

АНАЛИЗ ОПАСНЫХ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ**Введение**

Развитие современных программно-аппаратных средств и комплексов проведения исследований объектов информационной деятельности на наличие сигналов, искажающих прием, обработку и представление информации, требует усовершенствования существующих, разработки и использования новых математических методов представления и обработки таких сигналов. Опасные в этом смысле сигналы извлекаются путем их обнаружения, приема и анализа при работе основных и вспомогательных технических средств, расположенных на объекте, а также при наличии побочных электромагнитных излучений и наводок. При этом опасным считается именно информационный сигнал. (Информативными побочными электромагнитными излучениями называются сигналы, представляющие собой высокочастотную несущую, модулированную информацией, обрабатываемой средствами вычислительной техники (СВТ), например изображения, выводимые на монитор, данными, обрабатываемыми на устройствах ввода-вывода и т.д. Неинформативными побочными электромагнитными излучениями называются сигналы, анализ которых может дать представление только о режиме работы СВТ и никак не отражает характер информации обрабатываемой на СВТ.)

Любой опасный сигнал характеризуется низкой мощностью, нестационарностью и низкой вероятностью его обнаружения в сложной помеховой обстановке. Поэтому основными требованиями к выбору математических методов его описания являются: обеспечение такого представления сигналов, которое учитывало бы его нестационарность; применимость в задачах энергетического обнаружения даже в условиях воздействия нестационарных шумов; наличие для опасных представлений эффективных алгоритмов обработки.

До недавнего времени известные методы анализа опасных сигналов основывались на статическом подходе. Прямое и обратное преобразование Фурье (ПФ) по сути представляет собой математическую абстракцию. Так, спектральная функция неизменна по времени и может быть вычислена, если функция времени известна на промежутке времени $t \in (-\infty, \infty)$. Такое представление на практике выполняется в достаточном приближении, если рассматриваются установившиеся процессы в системах (стационарные режимы работы). При рассмотрении переходных процессов это представление становится неадекватным и необходимо вводить другие представления, связывающие временные и спектральные характеристики сигналов. С позиций анализа произвольных сигналов и функций в частотной области и точного восстановления после преобразований можно отметить ряд недостатков разложения сигналов в ряды Фурье, которые привели к появлению оконного преобразования Фурье и стимулировали развитие вейвлетного преобразования. Основные из них: 1) ограниченная информативность анализа нестационарных сигналов и практически полное отсутствие возможностей анализа их особенностей (сингулярностей), т.к. в частотной области происходит «размазывание» особенностей сигналов (разрывов, ступенек, пиков и т.п.) по всему частотному диапазону спектра; 2) гармонические базисные функции разложения не позволяют отображать перепады сигналов с бесконечной крутизной типа прямоугольных импульсов, т.к. для этого требуется бесконечно большое число членов ряда. При ограничении числа членов ряда Фурье в окрестностях скачков и разрывов восстановленного сигнала возникают осцилляции (явление Гиббса); 3) преобразование Фурье отображает самые общие сведения о частотах исследуемого сигнала и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава. Так, например, преобразование Фурье не различает сигнал с суммой двух синусоид (стационарный сигнал), от сигнала с двумя последовательно следующими синусоидами с теми же частотами (нестационарный сигнал), т.к. спектральные коэффициенты вычисляются интегрированием по всему интервалу задания

сигнала. Преобразование Фурье не позволяет анализировать частотные характеристики сигнала в произвольные моменты времени.

В связи с этим для анализа опасных сигналов целесообразно использовать частотно-временные представления, а именно – математические методы частотно-временного распределения. Цель статьи – анализ современных методик компьютерного анализа опасных сигналов в частотно-временной области.

Частотно-временной анализ опасных сигналов

1. Динамическое преобразование Фурье (ДПФ). Частным способом решения задачи анализа частотных характеристик опасных сигналов в произвольные моменты времени является оконное преобразование Фурье с движущейся по сигналу оконной функцией, имеющей компактный носитель. Временной интервал сигнала при большой его длительности разделяется на подынтервалы, и преобразование Фурье выполняется последовательно для каждого подынтервала в отдельности. Тем самым осуществляется переход к частотно-временному (частотно-координатному) представлению сигналов. При этом в пределах каждого подынтервала сигнал "считается" стационарным. Результатом оконного преобразования является семейство спектров, которым отображается изменение спектра сигнала по интервалам сдвига окна преобразования. Это в какой-то мере позволяет выделять на координатной оси и анализировать особенности нестационарных сигналов.

Динамическое (оконное) преобразования Фурье (ДПФ) имеет вид

$$Sf(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)w(t - \tau)e^{-i\omega t} dt, \quad (1)$$

где $w(t)$ – оконная функция (ОФ). Энергограмма ДПФ задается выражением

$$E_s f(T) = \int_{-\infty}^{\infty} |Sf(T, \tau)|^2 dt. \quad (2)$$

Энергограмма ДПФ при интегрировании по ω дает полную энергию сигнала:

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_s f(\omega) d\omega. \quad (3)$$

| Тип окна | 3 дБ ширины полосы | 6 дБ ширины полосы | Наивысший боковой лепесток | Спад бокового лепестка (дБ/октава) | Свойства окна |
|-----------------------------|--------------------|--------------------|----------------------------|------------------------------------|---|
| Прямоугольное (Rectangular) | 0,89 | 1,21 | -12 | 6 | Очень узкий основной лепесток, хорошее частотное разрешение, плохое амплитудное разрешение, хорошее подавление белого шума. |
| Хемминга (Hamming) | 1,3 | 1,81 | -43 | 6 | Умеренно широкий основной лепесток, постоянный уровень боковых лепестков, хорошее амплитудное разрешение. |
| Блэкмана (Blackman) | 1,68 | 2,35 | -58 | 18 | Широкий основной лепесток, заметный спад боковых лепестков, хорошее амплитудное разрешение. |
| Ханнинга (Hanning) | 1,44 | 2,00 | -32 | 18 | Достаточно широкий входной лепесток, быстрый спад боковых лепестков, хорошее амплитудное разрешение |

В табл. 1 приведены некоторые распространенные оконные функции и их характеристики [1]. Оконное преобразование позволяет выявить информативные особенности сигнала и

по времени, и по частоте. Разрешающая способность локализации определяется принципом неопределенности Гейзенберга, который гласит, что невозможно получить произвольно точное частотно-временное представление сигнала, то есть нельзя определить для какого-то момента времени, какие спектральные компоненты присутствуют в сигнале. Чем уже окно, тем лучше временное разрешение, но хуже частотное, и наоборот. Кроме того, чем уже окно, тем более справедливы предположения о стационарности сигнала в пределах окна.

