УДК 621.396.253

А.А. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук, А.А. СМИРНОВ, канд. техн. наук, В.Н. САЙ

ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ С МНОГОУРОВНЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Введение

Эффективное функционирование современных систем управления сопряжено с обеспечением требуемых показателей помехозащищенности, имитостойкости и скрытности радиоканалов связи, внедрением новейших информационных технологий кодирования и цифровой обработки сигналов [1, 2]. Актуальной задачей в этом смысле является разработка методов синтеза больших ансамблей слабокоррелированных дискретных сигналов с улучшенными ансамблевыми, корреляционными и структурными свойствами [1 – 4].

Линейные групповые коды

Перспективным направлением в развитии методов формирования дискретных сигналов является подход, который основан на использовании алгебраических и структурных свойств групповых кодов, что позволяет синтезировать новые классы дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции. [3, 4].

Зафиксируем конечное поле $GF(q)$. Рассмотрим векторное пространство $GF^n(q)$ как множество n-последовательностей элементов из $GF(q)$ с покомпонентным сложением и умножением на скаляр. *Линейный* (n, k, d) *код* V есть подпространство $GF^k(q)$ в пространстве $GF^n(q)$, т.е. непустое множество n-последовательностей (*кодовых слов*) над $GF(q)$, k – *размерность* линейного подпространства, d – *минимальное кодовое расстояние* (минимальный вес ненулевого кодового слова).

Циклический код является частным случаем подпространства, обладающего дополнительным свойством цикличности. Каждый вектор из $GF^n(q)$ можно представить многочленом от формальной переменной x степени не выше $n-1$. Компоненты вектора отождествляются с коэффициентами многочлена. Множество многочленов обладает структурой векторного пространства, идентичной структуре пространства $GF^n(q)$, а также структурой кольца многочленов $GF(q)[x]/(x^n-1)$. В кольце многочленов определено умножение над многочленами: $p_1(x)\cdot p_2(x) = R_{x^n-1}[p_1(x)\cdot p_2(x)]$, где $R_b[a]$ – остаток от деления многочлена a на многочлен b. Циклический сдвиг на $\tau \in \{0,...,n-1\}$ элементов в терминах алгебры многочленов запишется в виде

$$x^\tau \cdot p(x) = R_{x^n-1}\left[x^\tau \cdot p(x)\right]. \quad (1)$$

Если кодовые слова (n, k, d) кода над $GF(q)$ задаются в виде многочленов, то код V является подмножеством кольца $GF(q)[x]/(x^n-1)$. Код V является циклическим, если вместе с кодовым словом $C(x)$ он содержит также многочлен $x\cdot C(x)$.

Единственный приведенный ненулевой многочлен $g(x)$ наименьшей степени $r=n-k$ однозначно задает (n, k, d) циклический код над $GF(q)$ и обозначается порождающим многочленом, причем $g(x)=\prod_i (x-\beta^i)$, где $\beta^i \in GF(q^m)$. Он связан с проверочным многочленом $h(x)$ соотношением $g(x)\cdot h(x) = x^n - 1$, или $R_{x^n-1}[g(x)\cdot h(x)] = 0$.

Рассмотрим структуру конечного поля $GF\left(q^{m}\right)$ как множество многочленов степени $\leq m$ с коэффициентами из $GF(q)$, т.е. структуру кольца многочленов $GF(q)[x]/\left(x^{m}-1\right)$. В соответствии с общими положениями теории полей Галуа кольцо многочленов $GF(q)[x]/\left(x^{m}-1\right)$ с операциями по модулю неприводимого многочлена является расширенным полем Галуа $GF\left(q^{m}\right)$. Такое поле состоит из совокупности циклотомических классов $\alpha^{i\left(q^{s}\right)}$, $s=0,1,\ldots,m_i-1$, где m_i – наименьшее положительное целое, такое, при котором выполняется равенство [5]: $iq^{m_i}=(i)\bmod\left(q^{m}-1\right)$.

Каждый циклотомический класс элементов задает (через корни) минимальный многочлен $f_i(x)$. Произведение всех минимальных многочленов $f_i(x)$ конечного поля $GF(q^{m})$ задает многочлен $(x^{q^{m}-1}-1)$, т.е. имеем:

$$(x^{q^{m}-1}-1)=\prod_{\forall i\in\{0,\ldots,q^{m}-1\}} f_i(x)=\prod_{\forall i\in\{0,\ldots,q^{m}-1\}}\left(x-\alpha^{i}\right),$$

где α – примитивный элемент поля $GF(q^{m})$, откуда следует

$$g(x)=H.O.K.\left(\prod_{j} f_j(x)\right)=H.O.K.\left(\prod_{j}\prod_{s=0}^{m_j}\left(x-\alpha^{j\left(q^{s}\right)}\right)\right),$$

$$h(x)=\frac{x^{n}-1}{g(x)}=H.O.K.\left(\prod_{i\neq j} f_i(x)\right)=H.O.K.\left(\prod_{i\neq j}\prod_{s=0}^{m_i}\left(x-\alpha^{i\left(q^{s}\right)}\right)\right).$$

