УДК 519.81

МЕТОДИКА ВЕРИФИКАЦИИ ДОСТОВЕРНОСТИ И ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ЛИЦ, ПРИНИМАЮЩИХ РЕШЕНИЯ

ПЕТРОВ К.Э., КОЛЕСНИК Л.В.

Рассматривается один из подходов к верификации достоверности и точности математических моделей определения предпочтений лиц, принимающих решение на основе сравнения эталонных и модельных значений весовых коэффициентов, функций полезностей альтернатив, а также соответствия эталонного и определенного в результате моделирования отношений порядка коэффициентов предпочтительности и самих альтернатив.

Введение

Одним из наиболее важных этапов построения любой математической модели является проверка степени ее адекватности и точности описания реального процесса или явления. Поэтому верификация математической модели – обязательный элемент ее синтеза и идентификации.

Классическая теория структурно-параметрической идентификации моделей предполагает в качестве необходимого условия решения задачи наличие некоторого упорядоченного множества M (декартового произведения) количественных значений входных воздействий X и реакции исследуемой системы Y:

$$M = \langle X \times Y \rangle , \qquad (1)$$

которые определяются в ходе проведения серии активных или пассивных экспериментов.

Качество синтезированной модели, независимо от того, относится она к классам прямой или непрямой аналогии, определяется точностью аппроксимации выходной последовательности Y экспериментальных данных. Вместе с тем из теории интерполяции функций известно, что, увеличивая степень и количество членов аппроксимирующего полинома, можно абсолютно точно описать любую последовательность данных. Однако это отнюдь не означает, что будет получена качественная модель. Это связано с тем, что экспериментальные данные представляют собой аддитивную или более сложную композицию полезного сигнала и вредного “шума”, который является результатом воздействия на систему случайных неконтролируемых помех. Это означает, что качество модели определяется не точностью аппроксимации последовательности выходных данных, а точностью выделения и аппроксимации только полезного сигнала. Таким образом, модель должна обладать свойствами фильтра [1].

Обязательным условием синтеза такой модели является выполнение принципа “внешнего дополнения” [1]. Он реализуется следующим образом: все множество исходных экспериментальных данных (1) делится на два подмножества – обучающее и проверочное. Первое из них используется для синтеза модели, а второе – как независимые данные для проверки ее качества. Такой подход позволяет синтезировать модель “оптимальной сложности” [1], т.е. найти аппроксимирующий полином минимальной сложности, который обеспечивает минимум погрешности.

Принципиальная особенность проблем идентификации моделей интеллектуальной деятельности человека, таких, например, как принятие решений, многофакторное оценивание, распознавание образов, классификация заключается в том, что оценки, на основании которых человек принимает окончательное решение, чаще всего не могут быть измерены непосредственно. Возможно только опосредованное получение информации. Для решения этой задачи существует два подхода. Наиболее распространенный из них – метод экспертного оценивания, основанный на побуждении эксперта к осознанию, структуризации, формализации и при необходимости измерения в количественных или качественных шкалах процесса и отдельных этапов умозаключения. Не останавливаясь на общеизвестных недостатках метода, отметим следующее. В качестве внешнего дополнения для верификации мнения эксперта выступает мнение другого или группы экспертов. Качество идентифицируемой модели определяется степенью согласованности их мнений. В данном случае наиболее адекватной является интервальная оценка согласованности мнений. При проведении многоэтапной экспертной процедуры, например, выборе значимых оценочных факторов, определении коэффициентов их важности, оценки корреляции факторов, обоснования структуры обобщенной оценки и т. п., интервальные погрешности в соответствии с принципами интервальной математики [2] суммируются или умножаются. В результате интервальная погрешность зачастую превосходит или становится соизмеримой с измеряемой величиной, что делает во многих случаях результаты экспертизы некорректными или даже ошибочными.

Вместе с этим неоднократно отмечалось [3], что опытные специалисты в большинстве случаев принимают эффективные окончательные решения: врач ставит диагноз, банкир оценивает кредитоспособность клиента и т.п. Это обстоятельство открывает перспективу создания формальных процедур структурно-параметрической идентификации моделей интеллектуальной деятельности. Примером может служить подход к построению математической модели процесса выбора решения на основе только информации о фактически принятом решении, который базируется на идеях теории компараторной идентификации [4].

