

РЕАЛИЗАЦИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ФОКУСИРОВОК РАСПРЕДЕЛЕНИЙ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ ПО ЗАДАНЫМ СТАТИСТИКАМ В СЛУЧАЯХ, КОГДА ФАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО ПРИНАДЛЕЖИТ ПРОСТРАНСТВАМ R^2 , S^2 , R^3

ДИКАРЕВА Т.А., ЕВГРАФОВ В.Н., КОБЫЛИНСКИЙ К.В., КОТЕЛЕВЦЕВ А.В., ШЕРШЕНЬ В.Н.

Приводятся основные результаты и описываются условия, необходимые и достаточные для стабилизации процесса локальной фокусировки. Рассматриваются примеры фокусировки для случаев, когда множество состояний содержится в пространствах R^2 , R^3 и S^2 (S^2 – поверхность шара).

Пусть множество всех состояний является метрическим пространством. Под локальным возмущением будем подразумевать некоторое воздействие, направленное на состояние или группу состояний, топологически близких между собой. Рассмотрим Ω – множество всех состояний, подвергающихся возмущениям; Ω – конечно. Пусть $P(s, t)$ – стохастическая матрица данного процесса. Каждому локальному возмущению соответствует определенное множество возмущенных элементов матрицы $P(s, t)$. Эти элементы порождают инфинитезимальную матрицу. Будем называть ее матрицей возмущений или фрагментом. При заданном наборе возмущенных фрагментов $\Delta = \{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N\}$ множество $M = \bigcup_{i=1}^N \Delta_i$ покрывает всю диагональ матрицы $P(s, t)$. Считаем, что каждый фрагмент фокусирует или s -фокусирует [1].

Рассмотрим случайную возрастающую последовательность моментов времени $\{\tau_k\}_{k=1}^{\infty}$. В каждый момент τ_k фокусирует фрагмент, случайно выбранный из набора Δ . При этом возмущение, порожденное фрагментом, локализовано в такой окрестности t_k , в которой никакие другие возмущения не действуют. t_k является точкой фокусировки; после t_k матрица возмущений за достаточно малый промежуток времени обращается в ноль. Пусть фокусировки, реализуемые фрагментами, точные. Тогда каждый фрагмент Δ_i , $i=1, 2, \dots, N$ в момент времени τ_k фокусирует с вероятностью $p_i(\tau_k)$:

$$0 < p_0 \leq p_i(\tau_k) \leq p_i < 1$$

на одно и то же распределение $\bar{\pi}_i$. Вероятности $p_i(\tau_k)$ не зависят от эволюции процесса до t_k . При очередной фокусировке фрагмента Δ_i изменяются только те компоненты вектора $\bar{\pi}(t)$ – вектора распределения вероятностей состояний всего процесса, – которым отвечают строки матрицы Δ_i .

Необходимым условием для стабилизации процесса локальных фокусировок является согласованное воздействие фрагментов, которое заключается в следующем. Пусть Δ_i, Δ_j – произвольная пара фрагментов ($i \neq j$). Допустим $\Delta_{ij} = \Delta_i \cap \Delta_j$ – возмущение тех элементов матрицы $P(s, t)$, которые подвергаются изменению и при фокусировке Δ_i , и при фокусировке Δ_j фрагментов. Пусть $\bar{\pi}_{ij}, \bar{\pi}_{ji}$ – векторы, состоящие из компонент векторов $\bar{\pi}_i, \bar{\pi}_j$, отвечающих фрагменту Δ_{ij} . Условие согласования состоит в коллинеарности векторов $\bar{\pi}_{ij}$ и $\bar{\pi}_{ji}$ для каждых двух пересекающихся фрагментов Δ_i, Δ_j .

При выполнении условий, перечисленных выше, и дополнительных условий, описанных в [1], данный процесс с вероятностью 1 фокусирует на распределение $\bar{\pi}^*$, которое не зависит от начального распределения $\bar{\pi}^0$. Это означает, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{\pi}(\tau_k) = \bar{\pi}^*, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{\pi}_{ij}(\tau_k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{\pi}_{ji}(\tau_k) = \bar{\pi}_{ij}^*.$$

Пусть выполняются те же условия, но теперь все или только некоторые фрагменты σ -фокусируют. Тогда при $k \rightarrow \infty$ имеет место σ -фокусировка на $\bar{\pi}^*$.