Осуществим ДПФ для модельного сигнала – импульса конечной ширины, задаваемого выражением

$$f(t) = \begin{cases} A/2\tau_{\text{имп}}, & t \in [t_0 - \tau_{\text{имп}}; t_0 + \tau_{\text{имп}}] \\ 0, & t \notin [t_0 - \tau_{\text{имп}}; t_0 + \tau_{\text{имп}}] \end{cases}, \quad (4)$$

где A и $\tau_{\text{имп}}$ – амплитуда и полуширина импульса соответственно.

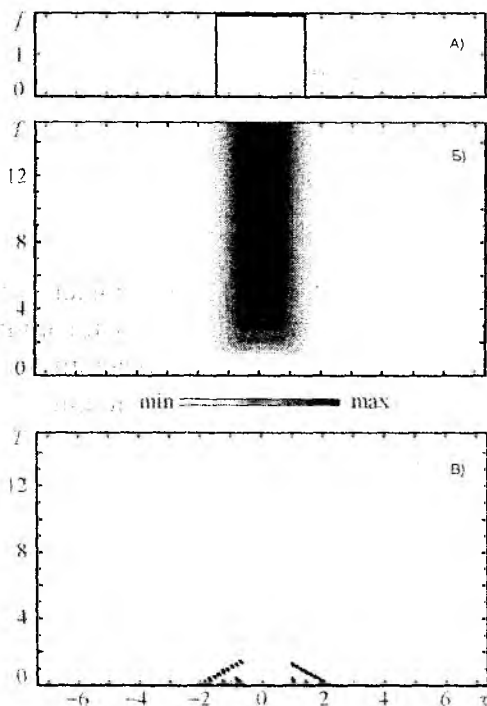


Рис. 1

На рис. 1 модельный сигнал проанализирован с помощью ДПФ. В верхней половине рис. 1 приводится исследуемый сигнал $f(t)$. В нижней половине рис. 1, в приведены результаты ДПФ исследуемого сигнала $f(t)$. Это модуль ФСП ДПФ (рис. 1, б) и его скелетон (рис. 1, в).

ДПФ является традиционным классическим методом анализа сигналов. В 90-х годах прошлого века непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) и аналитическое вейвлет-преобразование (АВП) противопоставлялись ДПФ и рассматривались как его более удачная альтернатива. В работах [2-4] неоднократно демонстрировалось, что ДПФ целесообразно применять не вместо, а вместе с непрерывным вейвлет-преобразованием и адаптивным вейвлет-преобразованием.

Главный недостаток ДПФ состоит в том, что воздействие локальной особенности на вид функции спектральной плотности ДПФ может быть ограничено по времени только шириной оконной функции независимо от масштаба T .

ДПФ проигрывает вейвлет-преобразованиям при анализе сверхширокополосных сигналов. Тем не менее, ДПФ имеет и ряд достоинств. Так, при обработке узкополосных и широкополосных в классическом смысле сигналов предпочтительным оказывается именно применение ДПФ. Это объясняется тем, что базисные функции преобразования Фурье, как известно, являются собственными для монохроматических сигналов. К достоинствам ДПФ также следует отнести богатый выбор оконных функций и наличие обратного преобразования.

2. Преобразование Габора (ПГ). ПГ представляет собой разновидность ДПФ с гауссовским окном и задается соотношением

$$\hat{G}f(\omega, \tau) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{1/4}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp\left(-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2}\right) \exp(-i\omega t) dt, \quad (5)$$

где σ определяет ширину окна. После замены ω на T получим:

$$\hat{G}f(T, \tau) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{1/4}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp\left(-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-i\frac{2\pi t}{T}\right) dt. \quad (6)$$

Энергограмма ПГ задается соотношением

$$E_G f(T) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{G}f(T, \tau)|^2 d\tau. \quad (7)$$

Основным достоинством ПГ является то, что оно обладает наилучшей время-частотной локализацией из всех существующих преобразований с точки зрения соотношения неопределенности. Его базисные функции обладают хорошей локализацией во временной и в частотной областях. Имеется также обратное преобразование. К недостаткам ПГ относится отсутствие автомодельности базиса, когда анализируемый сигнал на разных масштабах T раскладывается фактически по разным базисным функциям, а не по одной и той же, как при НВП и АВП.

3. Адаптивное преобразование Фурье (АПФ). АПФ сигнала $f(t)$ определяется соотношением [5]

$$\dot{A}_\nu f(T, \tau) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g\left(\frac{t-\tau}{T}\right) \exp\left(-i\nu v \left(\frac{t-\tau}{T}\right)\right) dt, \quad (8)$$

где ν – коэффициент ($\nu > 0$), показывающий, сколько полных периодов синусоиды укладывается на ширине финитной оконной функции $g(t)$.

Энергограмма АПФ задается соотношением

$$E_A f(T) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{A}f(T, \tau)|^2 d\tau. \quad (9)$$

АПФ занимает промежуточное положение между ДПФ и АВП. В ряде случаев АПФ сводится к АВП, но не всегда. Более того, АПФ допускает использование несимметричных оконных функций $g(t)$, что делает это преобразование удобным при обработке реальных сигналов, которые часто также являются несимметричными. В качестве недостатка можно отметить отсутствие обратного преобразования при произвольном виде $g(t)$.