Целью данного исследования является разработка метода верификации результатов структурно-параметрической компараторной идентификации моделей интеллектуальной деятельности.

Для конкретности, в дальнейшем, без потери общности рассматривается проблема синтеза модели принятия многокритериальных решений, центральной задачей которой является многофакторное оценивание альтернатив.

1. Постановка задачи

Задача структурно-параметрической компараторной идентификации модели формирования многофакторной оценки (полезности) альтернатив в общей постановке имеет следующий вид [5].

Задано конечное множество допустимых альтернатив (решений) $X=\{x_j\}$, $j=\overline{1,m}$. Каждая альтернатива x_j характеризуется одинаковым по структуре кортежем разнородных по смыслу, размерности, шкалам измерений частных характеристик:

$$K=\langle k_i\rangle,\ i=\overline{1,n}. \qquad (2)$$

Отсюда следует, что локальные характеристики при оценке альтернатив имеют в общем случае различную значимость ("вес"), которая оценивается одинаковым для всех альтернатив кортежем безразмерных коэффициентов относительной важности:

$$A=\langle a_i\rangle,\quad i=\overline{1,n}. \qquad (3)$$

Для всех коэффициентов a_i, по определению, выполняются условия

$$0\le a_i\le 1,\quad i=\overline{1,n},\ \sum_{i=1}^{n}a_i=1. \qquad (4)$$

Значения этих коэффициентов индивидуальны и неизвестны.

Множество альтернатив X вместе со значениями их частных характеристик $K(x_j)=\langle k_i(x_j)\rangle$ предъявляются индивидууму, который выступает в качестве лица, принимающего решения (ЛПР).

ЛПР в ходе активного или пассивного эксперимента выбирает единственное или группу эквивалентных решений в качестве наилучшего, которое фиксируется внешним наблюдателем. Предполагается, что в ходе процесса выбора ЛПР производит попарное сравнение альтернатив, т.е. выступает в роли компаратора [5] и в результате устанавливает для каждой пары отношение предпочтения $x_1\succ x_2$ или эквивалентности $x_1\sim x_2$.

В ходе пассивного эксперимента (внешний наблюдатель, не вмешиваясь в процесс, фиксирует реальный выбор) определяется лучшая альтернатива x_t, для которой выполняются условия

$$x_t\succ x_j,\ j=\overline{1,m},\ t=\overline{1,m},\ t\ne j. \qquad (5)$$

При проведении активного эксперимента (ЛПР побуждается внешним наблюдателем к анализу) на множестве альтернатив регистрируется отношение строгого, например,

$$x_1\succ x_2\succ x_3\succ\ldots\succ x_m, \qquad (6)$$

или нестрогого, например,

$$x_1\succ x_2\sim x_3\succ\ldots\succ x_m, \qquad (7)$$

порядка, для которого выполняется условие транзитивности.

Согласно теории полезности [6] отсюда следуют соотношения

$$x_1\succ x_2\Leftrightarrow P(x_1)>P(x_2); \qquad (8)$$

$$x_1\sim x_2\Leftrightarrow P(x_1)=P(x_2),$$

где $P(x_j)$ – функция полезности альтернативы вида:

$$P(x_j)=F[A,K(x_j)],\ j=\overline{1,m}. \qquad (9)$$

На основе указанной информации необходимо решить задачу структурно-параметрической идентификации функции полезности (9), т.е. определить вид оператора F и количественных значений кортежа параметров A.

2. Общая методика проверки адекватности синтезированной модели

В общем случае модель компараторной идентификации функции полезности для случая (5) будет иметь вид [5]:

$$P(x_t)>P(x_j),\ j=\overline{1,m},\ t=\overline{1,m},\ t\ne j; \qquad (10)$$

$$0\le a_i\le 1,\ i=\overline{1,n},\ \sum_{i=1}^{n}a_i=1,$$

т.е. представляет собой систему (m-1) неравенств. Для случаев (6), (7) число неравенств, в силу транзитивности соотношений, будет равно числу парных сочетаний, а равенств – числу эквивалентных альтернатив. Равенства позволяют понизить размерность системы неравенств. В дальнейшем, для определенности, будем рассматривать модель (10).

