

РАЗДЕЛЕНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОЙ СМЕСИ НА ОТДЕЛЬНЫЕ ФРАКЦИИ ПУТЁМ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НЕЁ ИМПУЛЬСОВ РАЗНЫХ АМПЛИТУД И ЧАСТОТ

ДИКАРЕВ В. А., МИРОШНИЧЕНКО А. В.

Приводится схема, позволяющая осуществить разделение многокомпонентной жидкой смеси на отдельные составляющие – фракции. Выделение фракций производится путём воздействия на смесь импульсными посылками с различными характеристиками. Каждая из этих посылок приводит к всплытию или осаждению одной из фракций.

Современные лекарственные препараты, как правило, представляют собой сложные смеси, содержащие соответствующим образом подготовленные лекарственные вещества. В зависимости от типа лекарственного препарата число входящих в его состав компонентов различно.

Рассмотрим задачу разделения многокомпонентной жидкой смеси на отдельные фракции (компоненты). Частицы, входящие в состав такой смеси, принадлежат к одной из указанных компонент. Предполагается, что частицы, принадлежащие к одной и той же фракции, однородны по своим физико-химическим свойствам. К числу характеристик частиц относятся их размеры (или функция, задающая распределение частиц по их размерам), пористость, насыпная масса, текучесть и т. д. При разделении многокомпонентной фракции на отдельные компоненты учёт указанных характеристик играет важную роль. Проще всего разделять смесь на фракции, когда частицы, принадлежащие одной фракции, одинаковы по своим свойствам (размеры, пористость, форма).

Разделение смеси на отдельные фракции часто осуществляется путём воздействия на неё импульсов различной частоты и амплитуды. В жидкой смеси под влиянием импульсных посылок происходит разделение её на составляющие компоненты, что позволяет отделить требуемую фракцию от остальных. Если число фракций, составляющих смесь, велико, для разделения её компонент необходимо воздействие импульсов многих типов. Таким образом, перед исследователем ставится задача выбора таких способов возмущения смеси импульсными посылками, которые позволили бы разделить её на отдельные фракции. Проведение серий наблюдений и опытов позволит осуществить такой выбор и подобрать соответствующие импульсы, их амплитуду и частоту.

Часто выделение отдельной фракции из многокомпонентной жидкой смеси достигается путём такого воздействия на смесь, при котором выделяемая

компонента всплывает на поверхность, после чего она может быть удалена. Такой приём возможен в том случае, если на смесь действуют импульсные посылки, приводящие к всплытию частиц, которые принадлежат одной и той же фракции. Часто воздействие посылок приводит к осаждению выделяемой фракции, тогда из смеси удаляется выпавший осадок. Если частицы, составляющие различные фракции, по своим размерам достаточно малы, то всплытие или осаждение отдельной частицы за заданный промежуток времени подчиняется вероятностным законам: событие, состоящее в том, что частица, находящаяся на глубине h , за промежуток длительности t всплывёт или не всплывёт, является случайной величиной. Из сказанного видно, что процесс разделения жидкой смеси на отдельные фракции представляет собой достаточно сложную задачу. Для определённости мы будем говорить о всплытии (а не о погружении на дно) выделяемой фракции.

Прежде чем исследовать задачу о разделении многокомпонентной смеси на отдельные фракции, изучим задачу о всплытии частиц, однородных по своим свойствам.

Рассмотрим вертикальный столбик жидкой смеси, состоящей из n различных фракций. До воздействия на смесь импульсными посылками частицы располагаются на глубине в соответствии с их плотностью. Частицы наименьшей плотности располагаются в верхнем слое смеси, следующий слой занимают частицы с большей плотностью и т. д. При воздействии на смесь сериями импульсных посылок одинакового типа физико-химические свойства её компонент, вообще говоря, изменяются, в частности, изменяются и их плотности.

Занумеруем индексом i ($1 \leq i \leq n$) импульсные посылки различных типов. Индексом k_i мы будем нумеровать ту фракцию, которая всплывёт при воздействии на неё импульсными посылками с индексом i . При этом свойства частиц остальных фракций не изменяются. Воздействие на k_i -ю компоненту смеси импульсной посылкой i происходит случайно и определяется вероятностью P_{k_i} .

Занумеруем первоначальное расположение фракций в порядке их расстояния от поверхности смеси. Этому расположению соответствует перестановка (k_1, k_2, \dots, k_n) , где k_1 – верхняя, а k_n – нижняя фракции.

При воздействии посылками i -го типа фракция k_i перемещается вверх, а другие не меняют своего положения. Таким образом, после всплытия k_i -й фракции положение частиц относительно поверхности смеси определяется перестановкой (k_i, k_2, \dots) . Если этой перестановке отвечает фракция, всплывшая вверх, то столбик жидкости будет описываться той же перестановкой (k_1, k_2, \dots, k_n) . Если i -я импульсная посылка многократно воз-

действует на фракцию жидкой смесью, а она при этом не всплывёт, то это означает, что $p_{k_i} = 0$ и i -я посылка подобрана неудачно.