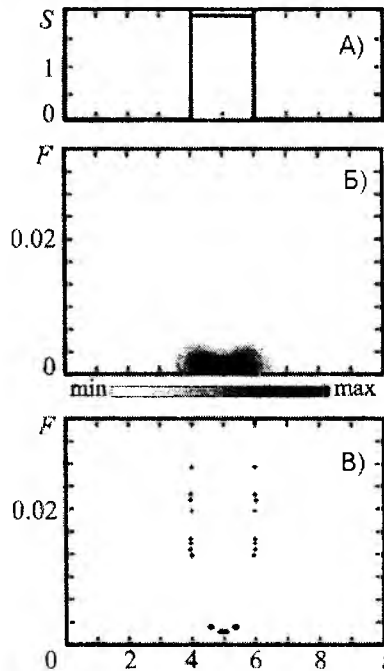


Рис. 2

4. Спектрограмма Фурье (СФ). СФ определяется как квадрат модуля ФСП ДПФ (см. [1, 6]):

$$P_S f(\omega, \tau) = |\dot{S}f(\omega, \tau)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(t) w(t-\tau) e^{-i\omega t} dt \right|^2, \quad (10)$$

Энергограмма СФ задается следующим соотношением:

$$E_S f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_S f(\omega, \tau) d\tau. \quad (11)$$

На рис. 2 модельный сигнал проанализирован с помощью СФ. В верхней половине рисунка приводятся исследуемый сигнал $f(t)$. В нижней половине рисунка приведены результаты СФ исследуемого сигнала $f(t)$. Это модуль ФСП СФ (рис. 1, б) и его скелетон (рис. 1, в). СФ, как и ДПФ, является классическим методом анализа сигналов. Основной недостаток СФ – наихудшее время-частотное разрешение среди используемых обычно нелинейных преобразований. Это плата за неоспоримое достоинство – отсутствие интерференционных членов, присущих в той или иной мере остальным нелинейным преоб-

разованиям мере. Кроме того, как и у ДПФ, достоинством СФ является наличие большого набора всевозможных оконных функций.

5. Вейвлет-преобразование сигналов. Начало 80-х годов прошлого столетия ознаменовано появлением нового направления в области обработки сигналов вейвлет-анализа. Его ус-

пешное применение во многих практических и теоретических приложениях косвенно свидетельствует о неисчерпаемых возможностях вейвлет-методов и постоянно стимулирует поиск новых задач. За короткое время в печати появилось огромное число публикаций, посвященных самым различным аспектам вейвлет-анализа.

В отличие от традиционно применяемого при анализе сигналов преобразования Фурье, результаты, полученные с помощью вейвлет-анализа, часто имеют существенно большую информативность и позволяют непосредственно обрабатывать такие особенности сигналов, которые при традиционном подходе анализировать затруднительно.

Не отвергая значимость анализа Фурье, вейвлет-методы успешно дополняют, а иногда способны и полностью заменить обработку данных традиционными методами. Сравнение возможностей, которые предоставляют традиционный и новый подходы, проведено в обширной литературе. Прежде всего, следует выделить работы И. Добеши [7–9], К. Чуи [10], В. Свелденса [11–17], А. Луиса, где наиболее объемно охвачены вопросы, связанные с вейвлет-анализом. Обзор локализационных свойств можно найти в [18]. Различным сторонам обработки физических данных посвящены работы [19–21]. Внедрение в механизмы обработки данных методов вейвлет-анализа наглядно показывает их способность комплексно подходить к решению задач. Наиболее известны применения вейвлет-анализа для подавления шума, например [22–24]. Реальные данные часто содержат выпадающие участки; для обработки таких сигналов разработаны адаптивные вейвлет-методы [25, 26]. Высокая потребность в качественных алгоритмах частично удовлетворена разработанными методами быстрых преобразований [27]. Тем не менее, эти методы не всегда пригодны для анализа произвольных данных, что, в свою очередь, способствует поиску новых подходов снижения вычислительных затрат. Существенный прогресс в этом направлении достигнут благодаря появлению методов вейвлет-анализа второго поколения, в частности лифтинг-схемы [11–13, 15, 17]. Для обработки данных разработаны и успешно применяются методы, основанные на более точных моделях сигналов, разработанных с учетом экспериментальных данных [28–31]. Большинство таких алгоритмов являются итерационными, а это часто негативно сказывается на производительности системы обработки эксперимента.

Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП, CWT – Continuous Wavelet Transform) сигнала $f(t)$ задается соотношением [4, 32]:

$$Wf(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt. \quad (12)$$

где $\psi(t)$ – вещественная вейвлетобразующая функция, часто называемая просто вейвлетом; a – параметр масштабирования; b – параметр сдвига.

Для анализа сигналов удобно использовать следующие их характеристики: вейвлет-спектр $Wf(a, b)$, его модуль $|Wf(a, b)|$, плотность энергии сигнала $P_w f(a, b)$, скелетон, энергограмму и дисперсию модуля вейвлет-коэффициентов. Плотность энергии сигнала задается соотношением

$$P_w f(a, b) = |Wf(a, b)|^2. \quad (13)$$

Под скелетоном поверхности в пространстве понимают картину линий, соединяющих локальные экстремумы (отдельно минимумы и максимумы) этой поверхности [6]. Энергограмма НВП задается интегралом

$$E_w f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} P_w f(a, b) db. \quad (14)$$

Энергограмма представляет собой распределение полной энергии сигнала W по различным масштабам a . Полная энергия сигнала

$$W = \int_0^{\infty} E_{\omega} f(a) \frac{da}{a^2}. \quad (15)$$

На рис. 3 для удобства сравнения результатов НВП и ДПФ во всех числовых характеристиках параметр масштабирования a заменяется на период T : ($a = kT$), а параметр сдвига – на переменную времени τ ($b = \tau$). Где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной функции $\psi(t)$. Тогда с учетом новых переменных имеем

$$Wf(T, \tau) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{kT}\right) dt. \quad (16)$$

Понятие масштаба ВП имеет аналогию с масштабом географических карт. Большие значения масштаба соответствуют общему представлению сигнала, а низкие значения масштаба позволяют различить детали. В терминах частоты низкие частоты соответствуют наиболее полной информации о сигнале (распределена на всей его протяженности), а высокие частоты – детальной информации и особенностям, которые имеют малую протяженность, т.е. масштаб вейвлета как единица шкалы частотно-временного представления сигналов обратен частоте. Масштабирование, как математическая операция, расширяет или сжимает сигнал. Большие значения масштабов соответствуют расширениям сигнала, а малые значения – сжатым версиям.