Рассмотрим структуру группового (n,k,d) кода V над $GF(q)$ с точки зрения циклических свойств образующих его последовательностей. Будем использовать при этом понятие *циклической орбиты* V_ξ – множество последовательностей с элементами из $GF(q)$, эквивалентных друг другу относительно операции циклического сдвига, т.е. множество таких

$$C_i=\left(c_0^{i},c_1^{i},\ldots c_{n-1}^{i}\right),\ c_\nu^{i}\in GF(q)\ \text{и}\ C_j=\left(c_0^{j},c_1^{j},\ldots c_{n-1}^{j}\right),\ c_\nu^{j}\in GF(q),$$

что выполняется равенство

$$\left(c_0^{i},c_1^{i},\ldots c_{n-1}^{i}\right)=\left(c^{j}_{(\tau)\bmod(n)},c^{j}_{(\tau+1)\bmod(n)},\ldots c^{j}_{(\tau+n-1)\bmod(n)}\right) \qquad (2)$$

для какого-либо $\tau\in\{0,\ldots,n-1\}$.

Выражение (2) с использованием (1) выразим в терминах алгебры многочленов:

$$p_i(x)=x^{\tau}\cdot p_j(x)=R_{x^{n}-1}\left[x^{\tau}\cdot p_j(x)\right],$$

где

$$p_i(x)=c_0^{i}+c_1^{i}x+\ldots+c_{n-1}^{i}x^{n-1},\ p_j(x)=c_0^{j}+c_1^{j}x+\ldots+c_{n-1}^{j}x^{n-1}.$$

Рассмотрим множество W всех n-последовательностей с элементами из $GF(q)$, которые образуют так называемый «полный код». Структура множества эквивалентна векторному пространству $GF^{n}(q)$ с покомпонентным сложением и умножением на скаляр. Разобьем все множество W на подмножества орбит V_0, $V_1,\ldots$, V_L, каждая из которых содержит совокупность последовательностей, эквивалентных друг другу относительно операции циклического сдвига (2).

Циклический код по определению содержит все циклические сдвиги собственных последовательностей (кодовых слов). В терминах орбит это означает, что циклический код является объединением конечного числа орбит: $V = V_0 \cup V_1 \cup ... \cup V_M$, т.е. объединением конечного числа подмножеств, элементы которых удовлетворяют свойству (2).

Веса w последовательностей орбит (число ненулевых элементов последовательностей C_i) определяются весовым спектром кода V. Нулевая орбита V_0 содержит одну (нулевую) последовательность. Каждая ненулевая орбита содержит не более n последовательностей, эквивалентных друг другу относительно операции циклического сдвига (2). Последовательности из разных орбит не могут быть циклически сдвинутыми копиями друг друга.

Таким образом, групповой код однозначно задается лидерами (представителями) составляющих его циклических орбит. Это свойство положим в основу синтеза ансамбля дискретных сигналов: на основе сечения ненулевых циклических орбит (выбора лидера, представителя каждой орбиты) сформируем множество дискретных последовательностей с дистанционными свойствами исходного группового (n, k, d) кода V и не эквивалентных друг другу относительно циклического сдвига (2), т.е. не принадлежащих одной орбите.

Схема сечения ненулевых циклических орбит группового кода представлена на рис. 1.

На рис. 1 показано разложение векторного пространства $GF^n(q)$ на множества непересекающихся орбит V_ξ, $\xi = 0,...,L$, представление группового кода V через объединение конечного числа орбит и схема выбора лидеров орбит – по одному произвольному представителю из каждого циклического подмножества V_ξ, $\xi = 0,...,M$ (для удобства обозначения кодовые слова $C_{v,u} = \left(c_0^{v,u}, c_1^{v,u},...c_{n-1}^{v,u}\right)$ обозначены двумя индексами: v – номер орбиты V_v кода V, $v = 1,...,M$; u – номер кодового слова в орбите, $u = 1,...,z_v$, где z_v – число кодовых слов в орбите V_v, $z_v \le n-1$).