Далее будем считать, что импульсные посылки подобраны таким образом, что все вероятности $p_{k_i} > 0$. Отметим, что в этом случае исследуемый процесс является дискретной цепью Маркова, а её состояниями — перестановки. Все состояния в таком процессе сообщающиеся и, таким образом, эта цепь является неразложимой. Обозначим $P^{(k_1, \dots, k_n), (j_1, \dots, j_n)}$ вероятность того, что в столбике смеси под воздействием импульса i произошли изменения, и исходное состояние (расположение слоёв) (k_1, \dots, k_n) перешло в состояние (j_1, \dots, j_n) . Подчеркнём, что перестановка (j_1, \dots, j_n) получена из перестановки (k_1, \dots, k_n) лишь путём переноса в ней на первое место элемента k_i .

Известно [1], что стационарные вероятности рассматриваемой цепи Маркова являются решениями системы линейных алгебраических уравнений

$$P_{(j_1, j_2, \dots, j_n)}^* = p_{j_1} \cdot \sum_{i=1}^n P_{(j_2, \dots, j_{i-1}, j_1, j_i, \dots)}^* \quad (1)$$

Из (1) следует, что вероятность всплытия фракции с номером k_i есть

$$p_{k_i}^* = \sum_{k_2, \dots, k_n} P_{(k_i, k_2, \dots, k_n)}^* \quad (2)$$

Здесь сумма берётся по всем состояниям, в которых на первом месте стоит k_i . Из уравнений для стационарных вероятностей получаем, что $p_{k_i}^* = p_{k_i}$. Таким образом, вероятность того, что фракция k_i в пределе окажется наверху, равна той вероятности p_{k_i} , с которой эта фракция подвергается импульсным воздействиям.

На практике возникают задачи, когда направленное воздействие i -й импульсной посылки на k_i -ю фракцию сложно реализовать. Часто невозможно создать такие условия проведения опыта, при которых исключается рассеивание импульса на остальные компоненты смеси. В результате такого рассеивания параметры возмущения изменяются: происходит уменьшение его амплитуды и частоты.

Следует отметить, что рассмотренная в начале статьи схема направленного воздействия импульсных посылок является идеализированной. В большинстве случаев импульсные посылки воздействуют не только на выделенную фракцию, но и на фракции, близкие с ней по своим характеристикам. На практике с такой ситуацией приходится сталкиваться достаточно часто. Поэтому исследование задачи о выборе импульсных посылок, оптимальных с точки зрения их воздействия на выделяемую фракцию, не может быть сведено лишь к исследованию уравнения (1).

В рассмотренной схеме выбор импульсной посылки, воздействующей на фракцию k_i , определяется вероятностью p_{k_i} . Поэтому желательно выбрать импульсную посылку i так, чтобы вероятность p_{k_i} была близка к единице. Кроме того, при разделении жидкой смеси на составляющие её компоненты важна такая характеристика импульсной посылки, как чистота (или однородность) выделенной при её воздействии фракции. Под однородностью, как и ранее, понимается однородность физико-химических свойств и других характеристик частиц, входящих в состав выделенной фракции. “Качественное” воздействие импульса приводит к отсеиванию частиц, не обладающих свойствами данной фракции. При разделении смеси на составляющие её компоненты важной является такая характеристика импульсной посылки, как её устойчивость. Имеется в виду устойчивость, малые изменения вероятности p_{k_i} всплытия фракции при малых изменениях характеристик импульсных посылок, содействующих этому всплытию. Дело в том, что на практике возникают колебания параметров импульсных посылок: происходят изменения их амплитуд и частот в результате воздействия внешних факторов, влияние которых исключить невозможно. Поэтому важность поставленной задачи о формировании импульсных посылок, которые бы обладали свойством устойчивости, очевидна.

Обычно приходится иметь дело с такими смесями, в которых основные характеристики частиц непрерывно изменяются в определенных границах, и вариации их основных показателей значительны. В этом случае при разделении фракции приходится сталкиваться с определёнными трудностями. Число фракций следует увеличивать. По-прежнему к одной и той же фракции относятся частицы с “почти” одинаковыми физико-химическими, механическими и седиментационными характеристиками. Однако теперь различия между фракциями, близкими по своим основным показателям, настолько малы, что отделение их друг от друга с помощью специальным образом подобранных возмущений представляет трудную задачу. Такое возмущение воздействует не только на фракцию, для которой оно выбрано, но и на частицы фракций, близких к выделяемой. В указанной ситуации роль случайных факторов, действующих во время разделения фракции, возрастает. Все это приводит к тому, что выделенная в результате импульсных воздействий фракция будет содержать в качестве примеси и частицы других фракций. При этом процент примеси может быть значительным.