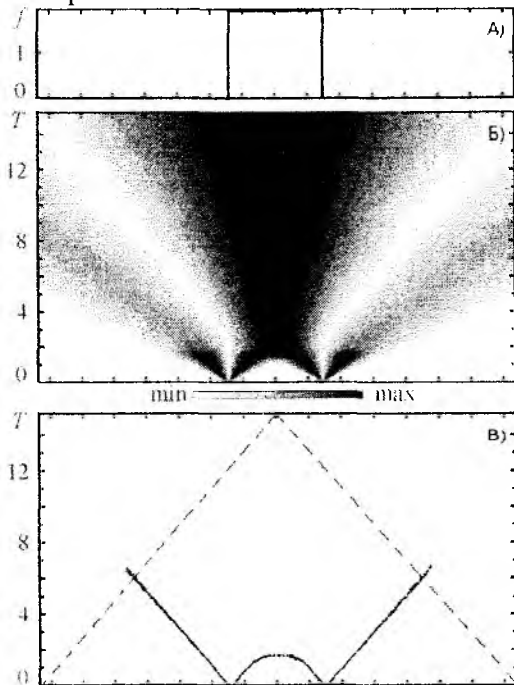


Рис. 3

На рис. 3 модельный сигнал проанализирован с помощью симметричного МНАТ-вейвлета (mexh). В верхней половине рисунка приводятся исследуемый сигнал $f(t)$ и результаты его НВП. Под графиком сигнала $f(t)$ (рис. 3, а) показан модуль его вейвлет-коэффициентов $Wf(T, \tau)$ (рис. 3, б). Будучи функцией двух переменных, графический образ $Wf(T, \tau)$ представляет собой поверхность в трехмерном пространстве. Ее проекция на плоскость выполнена в градациях серого цвета. Белый цвет соответствует нулевому, а черный – максимальному значению функции $Wf(T, \tau)$. Снизу от этого графика изображен скелетон (рис. 3, в).

Следует заметить, что форма вейвлета (четность или нечетность), доминирующая частота и степень ее локализации существенно влияют на вейвлет-спектры анализируемых сигналов и на возможности выделения его локальных особенностей.

На рис. 4, 5 приведены сравнительные спектры простых сигналов при использовании вейвлетов Wave (нечетный), Mhat (четный) и вейвлета по восьмой производной Гаусса, который также является четным, и имеет в 4 раза более высокую доминирующую частоту, чем вейвлет–Mhat.

Для оценки удачности выбора вейвлетного базиса при анализе конкретного сигнала с особенностью используется комплексный функционал качества, который был предложен в [32]. В работах [33, 34] с помощью комплексного функционала качества произведен выбор оптимального вейвлетного базиса для различных модельных сигналов при вейвлетном преобразовании.

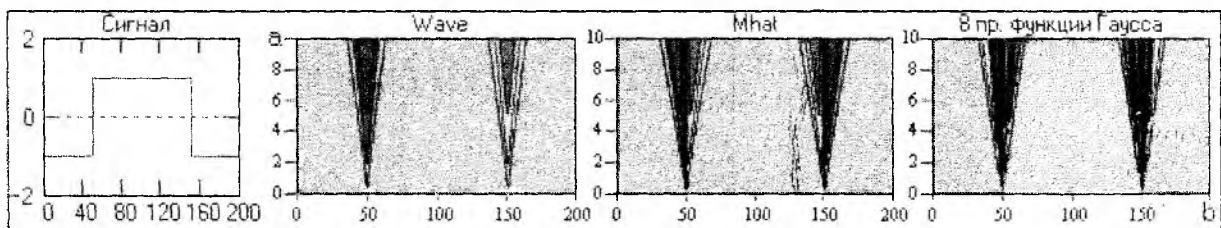


Рис. 4

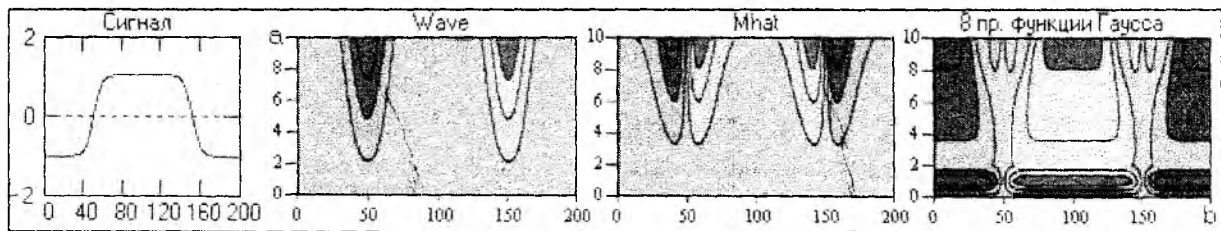


Рис. 5

Непрерывные вейвелты дают более наглядное представление результатов анализа в виде поверхностей вейвелт-коэффициентов по непрерывным переменным. На рис. 6 анализируемый сигнал состоит из двух модулированных гауссианов. Преобразование вейвелтом Морлета четко показывает их пространственную и частотную локализацию, в то время как спектр Фурье дает только частотную локализацию.

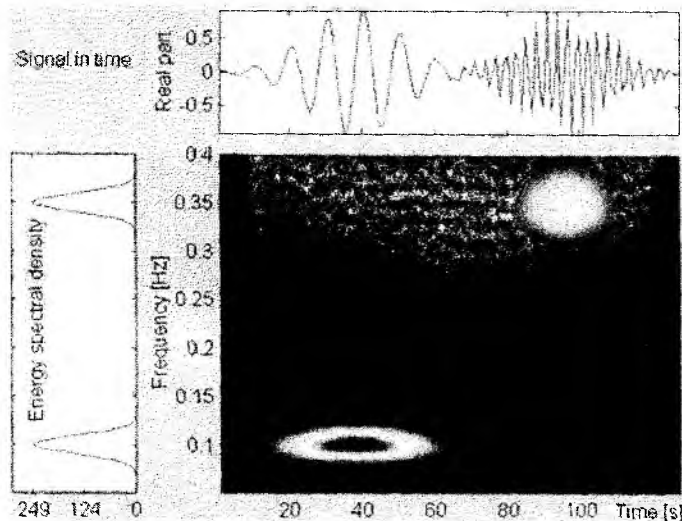


Рис. 6

НВП обеспечивает хорошие возможности для обнаружения и различения имеющихся в сигнале особенностей. Обнаружение локальной особенности сигнала удобно проводить с помощью модуля вейвелт-коэффициентов, а различение на качественном уровне – по внешнему виду скелетона. ДПФ при анализе сигналов с особенностями уступает по своим возможностям НВП, поскольку по сравнению с ним не обладает достаточным частотно-временным разрешением. Применение ДПФ предпочтительно при анализе слабо локализованных во времени сигналов и процессов (например, узкополосных, широкополосных), а НВП – хорошо локализованных (в частности, СШП).