В качестве класса возможных структур функции (9) примем полином Колмогорова-Габора, который с учетом введенных выше обозначений имеет вид:

$$P(x_j)=a_0+\sum_{i=1}^{n}a_ik_i(x_j)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{n}a_{iq}k_i(x_j)k_q(x_j)+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{n}\sum_{r=1}^{n}a_{iqr}k_i(x_j)k_q(x_j)k_r(x_j)+\ldots\ . \qquad (11)$$

Аргументация в пользу выбора именно этого полинома заключается в том, что он содержит в себе, как частные случаи, общепринятые аддитивную и мультипликативную модели многофакторного оценивания, а также позволяет при необходимости учесть нелинейные члены более высоких порядков и все возможные их комбинации.

Структура конкретной функции полезности будет представлять некоторый фрагмент полинома (11). Корректность использования полинома (11) для этих целей показана Колмогоровым в [7].

Трудность решения задачи структурно-параметической идентификации (10) заключается в том, что она некорректна по Адамару, так как неравенства определяют не единственное, а некоторую область допустимых решений и возникает необходимость регуляризации исходной задачи в целях определения точечного решения [8].

Таким образом, необходимо решить две *задачи*:

– адаптировать существующие методы структурно-параметрической идентификации моделей интеллектуальной деятельности с учетом особенностей метода компараторной идентификации;

– разработать метод оценки адекватности и точности полученных моделей.

Первая задача может быть решена на основе адаптации методов генетической эволюции, к которым относится метод группового учета аргументов (МГУА) [1] и генетическое программирование [9]. Работоспособность этих методов показана в [10]. Перспективным является также применение аппарата искусственных нейронных сетей [11].

В случае, если известна априорная информация о структуре (виде) оператора F (9) модели, решается задача только параметрической идентификации, т.е. определения значений кортежа A [8].

Общим для всех этих методов является необходимость:

– формирования критериев селективного отбора и оценки качества вариантов структуры модели;

– выделения из экспериментальной выборки проверочной последовательности, на которой проверяется качество как промежуточных вариантов структуры, так и окончательной модели “оптимальной сложности”.

Особенность рассматриваемого класса задач идентификации моделей интеллектуальной деятельности на основе компараторной идентификации заключается в следующем.

В большинстве случаев количество альтернатив m, на которых производится компараторный эксперимент, сравнительно невелико (обозримо для ЛПР) и практически невозможно разделить его на два представительных подмножества. Даже в тех случаях, когда можно выделить проверочное подмножество, информация имеет качественный характер (линейный порядок альтернатив) и поэтому пригодна для оценки только адекватности, но не точности модели.

Именно эти обстоятельства предопределяют необходимость формирования специального количественного внешнего дополнения, которое используется для оценки качества синтезированной модели.

Общая методика проверки адекватности окончательной модели состоит в следующем.

1. Задается мощность m множества допустимых альтернатив $X=\{x_j\}$ и мощность n множества характеризующих их частных критериев $K(x_j)=\{k_i(x_j)\}$.

2. Для каждой альтернативы случайным образом формируется кортеж нормализованных значений частных критериев:

$$K^{Э}(x_j)=\left\langle k_i^{ЭН}(x_j)\right\rangle,\ j=\overline{1,m},\ i=\overline{1,n}. \quad (12)$$

Нормализация означает, что частные критерии безразмерны и для них выполняется условие

$$0\le k_i^{ЭН}(x_j)\le 1,\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}.$$

3. Случайным образом генерируется кортеж $A^{Э}$ безразмерных коэффициентов полинома (11), для которых выполняются условия: $0\le a_s^{Э}\le 1$, $s=\overline{1,L}$, $\sum_{s=1}^{L}a_s^{Э}=1$, где L – количество членов полинома.

4. Задается структура функции полезности альтернативы, т.е. некоторый фрагмент полинома Колмогорова-Габора:

$$P(x_j)=F[A^{Э},K^{Э}(x_j)],\ j=\overline{1,m}. \quad (13)$$

5. Вычисляются значения функций полезности (13) для всех альтернатив $x_j\in X$ и исходя из них на множестве X устанавливается отношение строгого (6) или нестрогого (7) порядка и определяется лучшая альтернатива $x^0\in X$.

6. На основе только информации о лучшей альтернативе из X формируется модель компараторной идентификации (10) и одним из указанных выше методов решается задача структурно-параметрической идентификации. В результате определяются модельные значения параметров A^{M} и структура оператора F, на основании которых вычисляются $P^{M}(x_j)$.