В некоторых случаях процесс разделения смеси на отдельные фракции требует одновременного воздействия на смесь серии импульсных посылок, инициирующих всплытие всех фракций.

Отметим следующее. На практике чаще всего приходится сталкиваться со случаем, когда в многокомпонентной жидкой смеси происходят реакции, изменяющие свойства её компонент. Эти реакции сопровождаются появлением малых по

своей величине электромагнитных полей. При этом составляющие смеси подвергаются перемешиванию. Компоненты смеси, представляющие собой ионизированные массы, несут определённые заряды. В этом случае возникает сложная картина взаимодействия магнитных и гидродинамических явлений [2], которая должна рассматриваться на основе совместной системы уравнений поля и уравнений движения жидкости. Эти рассмотрения позволяют выявить лишь качественную картину взаимодействия указанных полей с жидкой средой.

В жидкой смеси на всех этапах её приготовления, как правило, возникают турбулентные движения. Они чаще всего сопровождаются возникновением в смеси магнитных полей, которые могут наблюдаться даже в слабопроводящей жидкости. Дальнейшее поведение полей – будут ли они в результате турбулентного движения в среднем заметно усиливаться или затухать – зависит от свойств самой жидкости. Как правило, имеет место затухание этих полей и тогда приходится сталкиваться с чисто гидродинамической турбулентностью, создающей фон, на котором развиваются малые магнитные возмущения.

Представляет интерес задача ускорения процесса разделения смеси на отдельные фракции. Один из способов такого ускорения состоит в том, чтобы коэффициенты p_{j_1} системы (1) претерпевали быстрые изменения во времени. Эти изменения следует подобрать так, чтобы инфинитезимальная матрица $\Lambda(t)$, отвечающая стохастической матрице $\|P(k_1, k_2, \dots, k_n) (j_1, j_2, \dots, j_n)\|$, претерпевала быстрые осцилляции. Каждая такая осцилляция, действующая на промежутке $s_{k-1} \leq t \leq s_k$, должна быть

такой, чтобы момент s_k был точкой σ -фокусировки для процесса с матрицей $\Lambda(t)$. Возможность такого подхода обоснована в [3].

Если каждая осцилляция приводит к тому, что процесс с матрицей $\Lambda(t)$ фокусирует на одно и то же распределение, то, повторив их определённое число раз, в результате получим, что вероятности p_{k_i} из (2) будут мало отличаться от компонент распределения, на которые фокусируют указанные вариации. Этого можно добиться при соответствующем выборе возмущений матрицы:

$$\|P(k_1, k_2, \dots, k_n) (j_1, j_2, \dots, j_n)\|.$$

Реализация описанной схемы связана с постановкой многих лабораторных опытов.

Литература: 1. *Случайные процессы* (краткий курс). Ю.А. Розанов. М.: Наука, 1971. 288 с. 2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т., VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 320 с. 3. *Дикарев В.А.* Фокусировка распределений марковских процессов // Доповіді НАН України. 1999. №11. С.100-103.

Поступила в редколлегию 25.07.2002

Рецензент:

Дикарев Вадим Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей, случайные процессы и их приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-36.

Мирошниченко Анна Викторовна, аспирант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: теория вероятностей, случайные процессы. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-36.

УДК 519.21

НЕКОТОРЫЕ УСЛОВИЯ ЭРГОДИЧНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛУМАРКОВСКИХ СИСТЕМ

ГЕРАСИН С.Н.

Описываются понятия сильной и слабой эргодичности, которые распространяются на случай неоднородных полумарковских систем. Находятся условия существования предельных вероятностей состояний.

Использование модели неоднородного марковского процесса с непрерывным временем связано с предположением, что время пребывания системы в каждом из состояний распределено по закону, имеющему показательный характер. Так, вероятность того, что система, будучи в момент времени s в состоянии i , будет находиться в нем еще, по крайней мере, в течение промежутка времени t , равна

$$P\{X(s+\tau) \equiv i, \tau \geq t | X(s) = i\} = e^{-\int_s^{s+t} \lambda_{ii}(u) du}.$$

Для многих систем предположение о показательном характере распределения времени пребывания в каждом из состояний является оправданным, но также часто приходится иметь дело с системами, для которых это время имеет распределение, отличное от показательного, для всех или хотя бы некоторых состояний (в том числе и одного). Кроме того, во многих приложениях, при сохранении независимости вероятности перехода в какое-либо из состояний от предыстории процесса, нарушается требование о независимости времени пребывания системы в каждом из состояний от того, в какое состояние система перейдет по истечении этого времени (независимость от будущего). Необходимость адекватного математического описания таких систем, поведение которых отличается (хотя и незначительно) от марковского, привела к введению понятия *полумарковский процесс*.