Вместо вещественной вейвелтообразующей функции $\psi(t)$ можно использовать комплексную $\psi(t)$. Тогда соответствующее преобразование, называемое аналитическим вейвелт-преобразованием (АВП) вещественного сигнала $f(t)$, задается выражением (см., например, [34])

$$\tilde{W}f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (17)$$

или

$$\tilde{W}f(T, \tau) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{kT} \right) dt, \quad (18)$$

где $\psi^*(t)$ – функция, комплексно сопряженная аналитическому вейвелту $\psi(t)$. Основное отличие АВП от НВП заключается в комплекснозначности получаемого вейвелт-спектра $\tilde{W}f(a, b)$. АВП наследует от НВП как все его достоинства, так и недостатки. Кроме того, по-

лезной особенностью АВП является возможность рассматривать не только $\text{Re}\dot{W}f(a,b)$, как при НВП, но и $\text{Im}\dot{W}f(T,\tau)$, $|\dot{W}f(T,\tau)|$, $\arg\dot{W}f(T,\tau)$, что позволяет получить дополнительную информацию об исследуемом сигнале.

На рис. 7 приведен результат применения аналитического вейвлет-преобразования для анализа модельного сигнала – прямоугольно импульса конечной ширины. В качестве базисного вейвлета использовался комплексный вейвлет Гаусса cgau . На рисунке показан анализируемый сигнал во временной области, под ним последовательно – амплитудная (рис. 7. б) и фазовая (рис 7. в) характеристики комплексного вейвлет-спектра. Поверхности $|\dot{W}f(T,\tau)|$ и $\arg\dot{W}f(T,\tau)$ графически на плоскости изображаются в градациях серого цвета, причем максимальному значению функции соответствует черный цвет, а минимальному – белый.

АВП при анализе сигналов с особенностями интересно, в первую очередь, возможностью использования фазовой характеристики $\arg\dot{W}f(a,b)$.

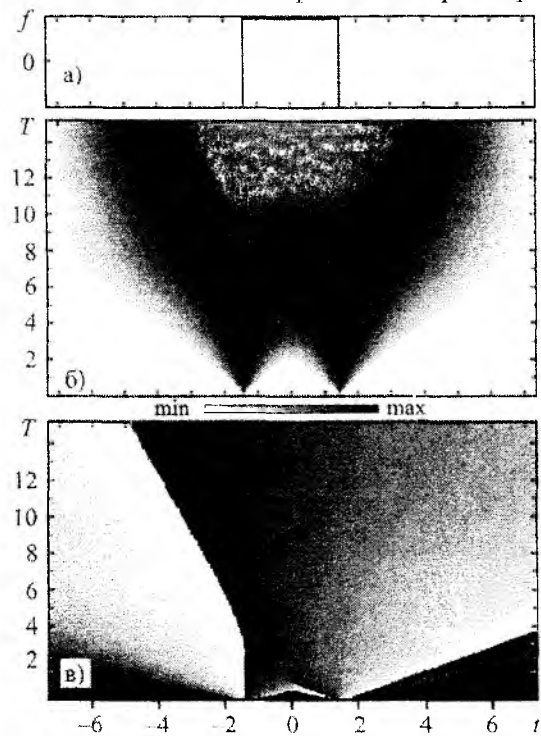


Рис. 7

Так, для слабо выраженной особенности (например, при малом скачке фазы гармонического сигнала), когда на плоскости модуля вейвлет-коэффициентов ее наличие невооруженным глазом определить невозможно, на фазовой характеристике по-прежнему хорошо видно точное положение особенности на оси времени.

Достоинства и недостатки вейвлетных преобразований: 1) Вейвлетные преобразования обладают практически всеми достоинствами преобразований Фурье. Вейвлетные базисы могут быть хорошо локализованными как по частоте, так и по времени. При выделении в сигналах хорошо локализованных разномасштабных процессов можно рассматривать только те масштабные уровни разложения, которые представляют интерес. 2) Вейвлетные базисы, в отличие от преобразования Фурье, имеют достаточно много разнообразных базисных функций, свойства которых ориентированы на решение различных задач. 3) Базисные вейвлеты могут иметь и конечные, и бесконечные носители.

реализуемые функциями различной гладкости. Недостатком вейвлетных преобразований является их относительная сложность, зависимость вейвлет-спектра анализируемого сигнала от вида выбранного вейвлета и субъективность выбора вейвлета в каждом конкретном случае. Еще один недостаток НВП заключается в отсутствии обратного преобразования для неортогональных вейвлетов.

Практическое использование вейвлет-преобразований связано, в основном, с дискретными вейвлетами как в силу повсеместного использования цифровых методов обработки данных, так и в силу ряда различий дискретного и непрерывного вейвлет-преобразований.

Вейвлет-анализ целесообразно применять для анализа сложных нестационарных сигналов. Устранение избыточности преобразования может осуществляться на основе двух основных подходов. Во-первых, на вейвлетной плоскости могут оставаться лишь голько интересные нас свойства сигнала, а все остальные – удаляться. Типичным приложением является очистка сигналов от шумов, идентификация объектов и т.д. Другой подход является статистическим и заключается в вычислении распределений и моментов. В зависимости от задачи экспериментатор должен сам решить, какой подход ему применить.

