

В. С. ГОЛИКОВ, канд. техн. наук, В. К. КОВАЛЬЧУК, В. В. СУМЦОВ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦИКЛИЧЕСКИХ ОПТИМАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

В цифровой технике реализация алгоритмов круговых сверток по числу требуемых вычислительных операций существенно проще, чем реализация обычных арифметических сверток [1]. Поэтому внимание исследователей привлекает разработка оптимальных циклических схем обработки сигналов. В работах [2; 3] приведен синтез оптимальных по критерию Неймана — Пирсона M -ичных оптимальных фильтров и приближенно оценена [4] их помехоустойчивость на примере экспоненциально коррелированных нормальных помех и шумов.

Рассмотрим методику нахождения точных характеристик обнаружения циклических оптимальных фильтров и оценим эффективность обычных и циклических фильтров для различных моделей помех.

Пусть обработке подвергается аддитивная смесь $y(x, x_0)$ дискретных стационарной нормальной коррелированной помехи $n(x)$ и ожидаемого сигнала $s(x, x_0)$, состоящего из N импульсов с неизвестным временем прихода $x_0 \dot{y}(x, x_0) = \dot{n}(x) + s(x, x_0)$. Пространство дискретной переменной $x \in [0, k-1]$, в котором осуществляется поиск и обнаружение сигнала, разбивается последовательно на непересекающиеся подпространства размером N . На каждом таком подпространстве примем $x, x_0 \in [0, N-1]$. Задача поиска и обнаружения, сводящаяся к проверке в каждом подпространстве сложной гипотезы о наличии в смеси $y(x, x_0)$ сигнала $s(x, x_0)$ и помехи $n(x)$ против простой альтернативы о присутствии только помехи [2], решается сравнением с пороговым сигналом выходного эффекта циклического фильтра

$$\dot{Z}(i) = \sum_{x=0}^{N-1} \dot{y}(x \oplus i) \cdot \dot{h}(x) \quad (1)$$

при $t \in [0, N-1]$. Импульсную характеристику циклического фильтра $h(x)$ находим из уравнения

$$\sum_{x=0}^{N-1} h(x) \dot{R}_n^{(u)}(x_0 \ominus x) = s(x, x_0), \quad (2)$$

где $\dot{R}_n^{(u)}(x)$ — циклическая корреляционная функция помех. Алгоритм (1) с учетом (2) — оптимальный при детерминированном сигнале $s(x, x_0)$. Однако для случая медленно флюктуирующего сигнала с функцией корреляции флюктуаций вида $\dot{R}_c(\tau) = \sigma_c^2 r_c(\tau) e^{j\theta}$ при $r_c(1) \approx 1$ алгоритм (1) является квазиоптимальным. Если огибающая флюктуирует по закону Рэлея, а высокочастотная фаза радиопульсов распределена по равномерному закону на интервале $[-\pi, \pi]$, то зависимость вероятности правильного обнаружения при фиксированной вероятности ложной тревоги F можно найти по правилу

$$D = F \frac{1}{1 + q_{\text{вых}}^2}, \quad (3)$$

где параметр $q_{\text{вых}}^2$ равен отношению пиковой мощности сигнала P_c к средней мощности помехи P_n , взятых на выходе циклического фильтра

$$q_{\text{вых}}^2 = \frac{P_c}{P_n} = \mu q_{\text{вх}}^2,$$

$q_{\text{вх}}^2$ — отношение сигнал-помеха на входе фильтра; μ — коэффициент подпомеховой видимости