Оценка адекватности и точности модели производится путем сравнения эталонных и модельных:

– кортежей весовых коэффициентов;

– значений функций полезности альтернатив;

– отношений порядка на X;

– структур полиномов.

3. Верификация достоверности и точности синтезированных моделей

Для конкретности, но без потери общности результатов, в качестве тестовой модели примем классическую аддитивную функцию оценки полезности альтернатив вида (она является фрагментом полинома Колмогорова-Габора):

$$P^{Э}(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i^{Э} k_i^{Н}(x_j). \qquad (14)$$

Согласно описанному выше методу полагаем, что эталонные весовые коэффициенты $a_i^{Э}$ и значения $k_i^{Н}(x_j)$ известны. Тогда на основе (14) могут быть вычислены значения полезности $P^{Э}(x_j)$ всех альтернатив $x_j \in X$ и, затем, установлено отношение порядка $x_1 \succ x_2 \succ \ldots x_m$, для которого выполняется

$$P^{Э}(x_1) > P^{Э}(x_2) > \ldots > P^{Э}(x_m) \cdot \qquad (15)$$

Соотношение (15) позволяет для любого подмножества альтернатив $X^* \subset X$ сформировать независимую модель компараторной идентификации [5] и на ее основе определить модельные значения коэффициентов относительной важности $a_i^{М}$. Сравнение эталонных значений полезности альтернатив и весовых коэффициентов с результатами идентификации по разработанным моделям позволит сделать вывод об их адекватности и точности.

Целью решения сформулированной выше задачи параметрической компараторной идентификации (14) является определение значений весовых коэффициентов $a_i^{М}$. Очевидно, что чем точнее они совпадают с эталонными значениями $a_i^{Э}$, тем качественнее модель. Поэтому в качестве критерия может быть использована квадратичная оценка вида:

$$O_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i^{Э} - a_i^{М})^2}{n}. \qquad (16)$$

Значения весовых коэффициентов, в конечном счете, определяют полезность альтернатив $x_j \in X$. Поэтому степень совпадения значений полезностей альтернатив, вычисленных по эталонным $a_i^{Э}$ и модельным $a_i^{М}$ значениям весовых коэффициентов, также является важным показателем качества синтезированных моделей. Этот критерий имеет вид:

$$O_2 = \frac{\sum_{j=1}^{m}[P^{Э}(x_j) - P^{М}(x_j)]^2}{m}. \qquad (17)$$

Здесь $P^{Э}(x_j)$ и $P^{М}(x_j)$ вычисляются соответственно по формулам:

$$P^{Э}(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i^{Э} k_i^{Н}(x_j); \qquad (18)$$

$$P^{М}(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i^{М} k_i^{Н}(x_j), \qquad (19)$$

где $j = \overline{1,m}$ – индексы альтернатив, которые были использованы при решении задачи компараторной идентификации весовых коэффициентов.

В конечном счете исследователя интересует отношение предпочтения, установленное на множестве анализируемых альтернатив. Поэтому в качестве еще одного критерия можно использовать критерий соответствия эталонного и определенного в результате моделирования порядка следования альтернатив по их предпочтительности относительно друг друга. В качестве критерия точности идентификации в этом случае примем коэффициент ранговой корреляции Спирмена:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{j=1}^{m}(R_j^{Э} - R_j^{М})^2}{m \cdot (m^2 - 1)}, \qquad (20)$$

где $R_j^{Э}$ и $R_j^{М}$ – ранги (места) эталонных и модельных альтернатив в установленном отношении порядка; m - число анализируемых альтернатив.

4. Тестовая проверка адекватности и точности моделей определения точечных оценок весовых коэффициентов аддитивной функции полезности на основе интервальной информации

Перейдем к подробному описанию вычислительного эксперимента.

1. Задаем размерность эталонного тестового примера $(m \times n)$, где m – число рассматриваемых альтернатив $x_j \in X$, $j = \overline{1,m}$, а n – количество частных критериев $k_i(x_j)$, $i = \overline{1,n}$.

2. С помощью датчика псевдослучайных чисел генерируем $N = m \times n$ случайных чисел, распределенных по закону равной вероятности в интервале [0,1], которые образуют прямоугольную матрицу вида:

	$k_1(x_j)$	$k_2(x_j)$	$\cdots$	$k_n(x_j)$
x_1	$k_1(x_1)$	$k_2(x_1)$	$\cdots$	$k_n(x_1)$
x_2	$k_1(x_2)$	$k_2(x_2)$	$\cdots$	$k_n(x_2)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
x_m	$k_1(x_m)$	$k_2(x_m)$	$\cdots$	$k_n(x_m)$

Выбор интервала значений, равный $[0,1]$, обусловлен тем, что значения частных критериев $k_i(x_j)$ в общем случае нормируются в целях определения значений функции полезности частных критериев, которая может принимать значения только в интервале [0,1].

3. В соответствии с общей моделью компараторной идентификации проверяем множество альтернатив x_j, $j = \overline{1,m}$ на недоминируемость, т.е. на отсутствие альтернатив, которые по всем или части, при равенстве других, частных критериев лучше или хуже других. Для этого производим попарное сравнение всех альтернатив x_j, $j = \overline{1,m}$ в соответ-

ствии со значениями частных критериев, затем исключаем все доминируемые альтернативы из множества X. Признаком доминируемости является неположительность или неотрицательность всех разностей значений частных критериев сравниваемых альтернатив. Таким образом, исходное множество альтернатив X в общем случае уменьшается до $X^* \subset X$, где X^* – множество компромиссных решений (множество Парето).

4. В общем случае частные критерии имеют различную размерность и поэтому для проведения дальнейших расчетов необходимо привести их к одинаковой количественной шкале. В данной работе предлагается использовать функцию нормирования вида:

$$k_i^{н}(x_j) = \frac{k_i(x_j) - k_i^{нх}(x_j)}{k_i^{нл}(x_j) - k_i^{нх}(x_j)}, \qquad (21)$$

где $k_i(x_j)$ – значение частного критерия; $k_i^{нл}(x_j)$, $k_i^{нх}(x_j)$ – соответственно наилучшее и наихудшее значение частного критерия, которое он принимает в области допустимых решений $x_i \in X$.

5. С помощью датчика псевдослучайных чисел генерируем последовательность (кортеж) n значений весовых коэффициентов $a_i^s \in [0,1]$, $i = \overline{1,n}$, распределенных по закону равной вероятности.

6. Нормируем полученный кортеж таким образом, чтобы выполнялось условие $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^э = 1$. Для этого каждое значение весового коэффициента рассчитываем по формуле:

$$a_i^э = \frac{a_i^s}{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^s}. \qquad (22)$$

В результате получим кортеж значений весовых коэффициентов: $A^э = \left\langle a_1^э, a_2^э, \ldots a_n^э \right\rangle$, который в дальнейшем будем называть эталонным.

7. Эвристически или случайным образом выбираем из множества недоминируемых альтернатив X^* некоторое подмножество альтернатив $X_L \subset X^*$, $X_L = \{x_l\}$, $l = \overline{1,L}$. В общем случае мощности множеств X_L, X^* могут совпадать.

8. Для определения эталонной ситуации выбора вычисляем эталонную полезность всех альтернатив по формуле (18).

9. На основе анализа результатов вычисления эталонных полезностей рассматриваемого подмножества альтернатив X_L определяется наилучшая $x_p \in X_L$ альтернатива, т.е. альтернатива, для которой выполняется условие

$$P^э(x_p) \geq P^э(x_l), \ \forall l = \overline{1,L}, \ l \neq p. \qquad (23)$$

На основе этой эталонной информации для подмножества X_L формируется стандартная модель компараторной идентификации весовых коэффициентов относительной важности $a_i^э$, $i = \overline{1,n}$.

Для определенности рассмотрим эталонную ситуацию с девятнадцатью альтернативами и тремя частными критериями, характеризующими каждую из них. В результате применения описанного выше алгоритма были получены следующие данные (табл. 1–3).

Таблица 1

Нормированные значения частных критериев $k_i^{н}(x_j)$ для множества альтернатив

Альтернативы	$k_1^{н}(x_j)$	$k_2^{н}(x_j)$	$k_3^{н}(x_j)$
x_1	0.424	0.524	0.112
x_2	0.650	0.815	0.850
x_3	0.310	0.118	0.844
x_4	0.636	0.053	0.692
x_5	0.104	0.238	1.000
x_6	0.530	0.789	0.637
x_7	0.000	0.087	0.850
x_8	0.780	0.421	0.575
x_9	1.000	0.178	0.088
x_{10}	0.996	0.000	0.000
x_{11}	0.133	1.000	0.771
x_{12}	0.000	0.813	0.188
x_{13}	0.172	0.374	0.361
x_{14}	0.838	0.597	0.859
x_{15}	0.146	0.447	0.094
x_{16}	0.063	0.652	0.569
x_{17}	0.321	0.720	0.264
x_{18}	0.936	0.856	0.353
x_{19}	0.235	0.240	0.563

Таблица 2

Эталонные значения весовых коэффициентов $a_i^э$

Критерии $k_i(x_j)$	$k_1^{н}(x_j)$	$k_2^{н}(x_j)$	$k_3^{н}(x_j)$
$a_i^э$	0.1	0.3	0.6

В соответствии со значениями $P^э(x_j)$ определяем отношение порядка на множестве альтернатив и наиболее предпочтительную альтернативу (x_2).

Таблица 3

Эталонные значения функций полезности альтернатив $P^{Э}(x_j)$

Альтернатива x_j	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$P^{Э}(x_j)$	0.267	0.820	0.573	0.495	0.682
Альтернатива x_j	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
$P^{Э}(x_j)$	0.672	0.536	0.549	0.206	0.100
Альтернатива x_j	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
$P^{Э}(x_j)$	0.776	0.357	0.346	0.778	0.205
Альтернатива x_j	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	
$P^{Э}(x_j)$	0.543	0.407	0.562	0.433	

В качестве исходных данных для формирования модели компараторной идентификации используется множество альтернатив $X = \{x_j\}$, $j = \overline{1,19}$ с характеризующими их значениями нормированных частных критериев $k_i^{н}(x_j)$, $i = \overline{1,3}$ (табл. 1), а также информация о наиболее предпочтительной альтернативе. В качестве таковой выбирается альтернатива, которая имеет максимальное эталонное значение функции полезности (в рассматриваемом примере x_2). На основе данной информации синтезируется стандартная модель компараторной идентификации весовых коэффициентов $a_i^{М}$ вида:

$$P^{М}(x_2) - P^{М}(x_j) \geq 0, \; j = \overline{1,19}, \; j \neq 2; \quad (24)$$

$$0 \leq a_i^{М} \leq 1, \; i = \overline{1,3}, \; \sum_{i=1}^{3} a_i^{М} = 1. \quad (25)$$

Из всех возможных альтернатив исключаются все согласованные, т.е. альтернативы, для которых все коэффициенты неравенств (24) либо неотрицательны, либо неположительны (оставшиеся образуют множество Парето X^*). Таких альтернатив оказалось семь: x_5, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{14}, x_{18}.

Математическую модель (24), (25) можно интерпретировать следующим образом. Равенство $\sum_{i=1}^{3} a_i^{М} = 1$ это плоскость в положительном ортанте системы координат, на которой неравенства, входящие в модель, образуют некоторый выпуклый многоугольник. Границы этого многоугольника определяют интервалы возможных (допустимых) значений переменных $a_i^{М}$, удовлетворяющих ограничениям модели.

Указанные интервалы по каждому коэффициенту $a_i^{М}$ можно получить путем решения следующих оптимизационных задач:

$$\begin{array}{ll}
a_i^{М} \to \min & a_i^{М} \to \max \\
a_i^{М} \geq 0, a_i^{М} \leq 1, i=\overline{1,3}, & a_i^{М} \geq 0, a_i^{М} \leq 1, \; i=\overline{1,3}, \\
\sum_{i=1}^{3} a_i^{М} = 1, & \sum_{i=1}^{3} a_i^{М} = 1, \\
P^{М}(x_2) - P^{М}(x_j) \geq 0, & P^{М}(x_2) - P^{М}(x_j) \geq 0, \\
j=5, 8, 9, 10, 11, 14, 18; & j=5, 8, 9, 10, 11, 14, 18.
\end{array} \quad (26)$$

Задачи (26) являются стандартными для линейного программирования. Результаты их решения приведены в табл. 4.