6. Вигнер-анализ сигналов. Преобразование Вигнера, как известно, задается соотношением [35-38]:

$$P_v f(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) \exp(-i\omega t) dt, \quad (19)$$

где $P_v f(\omega, \tau)$ – функция спектральной плотности (ФСП) ПВ, знак “*” означает операцию комплексного сопряжения. Кроме анализа ФСП ПВ, целесообразно использовать также их скелетон-линии локальных экстремумов модуля ФСП (скелетон состоит из отдельных хребтов) и энергограммы – распределения энергии сигнала по частотам:

$$E_v f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_v(\omega, \tau) d\tau. \quad (20)$$

Энергию сигнала можно вычислить как

$$W = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \iint P_v^2 f(\omega, \tau) d\tau d\omega. \quad (21)$$

Основным достоинством ПВ является его хорошее время-частотное разрешение. К достоинствам ПВ, а также остальных преобразований класса Козна можно отнести наличие обратных преобразований, позволяющих восстановить сигнал по известной ФСП.

В то же время ПВ присущи определенные недостатки. Первый из них характерен для всех преобразований класса Козна и связан с тем, что ФСП этих преобразований в некоторых областях может оказаться отрицательной, что физически корректно интерпретировано быть не может.

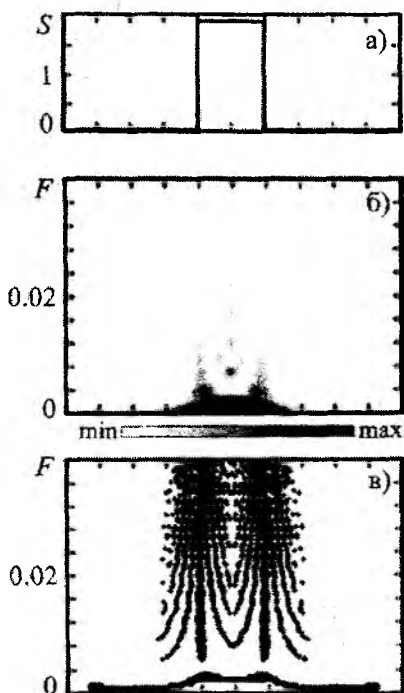


Рис. 8

Второй недостаток состоит в наличии в ФСП интерференционных членов для многокомпонентных сигналов. Однако существует несколько подходов, позволяющих уменьшить интенсивность этих интерференционных членов, используя определенные методы усреднения. Основным методом борьбы с этим недостатком ПВ – введение в преобразование весовых оконных функций во временной и частотной областях. Эта идея реализована в псевдопреобразовании Вигнера (ППВ) и сглаженном псевдопреобразовании Вигнера (СППВ) [38]. Однако время-частотное разрешение ППВ и СППВ по сравнению с разрешением ПВ несколько ухудшается.

В целом ПВ позволяет выявлять время-частотную структуру различных сигналов с особенностями. При этом для получения большего количества достоверной информации о сигнале желательно сравнивать результаты не только со СФ, но и с результатами НВП и АВП.

На рис. 8 ФСП представлены в градациях серого цвета, причем более темный тон соответствует большему значению функции: а – сигнал во временной области, б – ФСП ПВ, в – скелетон ФСП ПВ.

7. Чои-Вильямс-анализ сигналов (ПЧВ). В 1989 г. Чои и Вильямсом [39] было предложено использовать распределение, которое относится к классу преобразований Козна и позволяет уменьшить влияние интерференции при сохранении полезных свойств ПВ.

ПЧВ сигнала $f(t)$ задается следующим соотношением (см., например, [1, 40]):

$$P_{CW} f(\tau, \omega) = \sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\omega t)}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-(u-\tau)^2 \sigma}{4t^2}\right) f\left(u + \frac{t}{2}\right) f^*\left(u - \frac{t}{2}\right) dudt, \quad (22)$$

где символ "*" обозначает операцию комплексного сопряжения, c – положительный, масштабный коэффициент. Энергию сигнала можно вычислить как

$$W = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \iint P_{cW}^2 f(\omega, \tau) d\tau d\omega. \quad (23)$$

Практическое значение ПЧВ при анализе сигналов заключается в следующем [40]. Во-первых, оно дает возможность получать более полную информацию о сигнале, чем при использовании других средств, например спектрограмм. Во-вторых, позволяет проводить анализ частотно-временного содержания отдельных особенностей сигнала. В-третьих, представляет интерес анализ соответствующей ФСП сигнала без учета того, является она частотно-временной плотностью сигнала или нет.

Достоинства ПЧВ состоят в хорошей частотно-временной локализации и инвариантности относительно сдвигов фазы, времени и частоты. Его возможности по выявлению частотно-временной локализации сигналов превосходят возможности ДПФ. Основным преимуществом ПЧВ перед ПВ является параметр, регулирующий уровень интерференционных членов. Прием и обработка реальных сигналов всегда сопровождается влиянием помех. Внешние помехи чаще всего представляют собой случайную последовательность импульсов со случайными параметрами, причем они не являются гауссовыми. Для таких помех разномастные компоненты в разложении скоррелированы, что приводит к неэффективности линейных методов анализа (таких, как фурье-анализ, вейвлет-анализ и др.). В то же время применение нелинейных преобразований из класса Коэна, в число которых входит и преобразование Чои–Вильямса (ПЧВ), может обеспечить повышение качественных показателей при нелинейной фильтрации помех.

ПВ, будучи квадратичным по исследуемому сигналу, ПЧВ является одним из возможных методов нелинейной обработки сигналов, которая получает все большее распространение. Недостатками ПЧВ являются возникновение интерференции при анализе суммы нескольких сигналов, приводящей к появлению в ФСП ложных экстремумов, а также то, что при уменьшении значения параметра c , управляющего уровнем интерференционных членов, вместе с ними подавляются и локальные особенности сигнала, а следовательно, снижается частотно-временное разрешение.

8. Преобразование Борна–Жордана (ПБЖ). ПБЖ сигнала $f(t)$ определяется соотношением [6]

$$P_{BJ} f(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|t|} \int_{\tau-|t|/2}^{\tau+|t|/2} f\left(s + \frac{t}{2}\right) f^*\left(s - \frac{t}{2}\right) ds \exp(-i\omega t) dt. \quad (24)$$

Энергограмма ПБЖ:

$$E_{JB} f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{JB}(\omega, \tau) d\tau. \quad (25)$$

ПБЖ – наименее известное из всех обычно используемых преобразований. Оно, как и ПЧВ, является еще одним способом усреднения ПВ с целью снижения уровня интерференционных членов. Подобно ПЧВ, ПБЖ также имеет несимметричность характера подавления интерференции вдоль прямых $\omega = const$ и $\tau = const$. В отличие от ПЧВ ПБЖ лучше подавляет ее во втором случае. К недостаткам ПБЖ можно отнести невозможность управления величиной данного эффекта, а значит, и изменением время-частотного разрешения.

Также для анализа опасных сигналов рекомендуется совместное использование ДПФ, СФ, ПВ, ПЧВ, НВП, АВП, ПБЖ, например в рамках системного спектрального анализа, разработанного украинскими радиоп физиками О. В. Лазоренко и Л. Ф. Черногором [41].

9. Преобразование Гильберта–Хуанга. Под преобразованием Гильберта–Хуанга (Hilbert–Huang transform – ННТ) понимается совокупность эмпирического метода декомпозиции нелинейных и нестационарных сигналов (EMD) и Гильбертов спектральный анализ

(HSA) [42–54]. ННТ в целом представляет собой частотно-временной анализ данных (сигналов) и не требует априорного функционального базиса. Функции базиса получаются адаптивно непосредственно из данных процедурами отсеивания EMD. Мгновенные частоты вычисляются от производных фазовых функций Гильбертовым преобразованием функций базиса. Заключительный результат представляется в частотно-временном пространстве.

Большинство естественных материальных процессов в реальных физических системах и соответствующих этим процессам и системам данных в той или иной мере являются нелинейными и нестационарными. Это относится и к естественным шумовым процессам, сопровождающим регистрацию какой-либо полезной информации, и к шумам самой измерительной аппаратуры, особенно высокочувствительной, и к шумам передачи данных по каналам связи. Необходимое условие корректного представления нелинейных и нестационарных данных заключается в том, чтобы иметь возможность формирования адаптивного базиса разложения сигналов, функционально зависящего от содержания самих данных. Такой подход и реализуется в методе EMD.

Заключение

Проанализированы различные частотно-временные распределения сигналов. С позиций технической защиты информации данный обзор преобразований и результаты анализа модельного сигнала актуальны, поскольку в настоящее время в данной области анализ опасных сигналов осуществляется преимущественно в частотной области. Поскольку опасные сигналы, например побочные электромагнитные излучения, являются функцией времени и угловых координат, то для осуществления восстановления сигнала и его анализа необходимо осуществлять именно его частотно-временной анализ. Исключительно частотный анализ сигналов (преобразование Фурье) не позволяет проанализировать восстановленный сигнал во временной области, а соответственно, нет возможности анализа формы сигнала, которая в случае широкополосных и сверхширокополосных сигналов является носителем информации.

Список литературы: 1. *The transforms and applications handbook* / Editor-in-chief, Alexander Poularikas. USA: CRC Press, 1996. 1335 p. 2. О. В. Лазоренко, С. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор. Вейвлет-анализ модельных сверхширокополосных сигналов // *Успехи современной радиоэлектроники*. 2006. №8. С. 47–61. 3. О. В. Лазоренко, С. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения кратковременных знакопеременных и сверхширокополосных процессов // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2004. Т. 9, №9–10. С. 31–62. 4. О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор. Фрактальные сверхширокополосные сигналы // *Радиофизика и радиоастрономия*. 2005. Т. 10, №1. С. 62–84. 5. О. В. Лазоренко, С. В. Панасенко, Л. Ф. Черногор. Адаптивное преобразование Фурье // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2005. Т. 10, №10. С. 39–50. 6. Л. Коэн. Время-частотные распределения: Обзор // *ГИИЭР*. 1989. Т. 77, №16. С. 72–120. 7. И. Добеши. Десять лекций по вейвлетам. Пер. с англ. Ижевск, НИЦ регулярная и хаотическая динамика, 2001. 8. I. Daubechies. Recent Results in Wavelet Applications. Proceedings of SPIE Aerosense Symposium, 1998, pp. 23–31. 9. I. Daubechies. Ten Lectures on Wavelets. MIAN, Philadelphia, 1992. 10. К. Чуи. Введение в вейвлеты. М.: Мир, 2001. 11. W. Sweldens. The Lifting Scheme: A Construction of Second Generation Wavelets. SIAM J. Math. Anal, vol. 29 (1997), № 2, pp. 511–546. 12. W. Sweldens. The Lifting Scheme: A new Philosophy in Biorthogonal Wavelet Constructions. In Wavelet Applications in Signal and Image Processing III. Proc. SPIE 2569, 1995, pp. 68–79. 13. W. Sweldens. Wavelets and the lifting scheme: A 5 minute tour. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, vol. 76 (Suppl. 2) (1996), pp. 41–44. 14. W. Sweldens. Wavelets: What Next? Proceedings of the IEEE, vol. 84 (1996), № 4, pp. 680–685. 15. W. Sweldens, I. Daubechies. Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps. Fourier Anal. Appl., vol. 4 (1998), №. 3, pp. 247–269. 16. W. Sweldens, R. Pissens. Wavelet Sampling Techniques. Proceedings of the Statistical Computing Section, American Statistical Association, pp. 20–29, 1993. 17. W. Sweldens, P. Schröder. Building your own Wavelets at Home (in Wavelets in Computer Graphics). ACM SIG-GRAPH Course Notes, 1996, pp. 15–87. 18. I. Daubechies. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 36 (1990), pp. 961–1005. 19. И. Дремин, О. Иванов, В. Нечитайло. Вейвлеты и их использование. Успехи физических наук. 2001. Т. 171, № 5. С. 465–561. 20. J. Morlet. Sampling Theory and Wave Propagation in NATO ASI Series. Issues in Acoustic signal / Image processing and recognition. Vol. 1. Berlin, 1983, pp. 233–261. 21. J. Morlet et al. Wave Propagation and Sampling Theory // J. Morlet, G. Arens, I. Fourgeau, D. Giard. Geophysics, vol. 47 (1982), pp. 203–236. 22. В. Воробьев, В. Грибунин. Теория и практика вейвлет-преобразования. С.-Пб.: Издательство