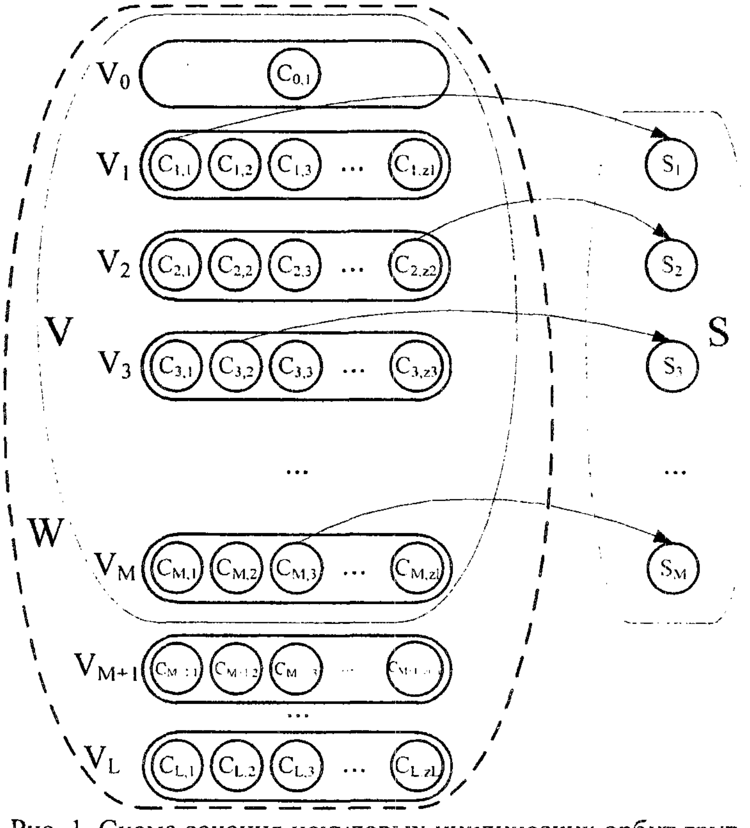

Рис. 1. Схема сечения ненулевых циклических орбит группового кода

Из отобранных представителей орбит сформируем множество $S = (S_1, S_2,..., S_M)$, где $S_v = C_{v,u}$, $v = 1,...,M$, а выбор индекса u при соответствующем $C_{v,u}$ определяется правилом сечения v-й циклической орбиты группового кода.

Рассмотрим двоичный случай, т. е ограничимся исследованием свойств множества $S = (S_1, S_2,..., S_M)$, образованного посредством сечения циклических орбит двоичного группового кода. Элементы формируемых дискретных последовательностей (дискретных сигналов) $S_v = \left(s_0^v, s_1^v,...s_{n-1}^v\right)$ зададим по элементам отобранных кодовых слов (лидеров орбит $C_{v,u} = \left(c_0^{v,u}, c_1^{v,u},...c_{n-1}^{v,u}\right)$ следующим образом: $s_i^v = \begin{cases} 1, & c_i^{v,u} = 1; \\ -1, & c_i^{v,u} = 0. \end{cases}$

Предположим, что рассматриваемый код V имеет весовой спектр вида: $A(w)$, $w = 0,...,n$, где $A(w)$ – число кодовых слов кода V с весом w.

Тогда образованное сечением циклических орбит кода V множество двоичных дискретных сигналов $S = (S_1, S_2, ..., S_M)$ обладает корреляционными и ансамблевыми свойствами, определяемыми следующим утверждением [3, 6].

Утверждение.

1. Боковые лепестки периодической функции авто- (ПФАК) и взаимной (ПФВК) корреляции ансамбля сигналов $S = (S_1, S_2, ..., S_M)$ принимают следующие значения:

$$ПФВК, ПФАК = \frac{n-2w}{n}, \text{ для таких } w = d, d+1, ..., n, \text{ что } A(w) \neq 0. \quad (3)$$

2. Для всех таких $w = d, d+1, ..., n$, что $A(w) = 0$ боковые лепестки ПФАК и ПФВК никогда не принимают значения $\frac{n-2w}{n}$.

3. Мощность M ансамбля $S = (S_1, S_2, ..., S_M)$ определяется числом ненулевых орбит кода V и ограничена снизу выражением $M \geq \frac{2^k - 1}{n}$. Равенство выполняется в случае максимального периода последовательностей всех орбит, образующих код, т.е. если код V состоит из набора орбит, образованных последовательностями максимальной длины (m-последовательностями).

Таким образом, алгебраическое сечение циклических орбит группового кода позволяет сформировать множество последовательностей $S = (S_1, S_2, ..., S_M)$, которые не являются циклически сдвинутыми копиями друг друга и обладают заранее заданными дистанционными свойствами группового кода. Это позволяет алгебраически строить большие ансамбли дискретных сигналов с многоуровневой функцией авто- и взаимной корреляции.

Формирование дискретных сигналов

Ключевым этапом в формировании дискретных сигналов является синтез линейного группового кода с требуемыми дистанционными и структурными свойствами. Групповой (n,k,d) код над $GF(q)$ по определению задается своими проверочным $h(x)$ и/или порождающим $g(x)$ многочленами через произведение конечного числа минимальных многочленов $f_i(x)$ конечного поля $GF(q^m)$ (здесь и далее будем рассматривать групповые коды примитивной длины $n = q^m - 1$). В свою очередь, каждый минимальный многочлен задается через свои корни, сгруппированные в соответствующие классы сопряженных элементов, т.е. запишем

$$h(x) = H.O.K.\left(\prod_{i \neq j} f_i(x)\right) = H.O.K.\left(\prod_{i \neq j} \prod_{s=0}^{m_i} \left(x - \alpha^{i(q^s)}\right)\right).$$

Добавление минимальных многочленов в качестве сомножителей в разложении проверочного многочлена приводит к повышению мощности кода (увеличению количества кодовых слов) и соответствующему снижению дистанционных свойств. Напротив, уменьшение количества минимальных многочленов в качестве сомножителей в разложении $h(x)$ приводит к снижению мощности кода (уменьшению количества кодовых слов) и соответствующему улучшению дистанционных свойств. Это схематично отражено на рис. 2., из которого следует, что поочередное добавление (удаление) минимальных многочленов в качестве сомножителей порождающего/проверочного многочлена приводит к изменению параметров (n, k, d) кода V над $GF(q)$.

Проведем оценку свойства двоичных дискретных сигналов для различных правил формирования группового (n, k, d) кода V над $GF(2)$, т.е. для различного числа сомножителей в $h(x)$ и $g(x)$.

Рассмотрим первый, наиболее простой случай, когда двоичный групповой (n,k,d) ко_ V над $GF(2)$ задан через проверочный многочлен вида $h(x)=f_i(x)=\prod_{s=0}^{m-1}\left(x-\alpha^{i\left(2^s\right)}\right)$.

