УДК 62-501.12

К. П. НЕСТЕРОВ, А. Б. ЖОЛОБЕНКО

АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ТИПОВОЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ФЛЮКТУИРУЮЩИМ ПАРАМЕТРОМ

Высокой точности измерения обычно достигают с помощью автоматических радиотехнических систем, построенных по принципу замкнутых следящих систем. В общем виде такие следящие измерители могут быть представлены блок-схемой (рис. 1). В качестве сравнивающих устройств в радиотехнических системах применяются дискриминаторы различных типов (амплитудные, частотные, фазовые, временные). Выходной сигнал таких устройств, как правило, представляет собой напряжение, абсолютная величина и знак которого характеризуют отклонение измеренного значения от истинного, и записывается в виде [1] $u(t, \varepsilon) = n(t) + S(t)\varepsilon(t)$, где $n(t)$ — белый шум с нулевым средним и спектральной плотностью N_0; $S(t)$ — коэффициент, характеризующий крутизну статической характеристики дискриминатора; $\varepsilon(t)$ — сигнал рассогласования, $\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$. $S(t)$ — слу-

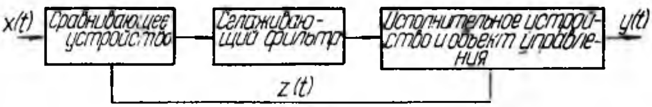

Рис. 1

чайный процесс, флюктуации его вызываются амплитудными замираниями сигнала.

Влияние флюктуирующего коэффициента усиления на качество радиотехнической системы исследовалось в ряде работ [2; 3]. Флюктуации параметра системы аппроксимировались белым шумом [2], что на практике не всегда выполняется. Представляет интерес исследование влияния флюктуаций коэффициента усиления на точность работы системы при условии, что они соответствуют коррелированному случайному процессу. В работе [3] приводится довольно громоздкий для инженерной практики метод изучения таких систем. Предлагаемый анализ стационарного режима сводится к решению системы алгебраических уравнений для математического ожидания, дисперсии и смешанных центральных моментов третьего порядка.

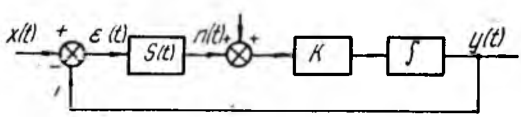

Рис. 2

Рассмотрим случай, когда сглаживающий фильтр, исполнительное устройство и объект управления могут быть приближенно описаны как интегрирующее звено с коэффициентом усиления K. Сравнивающее устройство представляет собой узел сравнения и усилитель с флюктуирующим коэффициентом усиления. Тогда уравнение замкнутой системы принимает вид дифференциального стохастического уравнения первого порядка $\dot{y}(t) + KS(t)y(t) = KS(t)x(t) + Kn(t)$ (1). Алгоритмическая схема системы, соответствующая уравнению (1), представлена на рис. 2.

В целях упрощения последующего анализа полагаем, что $S(t) = S_0 + v(t)$ (2). Здесь S_0 — постоянное значение коэффициента $S(t)$ в отсутствии флюктуаций; $v(t)$ — флюктуационная составляющая, изменение которой моделируется уравнением $\dot{v}(t) = -\alpha v(t) + f(t)$

(3), где $f(t)$ — белый шум с нулевым средним и сректральной плотностью N_f.

В соответствии с алгоритмической схемой уравнение ошибки определяется выражением $\dot{\varepsilon}(t) = -KS(t)\varepsilon(t) + x(t) - Kn(t)$ **(4)**. Оценим точность работы системы для детерминированного закона изменения $x(t) = \Omega t$, Ω — скорость изменения $x(t)$ во времени. Уравнение (4) с учетом закона изменения $x(t)$ и формулы (2) запишется так: $\dot{\varepsilon}(t) = -K(S_0 + v(t))\varepsilon(t) + \Omega - Kn(t)$ **(5)**. За показатели качества работы системы примем математическое ожидание ошибки $m_\varepsilon = \overline{\varepsilon}(t)$ и дисперсию $D_\varepsilon = \overline{(\varepsilon(t) - m_\varepsilon)^2}$. В рассматриваемом случае имеем двумерный марковский процесс $\{\varepsilon, v\}$, заданный уравнениями (5) и (3), плотность вероятности которого удовлетворяет уравнению Фоккера — Планка — Колмогорова [2]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial A_\varepsilon W}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial A_v W}{\partial v} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 B_\varepsilon W}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\partial^2 B_v W}{\partial v^2}\right). \qquad (6)$$

Здесь A_ε, A_v — коэффициенты сноса; B_ε, B_v — коэффициенты диффузии процессов $\varepsilon(t)$, $v(t)$ соответственно. Согласно соотношениям (5), (3)

$$A_\varepsilon = -K(S_0 + v(t))\varepsilon(t) + \Omega; \quad A_v = -\alpha v; \quad B_\varepsilon = K^2 N_0; \quad B_v = N_f. \qquad (7)$$