$$\mu = \text{Sp} \{ \| Q_n^{(u)} \| \times \| R_c^{(u)} \| \}. \quad (4)$$

Здесь $\| Q_n^{(u)} \|$ — обратная циклическая корреляционная матрица помех; $\| R_c^{(u)} \|$ — циклическая корреляционная матрица сигнала. Используя свойства циркулянтности матриц $\| Q_n^{(u)} \|$, $\| R_c^{(u)} \|$, выражение (4) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \mu &= \text{Sp} \{ \| \Phi \| \times \text{diag} \{ \| \Phi \| \times \| Q_n^{(u)} \| \} \times \| \tilde{\Phi} \| \times \| \Phi \| \times \\ &\times \text{diag} \{ \| \Phi \| \times \| R_c^{(u)} \| \} \times \| \tilde{\Phi} \| \} = \text{Sp} \left\{ \text{diag} \frac{\| \Phi \| \times \| \dot{R}_c^{(u)} \|}{\| \Phi \| \times \| \dot{R}_n^{(u)} \|} \right\}, \end{aligned}$$

где $\| \Phi \|$, $\| \tilde{\Phi} \|$ — прямое и обратное преобразование Фурье в базисе дискретных экспоненциальных функций. Тогда

$$\mu = \frac{\sum_{\tau=0}^{N-1} \dot{R}_c^{(u)}(\tau) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\tau\right)}{\sum_{\tau=0}^{N-1} \dot{R}_n^{(u)}(\tau) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\tau\right)}. \quad (5)$$

Учитывая известное соотношение между обычной и циклической корреляционными функциями

$$\dot{R}_c^{(u)}(\tau) = \frac{1}{N} [(N - \tau)\dot{R}_c(\tau) + \tau\dot{R}_c(\tau - N)],$$

формулу (5) запишем следующим образом:

$$\mu = \frac{N + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} (N - \tau) \dot{R}_c(\tau) \cos \left[\tau \left(\theta + k \frac{2\pi}{N} \right) \right]}{N + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} (N - \tau) \dot{R}_n(\tau) \cos \left[\tau \left(\varphi + k \frac{2\pi}{N} \right) \right]}, \quad (6)$$

где θ , φ — междупериодные набег фазы сигнала и помехи.

Расчеты эффективности циклического фильтра проведем для помех с корреляционными функциями трех видов

$$\dot{R}_{n1}(\tau) = \sigma_n^2 e^{-\frac{|\tau|}{T_{n1}}} e^{i\varphi} \quad (7); \quad \dot{R}_{n2}(\tau) = \sigma_n^2 \left(1 + \frac{|\tau|}{T_{n2}} \right) e^{-\frac{|\tau|}{T_{n2}}} e^{i\varphi} \quad (8);$$

$$\dot{R}_{n3}(\tau) = \sigma_n^2 \left(1 + \frac{|\tau|}{T_{n3}} + \frac{|\tau|^2}{3T_{n3}^2} \right) e^{-\frac{|\tau|}{T_{n3}}} e^{i\varphi}. \quad (9)$$

Корреляционная функция флюктуаций сигнала

$$\dot{R}_c(\tau) = \sigma_c^2 e^{-\frac{|\tau|}{T_c}} e^{i\theta}.$$

На рис. 1 представлены зависимости коэффициента подпомеховой видимости от количества обрабатываемых импульсов N для помех с корреляционными функциями вида (7). Коэффициент корреляции флюктуаций сигнала $r_c(1) \approx 1$, а коэффициент корреляции помехи $r_n(1) = 0,99$. Регулярные междупериодные набег фазы помехи $\varphi = 0$, сигнала $\theta = 5^\circ$ (кривые 1, 2) и $\theta = 180^\circ$ (кривые 3, 4), причем кривые 1, 3 — для обычного оптимального фильтра, а 2, 4 — для циклического оптимального фильтра.

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента подпомеховой видимости от междупериодного набег фазы сигнала для восьмиимпульсной пачки и помех, корреляционные функции которых описываются формулами (7) — кривые 1, 2, (8) — 3, 4, (9) — 5, 6. Коэффициенты корреляций сигнала $r_c \approx 1$, помехи $r_n = 0,99$ и междупериодный набег фазы помехи $\varphi = 0$. Здесь сплошные кривые — характеристики обычного оптимального фильтра, а пунктирные — циклического.