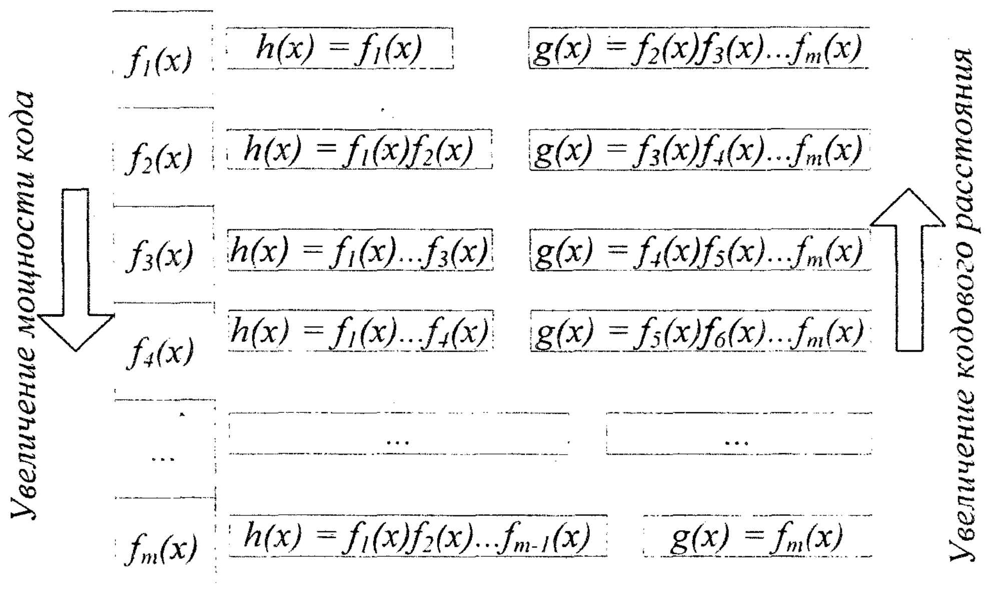

Рис. 2. Схема формирования ансамблей дискретных сигналов с многоуровневой функцией корреляции

Схема формирования проверочного $h(x)$ и порождающего $g(x)$ многочленов группового кода через элементы циклотомических классов представлена на рис. 3. Такой код содержит одну ненулевую циклическую орбиту, его весовой спектр имеет вид:

$$A(w)=\begin{cases}1, w=0;\\ 0, w=1,\ldots,2^{m-1}-1;\\ \neq 0, w=2^{m-1};\\ 0, w=2^{m-1}+1,\ldots,2^m-1,\end{cases}$$

что с учетом (3) дает следующую оценку значений боковых лепестков:

$$ПФВК, ПФАК=\frac{-1}{2^m-1}. \qquad (4)$$

Пример нормированной ПФАК субортогональных сигналов для $n=127$ приведен на рис. 4.

Оценим мощность M ансамбля формируемых сигналов. Всего имеем $2^k-1=2^m-1$ ненулевых кодовых слов группового кода.

Период каждой последовательности максимальный (что следует из примитивности элемента α). Откуда имеем

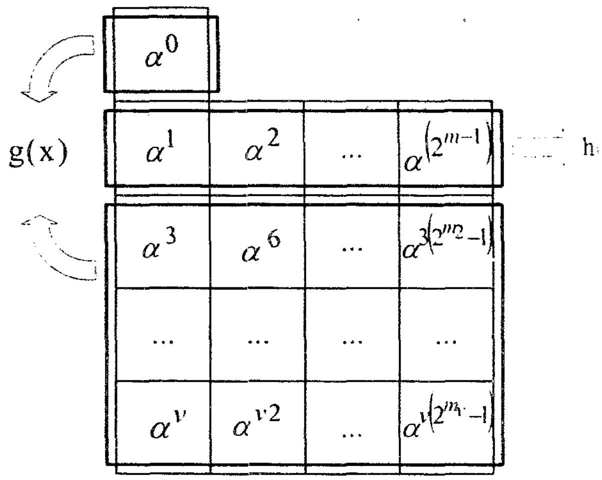

Рис. 3. Схема формирования многочленов $h(x)$ и $g(x)$ при синтезе субортогональных сигналов

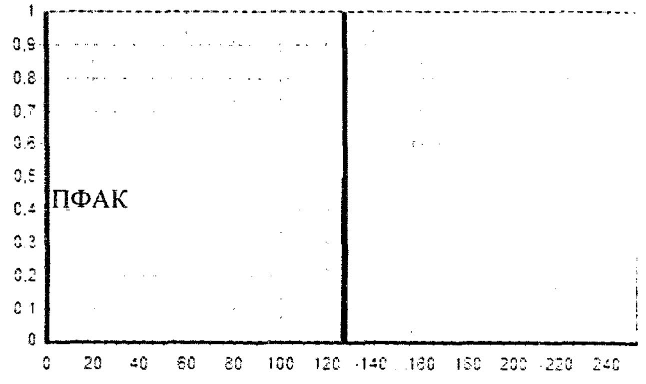

Рис. 4. ПФАК субортогональных сигналов для n = 127

$M=\dfrac{2^m-1}{2^m-1}=1$, т.е. код содержит всего одну ненулевую орбиту, каждый представитель которой является субортогональным сигналом ($ПФВК, ПФАК=\dfrac{-1}{2^m-1}$). Другими словами, через сечение циклической орбиты группового кода нами синтезирован простейший и наиболее изученный класс сигналов: m -последовательность.