Начальные условия уравнения (6) определяются плотностью распределения вероятности начальных условий представлений (3), (5). Подставляя (7) в (6), получаем

$$\frac{\partial W}{\partial t} = KS_0 W + KvW + KS_0\varepsilon\frac{\partial W}{\partial \varepsilon} + Kv\varepsilon\frac{\partial W}{\partial \varepsilon} - \Omega\frac{\partial W}{\partial \varepsilon} +$$
$$+ \alpha W + \alpha v\frac{\partial W}{\partial v} + \frac{1}{2}K^2 N_0\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon^2} + \frac{1}{2}N_f\frac{\partial^2 W}{\partial v^2}. \qquad (8)$$

Умножая правую и левую части уравнения (8) на соответствующие переменные, интегрируя в бесконечных пределах и принимая кумулянты выше третьего порядка равными нулю, находим

$$\dot{\bar{m}}_\varepsilon = -KS_0\bar{m}_\varepsilon - K\mu_{\varepsilon v} - K\bar{m}_\varepsilon m_v + \Omega; \quad \dot{m}_v = -\alpha m_v;$$
$$\dot{\bar{D}}_\varepsilon = -2KS_0\bar{D}_\varepsilon - 2K\mu_{\varepsilon^2 v} - 2K\mu_{\varepsilon v}\bar{m}_\varepsilon - 2K\bar{D}_\varepsilon m_v + K^2 N_0;$$
$$\dot{D}_v = -2\alpha D_v + N_f; \quad \dot{\mu}_{\varepsilon v} = -(KS_0 + \alpha)\mu_{\varepsilon v} - K(\mu_{\varepsilon v^2} + \mu_{\varepsilon v}m_v + D_v\bar{m}_\varepsilon);$$
$$\dot{\mu}_{\varepsilon^2 v} = -(2KS_0 + \alpha)\mu_{\varepsilon^2 v} - 2K(\mu_{\varepsilon v^2}\bar{m}_\varepsilon + \mu_{\varepsilon^2 v}m_v + \mu_{\varepsilon v}^2 + \bar{D}_\varepsilon D_v);$$
$$\dot{\mu}_{\varepsilon v^2} = -(KS_0 + 2\alpha)\mu_{\varepsilon v^2} - K\mu_{\varepsilon v^2}m_v - 2K\mu_{\varepsilon v}D_v - \mu_{v^3}\bar{m}_\varepsilon. \qquad (9)$$

Здесь $\bar{m}_\varepsilon$, $\bar{D}_\varepsilon$ — математическое ожидание и дисперсия ошибки воспроизведения полезного сигнала, если $S(t)$ имеет флюктуационную составляющую; μ_{ij} — смешанный центральный момент соответствующего порядка. При выводе уравнений (9) использовались формулы связи смешанных начальных моментов с центральными при условии равенства нулю кумулянтов четвертого порядка и выше:

$$M_{\varepsilon v} = \mu_{\varepsilon v} + m_\varepsilon m_v;$$
$$M_{\varepsilon^2 v} = \mu_{\varepsilon^2 v} + 2\mu_{\varepsilon v}m_\varepsilon + D_\varepsilon m_v + m_\varepsilon^2 m_v,$$

$$M_{\varepsilon v^2} = \mu_{\varepsilon v^2} + 2\mu_{\varepsilon v} m_v + D_v m_\varepsilon + m_\varepsilon m_v^2;$$
$$M_{\varepsilon v^3} = 3\mu_{\varepsilon v} D_v + \mu_{v^3} m_\varepsilon + 3\mu_{\varepsilon v^2} m_v + 3D_v m_\varepsilon m_v + 3\mu_{\varepsilon v} m_v^2 + m_\varepsilon m_v^3;$$
$$M_{\varepsilon^2 v^2} = D_\varepsilon D_v + 2\mu_{\varepsilon v}^2 + 2\mu_{\varepsilon^2 v} m_v + 2\mu_{\varepsilon v^2} m_\varepsilon + D_\varepsilon m_v^2 + \\ + 4\mu_{\varepsilon v} m_\varepsilon m_v + D_v m_\varepsilon^2 + m_\varepsilon^2 m_v^2;$$

M_{ij} — смешанный начальный момент соответствующего порядка. Для установившегося режима после несложных преобразований из (9) следует

$$m_v = 0; \ D_v = N_f/2\alpha;$$
$$\tilde{D}_{\varepsilon 0} = \left(\frac{\Omega}{k_v}\right)^2 \frac{\gamma\,[(1+2\beta)^2(1+\beta)(2+\beta)+2(1+2\beta)(1+3\beta)-8\gamma^2]}{[(3+2\beta)\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)]^2(2+\beta-2\gamma)} + \\ + \frac{2+\beta}{2+\beta-2\gamma}\,\frac{K^2N_0}{2k_v}; \tag{10}$$
$$\tilde{m}_{\varepsilon 0} = \frac{\Omega}{k_v}\,\frac{2\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)}{(3+2\beta)\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)};$$

$\gamma = D_v/S_0^2$, $\beta = \alpha/k_v$ — коэффициенты, характеризующие отношение ширины спектра флюктуаций $v(t)$ к полосе пропускания системы с постоянным коэффициентом усиления $k_v = KS_0$.

