УДК 621.391

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, *В. А. БУТ*,
С. С. СМОЛЬЯНИНОВ, канд. техн. наук

ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ ФИЛЬТРОМ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

Оценка состояния ионосферной плазмы в методе некогерентного рассеяния радиоволн (НРР) представляет собой задачу определения совокупности параметров стохастической системы, которой является ионосфера. Эта стохастичность обусловлена в основном воздействием на ионосферу различных случайных факторов и шумоподобным характером рассеянного сигнала, который можно считать нормальным случайным процессом с нулевым средним.

При исследовании эффективности различных алгоритмов оценивания и проведении тестовых испытаний аппаратуры обработки НР-сигналов возникает необходимость в моделировании принимаемого сигнала.

Задача может быть решена путем синтеза линейного фильтра, на вход которого подается белый шум. Передаточная характеристика фильтра рассчитана на основе статистических характеристик принимаемого сигнала — его спектральной плотности мощности (СПМ) или автокорреляционной функции (АКФ) [1; 2; 3].

При отношении сигнал-шум $\ll 1$, что практически всегда имеет место в методе НРР, принимаемый сигнал можно описать моделью на основе рациональной передаточной функции, так называемой АРСС-моделью (АР — авторегрессия, СС — скользящее среднее) [1]. В этой модели входная последовательность $\{n_n\}$ и выходная последовательность $\{y_n\}$ связаны линейным разностным уравнением вида

$$y_n = \sum_{i=0}^{q} b_i n_{n-1} - \sum_{k=0}^{p} a_k y_{n-k} \,. \tag{1}$$

Передаточная функция системы для АРСС-процесса (1) определяется рациональным выражением $H(z)=B(z)/A(z)$, где z-преобразования АР- и СС-частей процесса представлены выражениями

$$A(z) = \sum_{m=0}^{p} a_m z^{-m}; \quad B(z) = \sum_{m=0}^{q} b_m z^{-m}. \tag{2}$$

Запишем принимаемый сигнал в дискретном виде: $y(k)=x(k)+$ $+w(k)$ (3), где $w(k)$—шум измерений с дисперсией σ_w^2, некоррелированной с сигналом НРР $x(k)$. Предположим, что $x(k)$ является АР-процессом некоторого порядка с передаточной характеристикой $A^{-1}(z)$ и имеет дисперсию σ^2. Тогда спектральная плотность мощности $P_y(z)$ наблюдаемого процесса $y(k)$ будет иметь вид

$$\boldsymbol{P}_y(z)=\left[\frac{\sigma^2}{A(z)A^*(1/z^*)}+\sigma_w^2\right]\Delta t=\frac{\sigma^2+\sigma_w^2 A(z)A^*(1/z^*)}{A(z)A^*(1/z^*)}\Big]\Delta t. \quad (4)$$

Числитель правой части выражения (4) представим следующим образом:

$$[\sigma^2+\sigma_w^2 A(z)A^*(1/z^*)]\,\Delta t=\sigma_\eta^2 \boldsymbol{B}(z)\boldsymbol{B}^*(1/z^*), \quad (5)$$

где Δt — интервал дискретизации; $\boldsymbol{B}(z)=1+\sum_{k=1}^{p} b_k z_k^{-k}$.

Поэтому процесс $y(k)$ можно представить как процесс на выходе фильтра общего вида (т. е. с нулями и полюсами), на вход которого подан белый шум с дисперсией σ_η^2. Однако практическое использование АРСС-модели затруднительно, так как для определения АРСС-коэффициентов $\{a_m\}$ и $\{b_m\}$ требуется большой объем вычислений [4].

Использование чистополюсной АР-модели приводит к простым линейным алгоритмам определения ее коэффициентов, но порядок АР-модели, используемой для аппроксимации АРСС-процесса, в соответствии с теоремой декомпозиции Уолда [5] в рассматриваемом случае должен быть значительно больше порядка истинной АРСС-модели.

В данной работе рассматривается возможность применения для моделирования $y(k)$ чисто нулевой СС-модели:

$$y(k)=\sum_{i=0}^{q}\alpha_i v(k-1),\ \alpha_0=1, \quad (6)$$

где $v(k)$ — белый шум с дисперсией σ_v^2.

Параметры этой модели $\vec{\alpha}=\{\alpha_i\}$, $i=0,\dots,q$, связаны с коэффициентами АКФ $R_y(k)$ системой нелинейных уравнений [4]:

$$R_y(k)=\begin{cases}\sigma_v^2\sum_{i=0}^{q-k}\alpha_i^*\alpha_{i+k}, & k=0,1,\dots,q;\\ 0, & k>q.\end{cases} \quad (7)$$

Решение систем нелинейных уравнений в общем случае также затруднительно, что препятствует широкому использованию СС-моделей на практике.

Система (7) может быть решена только численными методами. В работе [6] предлагается воспользоваться в этих целях методом моментов или обобщенным методом Ньютона—Рафсона. Первый дает линейную сходимость, второй — квадратичную. При этом количество итераций составляет в среднем несколько десятков для метода моментов и около десяти для метода Ньютона—Рафсона. На практике их использование сопряжено с рядом неудобств. При сравнительно простой реализации метод моментов чувствителен к начальному вектору поиска, так что сходимость этого алгоритма возможна только из заранее определенных состояний. Сходимость метода Ньютона—Рафсона обеспечивается из произвольной начальной точки, однако это достигается значительным увеличением числа итераций. Кроме того, этот метод требует значительных вычислительных затрат. Запишем систему уравнений (7) в матричном виде

$$A\vec{\alpha} = \vec{R}, \tag{8}$$

где

$$A = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_q \\ \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \\ \vdots & \ddots & & \\ \alpha_q & & 0 & \end{vmatrix}; \quad \begin{aligned} \vec{\alpha} &= |\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_q|^{\text{т}}; \\ \vec{R} &= |R_1 R_2 \dots, R_q|^{\text{т}}. \end{aligned}$$

Пусть X и Y — подмножества множества R вещественных чисел. Определим в R расстояние между векторами $\vec{x}$ и $\vec{y}$ как

$$\rho(\vec{x}\,\vec{y}) = \|\vec{x} - \vec{y}\|. \tag{9}$$

Поставим по правилу (8) каждому вектору $\vec{x} \in X$ в соответствие $\vec{y} \in Y$, такой, что

$$\vec{y} = F(\vec{x}), \tag{10}$$

где F — линейный оператор, определенный в конечномерном евклидовом пространстве R. Поскольку ядро оператора F является нулевым подпространством, для него существует обратный ограниченный линейный оператор F^{-1} с образом в X.

Заметим, что решение системы (8) эквивалентно выполнению условия $\hat{\vec{x}} = \hat{\vec{y}}$, т. е.

$$\rho\,(\hat{\vec{x}}, \hat{\vec{y}}) = 0. \tag{11}$$

Отсюда следует, что пространство R полно.

Пусть $\vec{x}_n$ сходится к решению $\hat{\vec{y}}$, тогда согласно неравенству треугольника имеем

$$0 \leqslant \rho\,(\vec{x}_n, \vec{x}_m) < \rho\,(\vec{x}_n, \hat{\vec{y}}) + \rho\,(\vec{x}_m, \hat{\vec{y}}) \tag{12}$$

для любого $\hat{\vec{y}} \in Y$.

Отсюда следует, что при $n, m \to \infty\ \rho\,(\vec{x}_n, \vec{x}_m) \to 0$, т. е справедливо неравенство

$$|\vec{x}_{m-2} - \vec{x}_{m-1}| > |\vec{x}_{m-1} - \vec{x}_m|. \tag{13}$$

Определим последовательность $\vec{x}_n$ по правилу

$$\vec{x}_1 = F(\vec{x}_0),\ \vec{x}_2 = F(\vec{x}_1),\ \vec{x}_3 = F(\vec{x}_2),\ldots$$

Легко показать, что последовательность $\vec{x}_n$ фундаментальна в R, т. е. $\lim\limits_{m,n\to\infty} \rho(\vec{x}_n, \vec{x}_m)=0$, а следовательно, доставляет решение системы (8) $\hat{\vec{y}}=\hat{\vec{\alpha}}$. Действительно, из условия Липшица следует, что

$$|F(\vec{x}_n) - F(\vec{x}_m)| \leqslant |K|\,|\vec{x}_n - \vec{x}_m|, \tag{14}$$

или

$$|x_{n+1} - x_{m+1}| \leqslant |K|\,|\vec{x}_n - \vec{x}_m|, \tag{15}$$

Поскольку для заданной последовательности $|K| \leqslant 1$, неравенство (13) выполняется заведомо.

Как показали расчеты на ЭВМ, реализация данного алгоритма решения системы (8) достаточно проста, обеспечивает поиск решений по 16 точкам АКФ с требуемой точностью в среднем за 40 итераций при правой части, определяемой допустимыми значениями АКФ сигнала НР.

Список литературы: 1. *Кей С. М., Марпл С. Л.* Современные методы спектрального анализа: Обзор//Тр. Ин-та инж. по электрон. и радиоэлектрон. 1981. **69**, № 11. С. 5—51. 2. *Пресняков И. Н., Бидный Ю. М.* Формирующий фильтр для сигналов некогерентного рассеяния//Радиотехника. 1982. Вып. 65. С. 65—72. 3. *Пресняков И. Н., Золотарев В. А., Титаренко А. М.* Линейный моделирующий фильтр для сигналов некогерентного рассеяния//Радиотехника. 1985. Вып. 73. С. 15—22. 4. *Done W. J.* Estimation of the parameters of an autoregressive process in the presence of additive white noise. Computer Sci. Dep. Univ. Utah, Pep. UTEC—CSC 79—021, Дес., 1978. 5. *Левин Б. Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М., 1985. 312 с. 6. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление/Пер. с англ./под ред. В. Ф. Писаренко. М., 1974. 406 с.

Поступила в редколлегию 25.06.87

УДК 621.396.962.25

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, *Ю. В. СТАСЕВ,* канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СОСТАВНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛЧМ-ФМ СИГНАЛОВ

При разработке систем связи с кодовым разделением каналов возрастает интерес к сигналам с комбинированными методами модуляции, которые позволяют получать большие ансамбли сигналов с заданными спектральными и корреляционными свойствами [1]. Среди них особое внимание привлекают сигналы