Практически реализация процесса локальных точных фокусировок требует детального рассмотрения механизма возмущения фрагментов для каждого конкретного случая.

Пусть (s_k, t_k) – интервал, на котором фокусирует фрагмент Δ_i , причем точка фокусировки $t_k \in (s_k, t_k)$. Как было сказано выше, Δ_i является инфинитезимальной матрицей, описывающей динамику фокусировки в зависимости от времени, т. е. $\Delta_i = \Delta_i(t)$, $t \in (s_k, t_k)$. Матрица $\Delta_i(t)$ фокусирует на распределение $\bar{\pi}_i(\tau_k)$. Опишем изменение вектора распределения $\bar{\pi}(t)$ на интервале (s_k, t_k) . Пусть $\bar{\pi}_i'(t)$ – подвектор вектора $\bar{\pi}(t)$, компоненты которого лежат в тех же строках, что и строки фрагмента Δ_i . Тогда, чтобы получить вектор распределения $\bar{\pi}(t)$ при $t \in (t_k, t_k)$, необходимо подвектор $\bar{\pi}_i'(s_k)$ заменить вектором $\bar{\pi}_i(\tau_k)$. Вектор $\bar{\pi}_i(\tau_k)$ получаем в результате решения дифференциальной системы уравнений Колмогорова [2]. Таким образом, имея начальное распределение $\bar{\pi}_i'(s_k)$ и систему Колмогорова, требуется решить для нее задачу Коши каким-либо численным методом. При условиях, изложенных в [3], наиболее эффективными из них являются метод Эйлера и метод трапеций.

Данную задачу можно упростить, если принять во внимание, что при выполнении ряда условий [1] распределение, на которое фокусирует инфинитезимальная матрица (только при точной фокусировке!), зависит лишь от нормы вектора начального распределения (под нормой подразумевается сумма модулей его компонент). Пусть фрагмент Δ_i фокусирует на $\bar{\pi}_i$, где $\bar{\pi}_i$ – стохастический вектор, т. е. $|\bar{\pi}_i| = 1$. Тогда в момент времени t_k матрица $\Delta_i(t)$ фокусирует на распределение

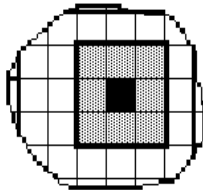
$$\bar{\pi}_i(\tau_k) = \bar{\pi}_i \cdot |\bar{\pi}_i'(s_k)|. \quad (1)$$

Тем самым вместо решения задачи Коши мы используем преобразование вида (1). Данное упрощение существенно, так как позволяет вместо матриц-функций $\Lambda_i(t)$ использовать векторы распределений $\bar{\pi}_i$, на которые фокусируют эти матрицы.

Описанная выше картина возмущений возникает, когда процесс, множеством состояний Ω которого является некая поверхность или область из R^n , за малые промежутки времени подвергается сильным локальным воздействиям (например, ударам, возникающим при бомбардировке Ω потоком частиц), изменяющим его эволюцию.

Перейдем к рассмотрению локальных фокусировок на плоскости, на поверхности шара и в трехмерном пространстве.

Предположим, что мы воздействуем на некоторое состояние области Ω . Естественно считать, что кроме него возмущения получают и соседние состояния. Элемент, получивший первоначальное возмущение, назовем эпицентром. Эпицентр и порожденные им возмущенные состояния образуют фрагмент. Например, на плоскости фрагменту можно поставить в соответствие прямоугольную область размером 3×3 , охватывающую девять состояний (рис.1). Если же возмущение, которое получит определенное состояние, достаточно сильное, то фрагменту будет соответствовать некоторая область большего размера.