Оценку влияния флюктуаций коэффициента $S(t)$ на точность воспроизведения $x(t)$ удобно выполнить в относительных величинах. Разделим правую и левую часть выражений для $\tilde{m}_{\varepsilon 0}$, $\tilde{D}_{\varepsilon 0}$ в (10) на $m_{\varepsilon 0} = \Omega/k_v$, $m_{\varepsilon 0}^2$ соответственно, после чего запишем

$$\tilde{D}_{\varepsilon 1} = \frac{\gamma\,[(1+2\beta)^2(1+\beta)(2+\beta)+2(1+2\beta)(1+3\beta)-8\gamma^2]}{[(3+2\beta)\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)]^2(2+\beta-2\gamma)} + \\ + \frac{2+\beta}{2+\beta-2\gamma} D_{\varepsilon 1}; \quad \tilde{m}_{\varepsilon 1} = \frac{2\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)}{(3+2\beta)\gamma-(1+\beta)(1+2\beta)},$$

где $\tilde{m}_{\varepsilon 1} = \tilde{m}_\varepsilon/m_{\varepsilon 0}$; $\tilde{D}_{\varepsilon 1} = \tilde{D}_{\varepsilon 0}/m_{\varepsilon 0}^2$; $D_{\varepsilon 1} = D_{\varepsilon 0}/m_{\varepsilon 0}^2$; $D_{\varepsilon 0} = K^2N_0/2k_v$. Величины $m_{\varepsilon 0}$, $D_{\varepsilon 0}$ характеризуют математическое ожидание и дисперсию ошибки при нефлюктуирующем коэффициенте усиления. Для системы заданной структуры, оптимальной по минимуму среднеквадратичной ошибки, с постоянным коэффициентом усиления $k_{v\,\text{опт}}$ и принятым входным сигналом, относительное значение дисперсии $D_{\varepsilon 1} = 2$. Оценим ухудшение точности воспроизведения $x(t)$ при флюктуирующем коэффициенте $S(t)$. Увеличение ошибок рассчитывалось в относительных величинах по формулам $\delta_D = \tilde{D}_{\varepsilon 1}/D_{\varepsilon 1}$; $\delta_m = \tilde{m}_\varepsilon/m_{\varepsilon 0}$. Результаты расчета δ_D, δ_m в функции γ для постоянных значений β показаны на рис. 3. Из графиков видно, что флюктуации крутизны $S(t)$ сравнивающего устройства ухудшают точность воспроизведения полезного сигнала $x(t)$. Чем больше дисперсия флюктуаций D_v с постоянным значением $k_v = S_0K$, тем больше ошибки системы. Резкое увеличение δ_D, δ_m при стремлении γ к величине $\gamma_0 = \dfrac{(1+\beta)(1+2\beta)}{3+2\beta}$ объясняется приближением системы к границе устойчивости. Расширение спектра флюктуации $v(t)$ (уменьшение β) также приводит к возрастанию ошибок системы, т. е. к ухудшению ее качества.

Таким образом, достаточно простые соотношения позволяют оценить качество работы типовой радиотехнической системы, динамика которой описывается дифференциальным уравнением первого порядка.

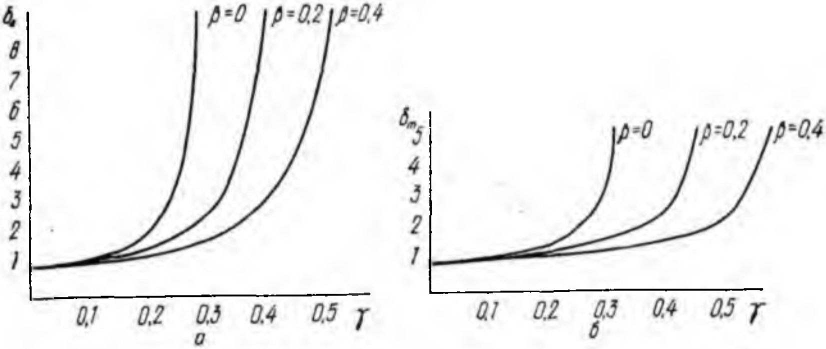

Рис. 3

Список литературы: *Вопросы* статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.— М.: Сов. радио, 1964.— Т.2.— 1079 с. 2. *Евланов Л. Г., Константинов В. М.* Системы со случайными параметрами.— М.: Наука, 1976.— 568 с. 3. *Параев Ю. И.* К анализу поведения линейных динамических систем со случайными коэффициентами // Автоматика и телемеханика.— 1972.— № 4.— С. 36 — 41.

Поступила в редколлегию 27.06.86