ВУС, 1999. 23. *I. Dremin*. Continuous Wavelets as a Tool for Correlation Studies. Proceedings of the 8th International Workshop on Multiparticle Production, Hungary, 1998, pp. 287–293. 24. *U. Pen*. Application of Wavelets to Filtering of Noisy Data. In *Wavelets: the Key to Intermittent Information?* Oxford University Press, 2000. 25. *Д. Галягин, П. Фрик*. Адаптивные вейвлеты (алгоритм спектрального анализа сигналов с пробелами в данных) // Математическое моделирование систем и процессов. 1996. № 6. С. 10. 26. *Л. Новиков*. Адаптивный вейвлет-анализ сигналов // Научное приборостроение. 1998. Т. 9, № 2. С. 35. 27. *В. Малоземов, А. Певный, А. Третьяков*. Быстрое вейвлетное преобразование дискретных периодических сигналов и изображений // Проблемы передачи информации. 1998. Т. 34, № 5. С. 465–561. 28. *H. Agakishiev et al.* Cherenkov Ring Fitting Techniques for the CERES RICH Detectors. *Nuclear Instruments And Methods*, A371 (1996), pp. 243–247. 29. *H. Agakishiev et al.* Effective Pulse Resolution Algorithms for detectors with Gaussian-Like Signal Shape. *JINR Communication E10–97–105*, Dubna, 1997. 30. *N. Astafyeva, I. Dremin, K. Kotelnikova*. Pattern Recognition in High Multiplicity Events. *Modern Physics Letters*, 1997, A12, pp. 1185–1192. 31. *S. Voloshin, Y. Zhang*. Flow Study in Relativistic Nuclear Collisions by Fourier Expansion of Azimuthal Particle Distributions. *Zeitschrift for Physik C Particles and Fields*, vol. 70 (1996), pp. 665–671. 32. *Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф.* Вейвлет-анализ нелинейных волновых процессов // Успехи современной радиоэлектроники. 2005. №10. С. 3-21. 33. *Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф.* Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 1. Непрерывное вейвлет-преобразование // Радиофизика и радиоастрон. Т. 12. № 2. С. 182–204. 2007. 34. *Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф.* Вейвлет-анализ модельных сигналов с особенностями. 2. Аналитическое и дискретное вейвлет-преобразование // Радиофизика и радиоастрон. Т. 12. № 3. С. 278–294. 2007. 35. *О. В. Вишневцкий, В. Ф. Кравченко, О. В. Лазоренко, Л. Ф. Черногор*. Преобразование Вигнера и атомарные функции в цифровой обработке сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11, №6. С. 26-38. 36. *Wigner E. P.* On the quantum correction for thermo-dynamic equilibrium // *Phys. Rev.* 1932. Vol. 40. P. 749-759. 37. *Малла С.* Вэйвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. М.: Мир, 2005. 671 с. 38. *Auger F., Flandrin P., Goncalves P., Lemoine O.* Time-Frequency Toolbox Reference Guide. *Hewston: Rice University*, 2005. 180 p. 39. *Choi H.-J., Williams W J.* Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels // *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* 1989. Vol 37, No. 6. P. 862-871. 40. *Вишневцкий О. В., Кравченко В. Ф., Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Преобразование Вигнера и атомарные функции в цифровой обработке сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11, №6. С. 26-38. 41. *Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф.* Системный спектральный анализ сигналов: теоретические основы и практические применения // Радиофизика и радиоастрономия. 2007. Т. 12, № 2. С. 162-181. 42. *Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R., Wu, M.C., Shih, S.H., Zheng, Q., Tung, C.C., and Liu, H.H.*, The empirical mode decomposition method and the Hilbert spectrum for non-stationary time series analysis, *Proc. Roy. Soc. London*, A454, 903-995, 1998. 43. *Huang, N.E., Shen, Z., and Long, S.R.*, A new view of water waves—the Hilbert spectrum, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 31, 417-457, 1999. 44. *Flandrin, P.*, *Time-Frequency / Time-Scale Analysis*, Academic Press, San Diego, 1999. 45. *Huang, N.E., Wu, M.L., Long, S.R., Shen, S.S.P., Qu, W.D., Gloersen, P., and Fan, K.L.* A confidence limit for the empirical mode decomposition and the Hilbert spectral analysis, *Proc. Roy. Soc. London*, A459, 2317-2345, 2003. 46. *Huang, N.E., Long, S.R., and Shen, Z.* The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution, *Adv. Appl. Mech.*, 32, 59-111, 1996. 47. *Olhede, S. and Walden, A.T.* The Hilbert spectrum via wavelet projections, *Proc. Roy. Soc. London*, A460, 955-975, 2004. 48. *Flandrin, P., Rilling, G., and Goncalves, P.* Empirical mode decomposition as a filterbank, *IEEE Signal Proc. Lett.*, 11(2), 112-114, 2004. 49. *Nunes, J.C., Guyot, S., and Delechelle, E.* Texture analysis based on local analysis of the bidimensional empirical mode decomposition, *Mach. Vision Appl.*, 16(3), 177-188, 2005. 50. *Linderherd, A.*, Compression by image empirical mode decomposition, *IEEE Int. Conf. Image Process.*, 1, 553-556, 2005. 51. *Linderherd, A.* 2D empirical mode decompositions in the spirit of image compression, *Wavelet Independ. Compon. Anal. Appl.* IX, *SPIE Proc.* 4738, 1-8, 2002. 52. *Long, S.R.*, Applications of HHT in image analysis, *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, *Interdisciplinary Mathematical Sciences*, 5, 289-305, World Scientific, Singapore, 2005. 53. *Huang, N.E., Wu, Z., Long, S.R., Arnold, K.C., Blank, K., and Liu, T.W.*, On instantaneous frequency, *Proc. Roy. Soc. London* 2006, in press. 54. *Huang, N.E.*, Introduction to the Hilbert-Huang transform and its related mathematical problems, *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, *Interdisciplinary Mathematical Sciences*, 5, 1-26, World Scientific, Singapore, 2005.