■ - эпицентр
Рис. 1

Один из возможных случаев расположения фрагментов на плоскости показан на рис. 2 (эпицентры фрагментов пронумерованы). Здесь имеются десять фрагментов одинаковых размеров, причем первые девять сгруппированы вокруг одного из них (фрагмент 5) и имеют друг с другом взаимные пересечения. Десятый фрагмент пересекается лишь с шестым и девятым фрагментами. Нами множество возмущенных состояний было выбрано следующим образом:

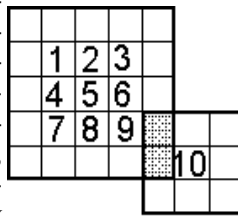


Рис. 2

1) для плоскости R^2 и пространства R^n , $n \geq 3$

$$P_i = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : a_{ij} - 1 \leq x_j \leq a_{ij} + 1, j = \overline{1, n}, n \geq 2\};$$

2) для поверхности шара

$$P_i = \{(\varphi, \theta) : \varphi_i - 1 \leq \varphi \leq \varphi_i + 1; \theta_i - 1 \leq \theta \leq \theta_i + 1\},$$

где $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ и (φ_i, θ_i) — координаты эпицентров соответственно для R^n и поверхности шара. Здесь каждому набору состояний P_i отвечает определенный фрагмент Δ_i .

Отметим, что с ростом размерности пространства количество состояний, входящих во фрагмент, значительно увеличивается. Если в системе, показанной на рис. 2, задействовано 32 состояния, то в подобной ситуации в пространстве R^3 получим 150 состояний.

В таблице, приведенной ниже, показаны численные результаты процессов локальных фокусировок.

Пространство	\bar{m}	Δm	\bar{s}	Примечание
R^2	256	168,5	0,00039	Рис.2 (10 фрагм.)
Σ^2	247	87,6	0,00060	Аналог рис.2
R^3	1232	7481	0,01600	(28 фрагм.)

При фиксированном начальном распределении и фиксированном наборе фрагментов было проведено 100 испытаний для каждого типа пространства. Во всех ситуациях фрагменты фокусировали с равной вероятностью. Окончание процесса фокусировки определено условиями:

$$|\bar{\pi}(\tau_i) - \bar{\pi}(\tau_{i-1})| < \varepsilon, \quad i = \overline{k-N, k}, \quad k = N, N+1, \dots,$$

где N — количество фрагментов; ε — заданная точность (для ε было выбрано значение 10^{-5}). Так как процесс представляет собой случайную последовательность фокусировок, то число шагов m до окончания процесса также является случайной величиной. Таблица содержит оценку математического ожидания \bar{m} и оценку дисперсии Δm этой величины (подробнее об этих оценках смотри в [4]), а также среднее расстояние \bar{s} между конечным $\bar{\pi}(\tau_m)$ и предельным $\bar{\pi}^*$ распределениями, т.е. $|\bar{\pi}(\tau_m) - \bar{\pi}^*|$.

Нами были рассмотрены и более сложные ситуации взаимного расположения фрагментов. На рис.3 приведена система, состоящая из 24 фрагментов и имеющая 78 пересечений (если не считать повторений). В этой ситуации количество локальных фокусировок, необходимых для стабилизации процесса, достаточно велико (в среднем 19000-20000 шагов).

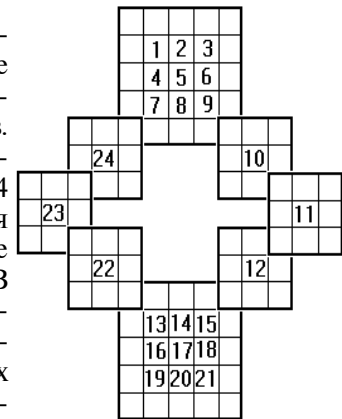


Рис. 3

Из сказанного следует, что величина скорости стабилизации процесса зависит от числа фрагментов, количества их взаимных пересечений, взаимного расположения фрагментов и, естественно, от размерности пространства состояний, в котором рассматривается процесс.

Литература: 1. Дикарев В.А. Локальные возмущения и фокусировка распределений марковских процессов // Радиоэлектроника и информатика. Системы и процессы управления. 1999. № 4. С.37-39. 2. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. М.: Наука, 1986. 320 с. 3. Бондаренко М.Ф., Герасин С.Н. Расчет предельного распределения неоднородных процессов Маркова, инфинитезимальные матрицы которых имеют точки фокусировки // Радиоэлектроника и информатика. 1999. № 4. С.37-39. 4. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. М.: Наука, 1984. 472 с.