Для построения более сложных классов сигналов рассмотрим случай, когда двоичный групповой (n,k,d) код V над $GF(2)$ задан через проверочный многочлен вида $h(x)=\prod\limits_{s=0}^{m-1}\left(x-\alpha^{i_1\left(2^s\right)}\right)\left(x-\alpha^{i_2\left(2^s\right)}\right)$, где порядок элементов α^{i_1} и α^{i_2} равен порядку мультипликативной группы конечного поля $GF\left(2^m\right)$. Схема формирования проверочного $h(x)$ и порождающего $g(x)$ многочленов через элементы циклотомических классов представлена на рис. 5. Очевидно, что по сравнению со случаем формирования субортогональных дискретных сигналов в качестве корней проверочного многочлена используются элементы двух циклотомических классов.

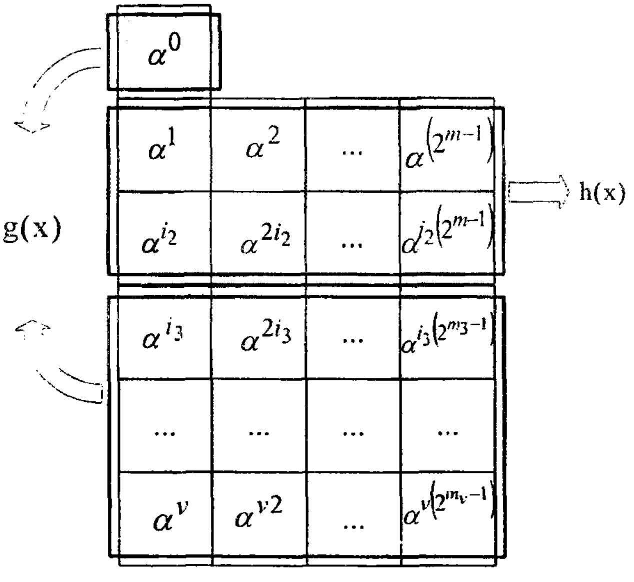

Рис. 5. Схема формирования многочленов $h(x)$ и $g(x)$ при синтезе сигналов Голда

Весовой спектр рассматриваемого кода имеет следующий вид:

$$A(w)=\begin{cases}1, w=0;\\ 0, w=1,\ldots,2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1}-1;\\ \neq 0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1};\\ 0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1}+1,\ldots,2^{m-1}-1;\\ \neq 0, w=2^{m-1};\\ 0, w=2^{m-1}+1,\ldots,2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1}-1;\\ \neq 0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1};\\ 0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1}+1,\ldots,2^m-1.\end{cases}$$

Используя выражение (3) получим:

$$ПФВК, ПФАК=\begin{cases}\dfrac{-1+2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m-1}, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1};\\ \dfrac{-1}{2^m-1}, w=2^{m-1};\\ \dfrac{-1-2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m-1}, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1}.\end{cases} \qquad (5)$$

Мощность ансамбля формируемых таким образом сигналов определяется выражением

$$M = \frac{2^{2m} - 1}{2^m - 1} = 2^m + 1 . \qquad (6$$

Полученные оценки соответствуют дискретным последовательностям Голда [7, 8]. Таким образом, предлагаемый подход позволяет синтезировать известные классы дискретных сигналов (субортогональные последовательности и коды Голда) новым способом – через сечение циклических орбит группового кода.

Примеры нормированных ПФАК и ПФВК сигналов с трехуровневой функцией корреляции для $n = 127$ приведены на рис. 6, 7.

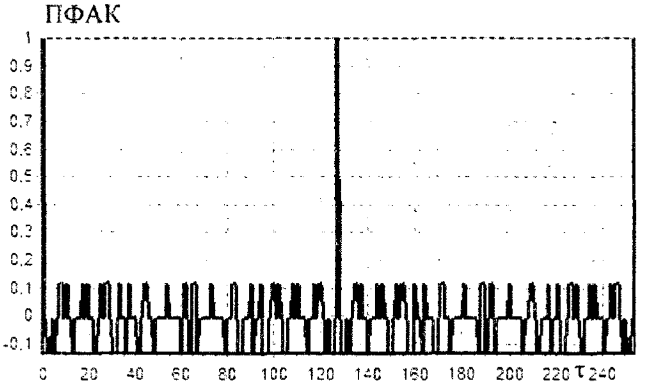

Рис. 6. ПФАК

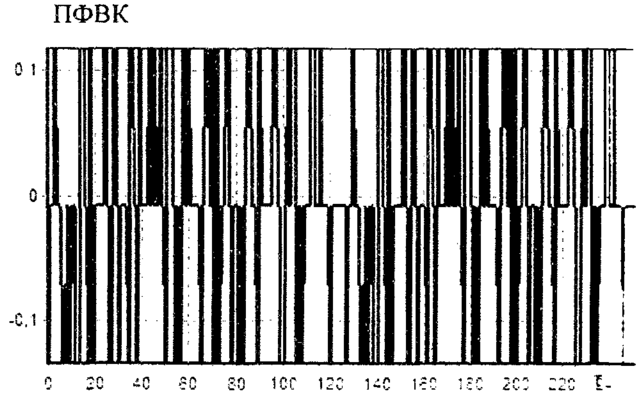

Рис. 7. ПФВК

Для построения новых классов дискретных сигналов рассмотрим случай, когда двоичный групповой (n,k,d) код V над $GF(2)$ задан через проверочный многочлен вида

$$h(x) = \prod_{s=0}^{m-1} \left(x - \alpha^{i_1 \left(2^s\right)} \right) \left(x - \alpha^{i_2 \left(2^s\right)} \right) \left(x - \alpha^{i_3 \left(2^s\right)} \right),$$

где порядок элементов α^{i_1}, α^{i_2} и α^{i_3} равен порядку мультипликативной группы конечного поля $GF\left(2^m\right)$.

Схема формирования $h(x)$ и $g(x)$ через элементы циклотомических классов представлена на рис. 8.

В данном случае в качестве корней проверочного многочлена используются элементы трех циклотомических классов:

$$\left\{ \alpha^{i_1 \left(2^0\right)}, \alpha^{i_1 \left(2^1\right)}, \ldots, \alpha^{i_1 \left(2^{m-1}\right)} \right\},$$

$$\left\{ \alpha^{i_2 \left(2^0\right)}, \alpha^{i_2 \left(2^1\right)}, \ldots, \alpha^{i_2 \left(2^{m-1}\right)} \right\}$$

и

$$\left\{ \alpha^{i_3 \left(2^0\right)}, \alpha^{i_3 \left(2^1\right)}, \ldots, \alpha^{i_3 \left(2^{m-1}\right)} \right\},$$

где $s = 0,1,\ldots,m-1$.

Весовой спектр заданного таким образом кода имеет вид:

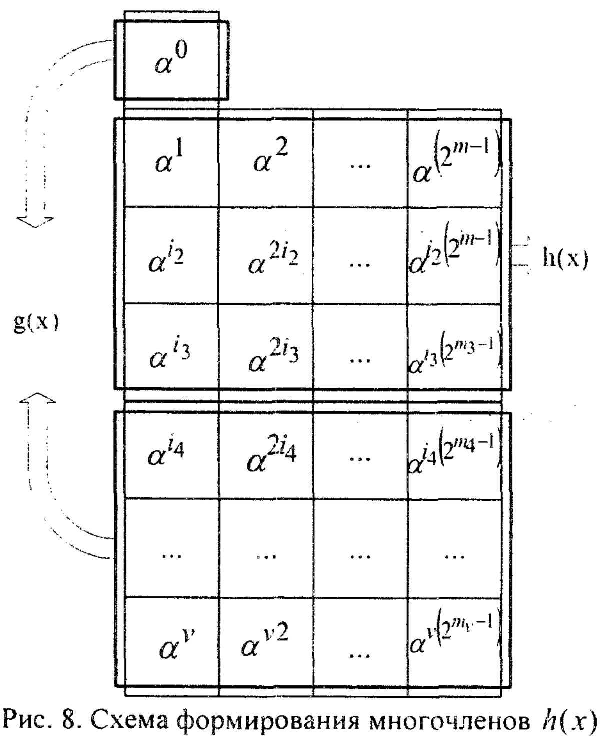

Рис. 8. Схема формирования многочленов $h(x)$ и $g(x)$ при синтезе сигналов с пятиуровневой функцией корреляции

$$
A(w)=\begin{cases}
1, w=0;\\
0, w=1,\ldots,2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}}-1;\\
\neq 0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}};\\
0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}}+1,\ldots,2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1}-1;\\
\neq 0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1};\\
0, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1}+1,\ldots,2^{m-1}-1;\\
\neq 0, w=2^{m-1};\\
0, w=2^{m-1}+1,\ldots,2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1}-1;\\
\neq 0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1};\\
0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1}+1,\ldots,2^{m-1}+2^{\frac{m-1}{2}}-1;\\
\neq 0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}};\\
0, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}}+1,\ldots,2^{m}-1.
\end{cases}
$$

После подстановки в (3) получим оценку уровней боковых лепестков ПФВК, ПФАК:

$$
\text{ПФВК},\text{ПФАК}=\begin{cases}
\dfrac{-1-2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m-1}, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}};\\
\dfrac{-1-2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m-1}, w=2^{m-1}-2^{\frac{m+1}{2}-1};\\
\dfrac{-1}{2^m-1}, w=2^{m-1};\\
\dfrac{-1+2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m-1}, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}-1};\\
\dfrac{-1+2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m-1}, w=2^{m-1}+2^{\frac{m+1}{2}}.
\end{cases} \tag{7}
$$

Таким образом, нами получен новый класс сигналов с пятиуровневой функцией корреляции и значительно улучшенными ансамблевыми свойствами. При этом три уровня боковых лепестков соответствуют рассмотренным выше трехуровневым дискретным сигналам (кодам Голда), два дополнительных уровня соответствуют ненулевым компонентам весового спектра использованного группового кода. Мощность ансамбля сигналов

$$M=\frac{2^{3m}-1}{2^m-1}=2^{2m}+2^m+1. \qquad (8$$

Примеры нормированных ПФАК и ПФВК пятиуровневых сигналов приведены на рис. 9, 10.

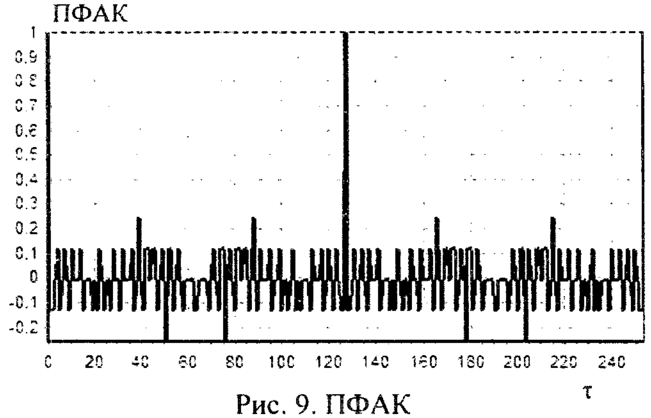

Рис. 9. ПФАК

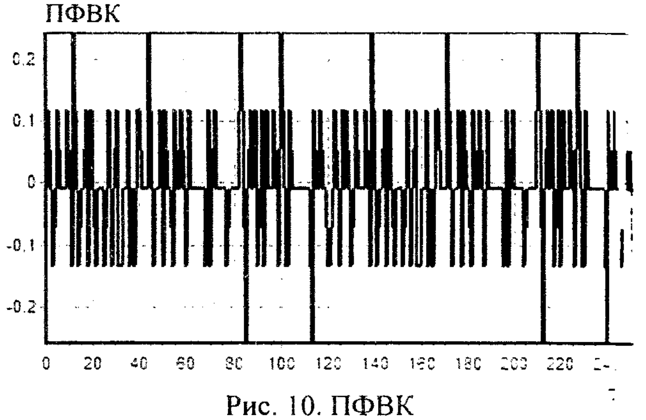

Рис. 10. ПФВК

Таким образом, использование групповых кодов позволяет сформировать новый клас. дискретных сигналов с пятиуровневой ПФВК.

Обобщим полученные выше результаты на случай построения двоичных дискретны. сигналов с многоуровневой функцией корреляции. Для этого рассмотрим случай, когд. (n,k,d) код V над $GF(2)$ задан через проверочный многочлен вида

$$h(x)=\prod_{s=1}^{m-1}\left(x-\alpha^{i_1\left(2^s\right)}\right)\left(x-\alpha^{i_2\left(2^s\right)}\right)\ldots\left(x-\alpha^{i_u\left(2^s\right)}\right),$$

где порядок элементов α^{i_1}, α^{i_2} … α^{i_u} равен порядку мультипликативной группы пол. $GF\left(2^m\right)$.

Схема формирования $h(x)$ и $g(x)$ через элементы произвольного числа циклотомических классов представлена на рис. 11.

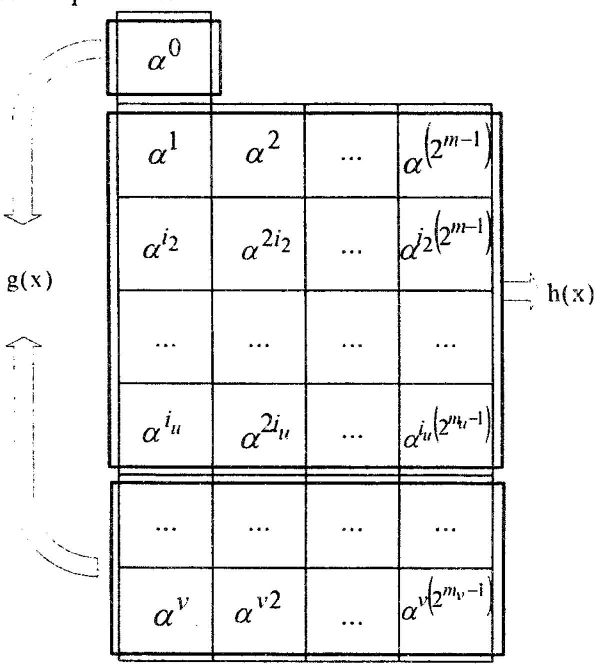

Рис. 11. Схема формирования многочленов $h(x)$ и $g(x)$ при синтезе сигналов с многоуровневой функцией корреляции

Оценим мощность ансамбля формируемых дискретных сигналов. Мощность используемого кода $2^k = 2^{um}$, всего имеется $2^k - 1 = 2^{um} - 1$ ненулевых кодовых слов. Положим, что каждое кодовое слово обладает максимальным периодом, тогда

$$M = \frac{2^{um} - 1}{2^m - 1} = 2^{(u-1)m} + 2^{(u-2)m} + \ldots + 2^m + 1 . \tag{9}$$

Оценим весовой спектр кода. Многочлен $h(x)$ содержит в качестве сомножителя проверочные многочлены всех кодов, с проверочными многочленами

$$h_y(x) = f_{i_1}(x) f_{i_2}(x) \ldots f_{i_y}(x),\ y \le u .$$

Отсюда следует, что ненулевые компоненты весового спектра образуются поочередным добавлением (в порядке добавления сомножителей в многочлен $h(x)$) соответствующей пары (для всех $y = 2,3,\ldots,u$):

$$A(z_y) \ne 0,\ A(2^m - z_y) \ne 0,$$

где

$$z_y = \max_{s=0,\ldots,m-1} \left\{ \left(2^s\right) \bmod \left(2^m - 1\right), \left(i_2 2^s\right) \bmod \left(2^m - 1\right), \ldots, \left(i_y 2^s\right) \bmod \left(2^m - 1\right) \right\}.$$

Общее выражение для оценки весового спектра запишем в виде:

$$A(w) = \begin{cases} 1, w = 0; \\ 0, w = 1,\ldots, z_u - 1; \\ \ne 0, w = z_u; \\ \ldots \\ \ne 0, w = z_3 = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2}}; \\ 0, w = z_3 + 1,\ldots, z_2 - 1; \\ \ne 0, w = z_2 = 2^{m-1} - 2^{\frac{m+1}{2} - 1}; \\ 0, w = z_2 + 1,\ldots, z_1 - 1; \\ \ne 0, w = z_1 = 2^{m-1}; \\ 0, w = z_1 + 1,\ldots, 2^m - z_2 - 1; \\ \ne 0, w = 2^m - z_2 = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2} - 1}; \\ 0, w = 2^m - z_2 + 1,\ldots, 2^m - z_3 - 1; \\ \ne 0, w = 2^m - z_3 = 2^{m-1} + 2^{\frac{m+1}{2}}; \\ \ldots \\ \ne 0, w = 2^m - z_u; \\ 0, w = w = 2^m - z_u + 1,\ldots, 2^m - 1. \end{cases}$$

С учетом (3) соответствующее выражение по оценке уровней боковых лепестков ПФВК примет вид:

$$
ПФВК, ПФАК = \begin{cases} \dfrac{2^m - 2z_u - 1}{2^m - 1}, w = z_u; \\ \dots \\ \dfrac{2^m - 2z_3 - 1}{2^m - 1} = \dfrac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m - 1}, w = z_3; \\ \dfrac{2^m - 2z_2 - 1}{2^m - 1} = \dfrac{-1 - 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = z_2; \\ \dfrac{2^m - 2z_1 - 1}{2^m - 1} = \dfrac{-1}{2^m - 1}, w = z_1; \\ \dfrac{2^m - 2(2^m - z_2) - 1}{2^m - 1} = \dfrac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}}}{2^m - 1}, w = 2^m - z_2; \\ \dfrac{2^m - 2(2^m - z_3) - 1}{2^m - 1} = \dfrac{-1 + 2^{\frac{m+1}{2}+1}}{2^m - 1}, w = 2^m - z_3; \\ \dots \\ \dfrac{2^m - 2(2^m - z_u) - 1}{2^m - 1}, w = 2^m - z_u. \end{cases} \quad (10
$$

Анализ полученных выражений (4) – (10) показывает, что формируемые предлагаемым методом дискретные сигналы обладают многоуровневыми функциями авто- и взаимной корреляции. Величины боковых выбросов принимают конечное число значений, задаваемых весовыми свойствами используемого группового кода. Мощность ансамбля сигналов определяется кодовыми соотношениями группового кода.

Выводы

Проведенные исследования показали, что предлагаемый метод синтеза дискретных сигналов позволяет формировать большие ансамбли слабокоррелированных двоичных последовательностей. Мощность ансамбля формируемых дискретных сигналов и их корреляционные свойства аналитически зависят от кодовых соотношений используемых групповых кодов. Установлено, что предлагаемый метод синтеза дискретных сигналов обобщает известные подходы, в том числе, процедуры формирования субортогональных последовательностей и кодов Голда. Кроме того, синтезированы новые классы дискретных последовательностей с многоуровневыми функциями корреляции.

Список литературы: 1. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – М. : Вильямс, 2003. – 1104 с. 2. *Гряник М.В., Фролов В.И.* Технология CDMA – будущее сотовых систем в Украине / М.В. Гряник, В.И. Фролов // Мир связи. – 1998. – № 3. – С. 40-43. 3. *Кузнецов А.А.* Метод синтеза псевдослучайных последовательностей с пятиуровневой функцией корреляции / А.А. Кузнецов, В.И. Грабчак, А.Н. Коваленко, В.Н. Сай // Матеріали четвертої наукової конференції Харківського університету Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба. – Х. : ХУ ПС, 2008. – С. 135. 4. *Стасев Ю.В.* Способ построения ансамблей дискретных сигналов с заданными значениями боковых выбросов корреляции / Ю.В. Стасев, А.А. Кузнецов, А.Н. Коваленко // Матеріали першої науково-технічної конференції «Науково-методичні основи оцінювання та управління техногенною безпекою у разі виникнення надзвичайної ситуації». – Х. : НДІ макрографії, 2007. – С. 7-8. 5. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки : пер. с англ. – М. : Мир. – 1986. – 576с. 6. *Stasev Y.*, Discrete Signals with Multi-Level Correlation Function / Stasev Y., Kuznetsov A., Sai V., Karpenko O. Statistical Methods of Signal and Data Processing (SMSDP-2010): Proceedings. – Kiev : National Aviation University "NAU-Druk" Publishung House – 2010. – P. 176 – 179. 7. *Gold R.* Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing // IEEE Trans., Inf. Th., 1967, v. IT-13, N 4. – P. 619-621. 8. *Диксон Р.К.* Широкополосные системы : пер. с англ. – М. : Связь, 1979. – 304с.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.09.2011