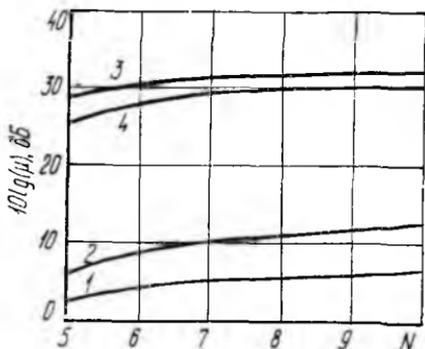


Рис. 1

Анализ графиков и формулы (6) показывает, что циклический фильтр обеспечивает более высокий коэффициент подпомеховой видимости для любых типов помех, чем обычный фильтр, на интервале $0 < \theta < < 300^\circ/N$. При этом выигрыш для $\theta = 150^\circ/N$ приблизительно равен $0,6N$ дБ. Средний выигрыш в коэффициенте подпомеховой видимости от применения циклического фильтра в указанном диапазоне θ° составляет около $0,4N$ дБ.

При $180 \geq \theta \geq 300^\circ/N$ оптимальный циклический фильтр уступает оптимальному обычному фильтру в коэффициенте подпомеховой видимости. Максимальный проигрыш имеет место при θ , равном 180° , и зависит от типа помех и количества импульсов в пачке. Так, при

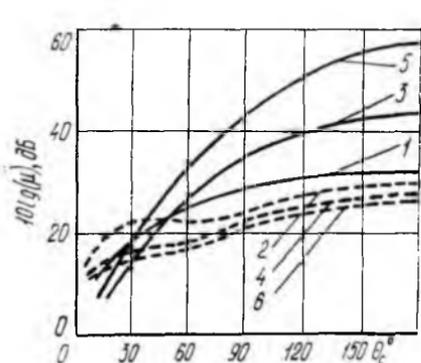


Рис. 2

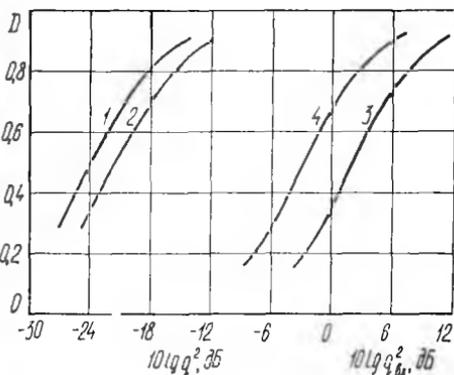


Рис. 3

$N = 8$ проигрыш составляет 3 дБ, 16 дБ, 30 дБ для помех (7), (8), (9). Анализ показывает целесообразность применения циклических фильтров для помех типа (7) во всем диапазоне междупериодных набегов фазы сигнала, а для помех (8), (9) при $\theta < 300^\circ/N$.

На рис. 3 представлены зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-помеха на входе фильтра при вероятности ложной тревоги $F = 10^{-2}$ и помехе (7) с $\varphi = 0^\circ$, причем $r_c \approx 1$, $r_n = 0,99$. Здесь кривые 1, 2 соответствуют $\theta = 180^\circ$, кривые 3, 4 — $\theta = 5^\circ$, $N = 8$. Обычный оптимальный фильтр — кривые 1, 3; циклический — 2, 4.

Список литературы: 1. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. — М.: Радио и связь, 1985. — 248 с. 2. Голиков В. С., Кравченко Н. И. Теория оптимальной М-ичной фильтрации сигналов на фоне коррелированных помех // Изв. вузов. Радиотехника. — 1984. — 27, № 7. — С. 15—19. 3. Голиков В. С. Оптимальная обработка сигналов блочными М-ичными фильтрами // Радиотехника. — 1985. — Вып. 73. — С. 57—60. 4. Голиков В. С., Кулемин Г. П. Помехоустойчивость блочных циклических оптимальных фильтров // Радиотехника. — 1985. — Вып. 74. — С. 60—64.

Поступила в редколлегию 29.08.86