Поступила в редколлегию 14.09.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Дикарева Тамара Александровна, доцент кафедры “Финансы” Украинской государственной академии железнодорожного транспорта. Научные интересы: экономическая статистика, статистика промышленности. Увлечения: брэйн-ринг. Адрес: Украина, 61000, Харьков, ул. Фейербаха, 7, тел. 20-69-54.

Евграфов Вячеслав Николаевич, студент группы ПМСАУ-97-1 факультета прикладной математики и менеджмента ХТУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей. Адрес: Украина, 62040, пгт. Дергачи, ул. Суворова 7, тел. (263) 3-33-61.

Кобылинский Константин Валерьевич, студент группы ПМ-97-1 факультета прикладной математики и менеджмента ХТУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей и математическая статистика. Адрес: Украина, 61183, Харьков, ул. Дружбы Народов, 267, кв. 108.

Котелевцев Александр Владимирович, студент группы ПМ-97-1 факультета прикладной математики и менеджмента ХТУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей, функциональный анализ. Адрес: Украина, 61105, Харьков, пер. Забайкальский, 4, кв. 13, тел. (0572) 51-40-46.

Шершень Владислав Николаевич, студент группы ПМСАУ-97-1 факультета прикладной математики и менеджмента ХТУРЭ. Научные интересы: случайные процессы, линейная алгебра. Адрес: Украина, 61147, Харьков, пр. Людвиг Свободы, 51б, комн. 213.

УДК 007.681.518.2:628.3

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРИСОЕДИНЕННЫХ ПРОЦЕДУР НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА НА ЗНАНИЯХ

БЕЛОГУРОВА А.В.

Для идентификации виновников загрязнения рек предлагается MYCIN-подобный метод нечеткого вывода на знаниях, который базируется на известных процедурах учета неопределенности присоединенного типа, но ориентирован на продукционную модель предметной области задачи. Метод реализует процедуру учета неопределенности, предложенную в системе MYCIN, со схемой вывода из системы PROSPECTOR, что позволяет соединить сильные стороны обоих подходов.

Анализ процессов принятия решений в экспертных системах показывает, что процедуры учета неопределенности занимают в них важное место. В данной статье рассматриваются механизмы нечеткого логического вывода присоединенного типа, в которых именно метод учета неопределенности является наиболее важным и определяющим основные черты используемой схемы вывода. Целями статьи являются анализ наиболее известных механизмов нечеткого вывода, разработка нового алгоритма и проверка полученных результатов на реальной задаче выявления виновников загрязнения водного объекта.

1. Сравнительный анализ существующих схем нечеткого вывода

Самыми известными представителями экспертных систем, реализующих присоединенные процедуры

учета неопределенности, являются системы MYCIN (диагностика и лечение инфекционных заболеваний крови) и PROSPECTOR (разведка рудных месторождений). Обе системы реализуют вероятностный подход к оценке правдоподобия факта, но вид оценок и формулы для их пересчета при связи “КОМБ” для них различаются.

В системе PROSPECTOR используется оценка правдоподобия факта в виде шанса

$$W(A) = \frac{P(A)}{P(\bar{A})}; \quad W(A) \in (0, \infty),$$

где $P(A)$ – вероятность истинности факта A ; $P(\bar{A})$ – вероятность ложности факта A [2,5]. Особенность базы правил системы PROSPECTOR заключается в том, что каждому правилу $A \Rightarrow B$ приписывается пара оценок LS и LN . Оценка LS указывает, насколько наше доверие к факту B возрастает при установлении истинности факта A , а LN – насколько наше доверие к факту B падает из-за установления факта \bar{A} [4,5].

В системе MYCIN степень доверия к фактам и правилам выражена коэффициентом уверенности $CF(A) \in [-1, 1]$. Говорят, что $CF(A) > 0$ определяет меру доверия к факту, а $CF(A) < 0$ – меру недоверия к факту A [3,6]. Мера $CF(B|A)$ показывает, насколько истинность факта A подтверждает (опровергает) истинность факта B .

Оба метода при связи по “И” или по “ИЛИ” используют обычные правила нечеткой логики. Существенные различия наблюдаются в методах вычисления мер определенности фактов при связи “КОМБ”. Метод системы PROSPECTOR ориентирован на теорему Байеса. Исходными данными при этом являются: