выражения (4) получим

$$R(\rho) = \frac{A\pi\rho}{b} \cdot K_1(\rho b). \quad (5)$$

При  $0 < \rho b \ll 1$  имеет место асимптотическая формула [7]:  $K_1(\rho b) \approx 1/(\rho b)$ .

Поэтому

$$R(0) = \lim_{\rho \rightarrow 0} R(\rho) = \frac{A\pi\rho}{b} \frac{1}{\rho b} = \frac{A\pi}{b^2}. \quad (6)$$

Радиус корреляции  $\rho_K$  можно найти из условия

$$\pi\rho_K^2 R(0) = \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{\infty} R(\rho) \rho d\rho = \frac{2\pi^2 A}{b} \int_0^{\infty} K_1(\rho b) \rho^2 d\rho, \quad (7)$$

где  $\varphi_1 = \arctg \left( \frac{k_y}{k_z} \right)$ .

Интеграл в выражении (7) табличный [6], и после вычислений получаем  $\rho_K = 2/b$ .

Поскольку модуль вектора рассеяния  $|\vec{B}| = b$  связан с волновым вектором  $\vec{a}_0$  соотношением (1),  $\rho_K$  можно выразить в единицах длины волны  $\lambda_0$ . При обратном рассеянии  $\varphi = \pi$ ,  $b = 2|\vec{a}_0| = 4\pi/\lambda_0$ ,  $\rho_K = \lambda_0/2\pi$ .

Если для определения  $\rho_K$  воспользоваться другим условием с учетом характера убывания функции (5), например, найти такое значение  $\rho_K$ , при котором  $[R(\rho_K)/R(0)] = 0,1$ , то получим приближенно  $\rho_K \approx \lambda_0/4$ .

Таким образом, если поперечный радиус корреляции  $\rho_K$  линейных решеток определяется только скоростью убывания спектра турбулентности, то  $\rho_K$  оказывается меньше длины волны  $\lambda_0$ . В этом случае, как показывает анализ [4], относительное влияние возмущений невелико, и это позволяет в первом приближении пренебречь высокочастотными составляющими спектра.

Используя тот же спектральный подход, можно найти эквивалентную структуру источников вторичных волн, исходя из общепринятой модели Татарского – рассеяния на «одной гармонике» пространственного спектра. При этом необходимо, однако, рассматривать рассеянное поле не в одной заданной точке пространства, а в пределах конечного телесного угла.

Пусть волновой вектор  $\vec{a}_0$  основной волны направлен вдоль оси  $k_x$  (рис.2). При изменении угла рассеяния  $\varphi$  конец вектора  $\vec{B}$  перемещается по поверхности сферы радиуса  $b/2$  с центром в точке  $k_x = b/2, k_y = k_z = 0$ .

Предположим, что телесный угол, в пределах которого рассматривается рассеяние, ограничен конусом с углом при вершине, равным  $4\alpha$  (см. рис.2). Тогда в рассеянии будут участвовать спектральные составляющие  $G(\vec{k})$ , волновые векторы которых удовлетворяют условию

$$|\vec{k}| = 2 |\vec{a}_0| \cos \alpha = b \cos \alpha, \quad (8)$$

где  $\alpha = \frac{\varphi - \pi}{2}$ .

Эквивалентную структуру источников вторичных волн  $\varepsilon_s(x, y, z)$  можно найти обратным преобразованием Фурье, интегрируя по области  $Q$ , включающей голограф волнового вектора  $\vec{B}$  и его окрестность, связанную с длиной когерентности источника:

$$\varepsilon_s(\vec{r}) = \iiint_Q G(\vec{k}) \exp(j\vec{k}\vec{r}) d^3k, \quad (9)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки с координатами  $x, y, z$ ;  $d^3k \equiv dk_x dk_y dk_z$ .

На рис.3 показана реализация случайного процесса  $\varepsilon(x, y, z)$  в сечении объема  $V(x, y, z)$  плоскостью  $z = const$ , а на рис.4 – вид эквивалентной структуры источников вторичных волн в том же сечении для этой реализации. На рис.5 приведены распределения амплитуд (а) и фаз (б) колебаний в линейных решетках в поперечной плоскости  $y, z$  при  $x = const$ . Структуры получены путем вычислений на ЭВМ в соответствии с выражением (9).



Рис.3

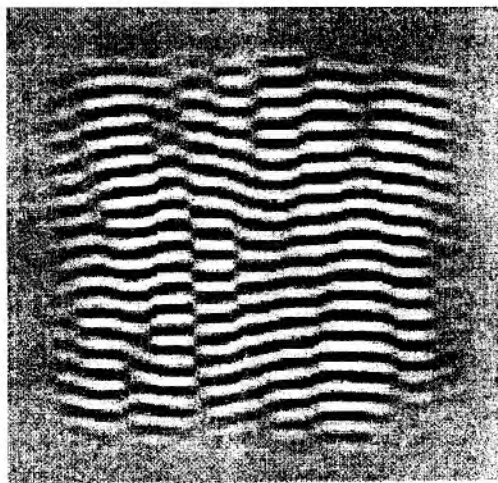


Рис.4

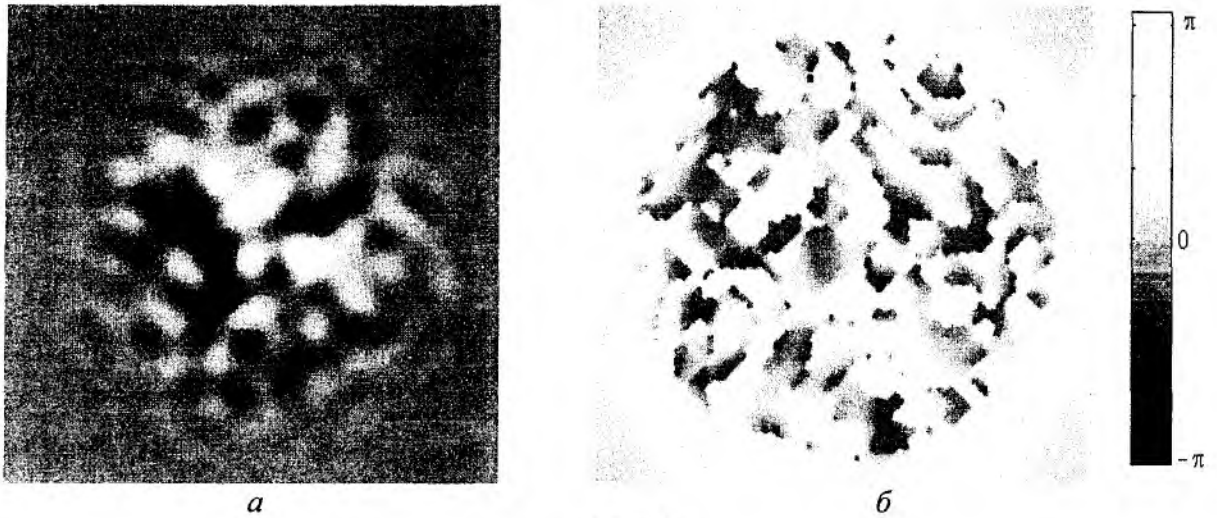


Рис.5

При моделировании на ЭВМ для выявления характерных особенностей структур и удобства отображения результатов принято  $\alpha \leq 20^\circ$ ,  $\lambda/L = 0,1$ . В реальных условиях неравенство  $\lambda/L \ll 1$  оказывается более сильным. Результаты анализа и моделирования показывают, что характерные особенности эквивалентной структуры сохраняются и в том случае, когда априорные условия не учитывают высшие гармоники. Существенно, что структура рассеивающего объема среды оказывается неоднородной, причем каждая из решеток обладает свойствами узкополосного случайного процесса [2,3].

Характерные особенности рассеянного поля существенно зависят от поперечного радиуса корреляции решеток, который можно приближенно оценить по эффективной ширине энергетического спектра  $\Phi_b(\chi)$  в плоскости  $k_y, k_z$ .

Максимальные значения  $k_{ym}$  и  $k_{zm}$  получаются при  $\alpha = \pm\pi/4$ , что соответствует рассеянию в полусферу ( $\varphi = \pm\pi/2$ ), обращенную к источнику основной волны. В этом случае радиус корреляции решеток с учетом роста  $\Phi(k)$  при увеличении  $\alpha$  имеет порядок  $2\pi/k_{ym} = 2\pi/k_{zm} \approx \lambda$ .

При малых значениях  $\alpha$  несложно найти выражения для корреляционной функции с учетом условий наблюдения, поскольку  $\Phi(k)$  остается практически постоянной при  $|\alpha| \leq 15^\circ$ . Рис.6 иллюстрирует, как изменяется  $\Phi(k)$  вдоль годографа вектора  $\vec{B}$  при изменении  $\alpha$  для разных значений показателя степени  $n$  в выражении  $\Phi(k) = Ak^{-n}$ .

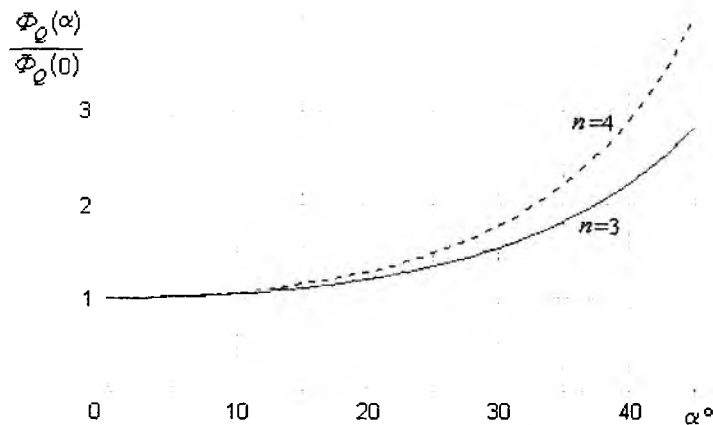


Рис.6

Полагая  $\Phi(k) = const = \Phi(b)$  при  $\alpha \leq 15^\circ$  и учитывая сферическую симметрию  $\Phi(k)$ , можно найти корреляционную функцию  $R(y, z)$  в плоскости  $y, z$ :

$$R(y, z) = \iint_{Q_1} \Phi(b) \exp[j(k_y y + k_z z)] dk_y dk_z,$$

где область интегрирования  $Q_1$  ограничена значениями  $\alpha = \pm\alpha_1$ ,  $\alpha_1 \leq 15^\circ$ ;  $\alpha_1$  – угол между образующей конуса и осью  $k_x$ .

$$R(\rho) = \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^\infty \Phi(b) J_0(\chi\rho) \chi d\chi, \quad (10)$$

где  $\chi = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$ ;  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ;  $\varphi_1 = \arctg \frac{k_y}{k_z}$ .

Преобразование Ганкеля (10) приводит к выражению

$$R(\rho) = E \frac{2J_1(\chi\rho)}{\chi\rho}, \quad (11)$$

где  $J_1$  – функция Бесселя первого рода;  $E$  – постоянная, имеющая смысл «энергии» флуктуаций параметра  $\varepsilon$ .

Функция  $J_1(\chi\rho)$  обращается в нуль при  $\chi\rho = 3,83$ . Так как  $\chi \approx b \sin \alpha$ , то с учетом (1) для  $\alpha = 15^\circ$  получим радиус корреляции  $\rho_k \approx 1,17\lambda$ . Это соответствует рассеянию в телесный угол, ограниченный конусом с углом при вершине  $4\alpha = 60^\circ$ .

Условие  $\alpha \rightarrow 0$  равносильно предположению, что рассеяние под углами  $\varphi \neq \pi$  отсутствует. Лишь в этом случае можно считать, что весь рассеивающий объем  $V(x, y, z)$  «заполнен» плоской (или сферической) волной. Подобный случай имеет место, например, в системах радиоакустического зондирования, когда в пределах элемента углового разрешения системы изменения  $\varepsilon$  обусловлены сферической звуковой волной.

Таким образом, при любых априорных предположениях относительно участия в рассеянии высших составляющих пространственного спектра рассеивающий объем турбулентной среды можно представить эквивалентной структурой в виде совокупности линейных решеток со случайными параметрами. Поперечный радиус корреляции  $\rho_k$  решеток как парциальных источников вторичного излучения значительно меньше характерного размера  $L$  элемента разрешения реальных систем и имеет порядок длины волны  $\lambda_0$ .

Учет высших составляющих спектра атмосферной турбулентности приводит к эквивалентной структуре с малым радиусом корреляции ( $\rho_k \approx \lambda/2\pi$ ), при котором следует ожидать заметной деполяризации рассеянных волн, что согласуется с результатами теоретических работ [8] и многочисленных измерений в условиях реальной атмосферы [9,10].

**Список литературы:** 1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 548 с. 2. Петров В.А., Цветкова В.С. Физические модели обратного рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. 1991. Вып. 97. С. 37–44. 3. Петров В.А., Карташов В.М. Анализ структурно-физической модели рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. 2000. Вып. 114. 4. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 384 с. 5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга вторая. М.: Сов. радио, 1975. 342 с. 6. Градштейн Н.С., Рыжик Н.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз. 1962. 1100 с. 7. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1964. 344 с. 8. Нефедов Е.И., Курушин Е.П. и др. Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах. М.: Наука, 1975. 196 с. 9. Kashcheyev V., Oleynikov V., Solyanik O. and Karabanov A. Some results of the atmospheric wind profiler of Kharkov University of Radioelectronics // Meteorol. Zeitschrift. 1998. Dezember. 332–335. 10. Черников А.А., Шуляцкий А.Б. Исследование поляризационных характеристик эхо-сигналов от "ясного" неба // Труды третьего Всесоюзного совещания по радиолокационной метеорологии. М.: Гидрометеоздат, 1968. С. 141–147.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 18.10.2001