Таблица 4

Интервалы возможных значений коэффициентов $a_i^{М}$

Значения $a_i^{М}$	$a_1^{М}$	$a_2^{М}$	$a_3^{М}$
Минимальное	0.000	0.115	0.168
Максимальное	0.394	0.632	0.794

Перейдем к определению точечных значений весовых коэффициентов $a_i^{М}$. В рассматриваемом случае предпочтения неизвестны, поэтому в соответствии с разработанной в [12] методологией для определения точечных значений $a_i^{М}$ воспользуемся формулой вида:

$$a_i^{М} = a_{i\min}^{М} + \left(1 - \sum_{i=1}^{3} a_{i\min}^{М}\right) \cdot \frac{a_{i\max}^{М} - a_{i\min}^{М}}{\sum_{i=1}^{3}(a_{i\max}^{М} - a_{i\min}^{М})}. \quad (27)$$

Результаты расчетов точечных значений весовых коэффициентов $a_i^{М}$ для рассматриваемого случая следующие: $a_1^{М}=0.184$, $a_2^{М}=0.356$, $a_3^{М}=0.460$.

Анализ точности и адекватности модели определения точечных значений $a_i^{М}$ будем проводить в соответствии с методикой, описанной выше. Она основана на сравнении вычисленных по компараторной модели значений $a_i^{М}$ с эталонными значениями $a_i^{Э}$.

Результаты сравнения значений весовых коэффициентов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Коэффициенты a_i	a_1	a_2	a_3
Эталонные значения $a_i^{Э}$	0.100	0.300	0.600
Вычисленные значения $a_i^{М}$	0.184	0.356	0.460
Абсолютная ошибка $\left|a_i^{Э} - a_i^{М}\right|$	0.084	0.056	0.140
Относительная ошибка %	45.7	15.7	23.3

Сравнение отношения порядка эталонных и вычисленных коэффициентов показывает, что они совпадают:

$$\begin{aligned} &a_3^{э} > a_2^{э} > a_1^{э}\ ; \\ &a_3^{м} > a_2^{м} > a_1^{м}\ . \end{aligned} \quad (28)$$

В таблице 6 приведены результаты сравнения вычисленных и эталонных значений функций полезности альтернатив.

Таблица 6

Альтернатива x_j	x_2	x_5	x_8	x_9
Эталонные значения $P^{э}(x_j)$	0.820	0.682	0.549	0.206
Вычисленные значения $P^{м}(x_j)$	0.801	0.564	0.558	0.288
Абсолютная ошибка $\left\|P^{э}(x_j) - P^{м}(x_j)\right\|$	0.019	0.118	0.009	0.082
Относительная ошибка %	2.3	17.3	1.5	28.4

Продолжение таблицы 6

Альтернатива x_j	x_{10}	x_{11}	x_{14}	x_{18}
Эталонные значения $P^{э}(x_j)$	0.100	0.776	0.778	0.562
Вычисленные значения $P^{м}(x_j)$	0.183	0.735	0.762	0.639
Абсолютная ошибка $\left\|P^{э}(x_j) - P^{м}(x_j)\right\|$	0.083	0.041	0.016	0.077
Относительная ошибка %	45.7	5.3	2.1	12.1

Нормированные по выборке оценки точности определялись по формулам (16) и (17). Результаты приведены в табл. 7.

Таблица 7

Критерий	O_1	O_2
Значение оценки	0.010	0.005

Для оценки степени адекватности модели компараторной идентификации весовых коэффициентов сравнивалось по критерию (20) эталонное и рассчитанное отношение порядка.

Рассматривалось множество противоречивых альтернатив ($m = 7$). Эталонное отношение порядка на этом множестве имеет вид:

$$x_2 \succ x_{14} \succ x_{11} \succ \underbrace{x_5 \succ x_{18}} \succ x_8 \succ x_9 \succ x_{10}\ , \quad (29)$$

а полученное исходя из модели (26), (27):

$$x_2 \succ x_{14} \succ x_{11} \succ \underbrace{x_{18} \succ x_5} \succ x_8 \succ x_9 \succ x_{10}\ . \quad (30)$$

Сравнение эталонного (29) и рассчитанного (30) кортежей показывает, что не совпадает только одна позиция.

Для определения прогностических свойств модели было вычислено и проанализировано отношение порядка на всей исходной выборке ($m = 19$).

В этом случае эталонное отношение порядка имеет вид:

$$x_2 \succ x_{14} \succ x_{11} \succ x_5 \succ x_6 \succ x_3 \succ x_{18} \succ x_8 \succ x_{16} \succ x_7 \succ$$
$$\succ x_4 \succ x_{19} \succ x_{17} \succ x_{12} \succ x_{13} \succ x_1 \succ x_9 \succ x_{15} \succ x_{10},$$

а найденное из модели (26), (27):

$$x_2 \succ x_{14} \succ x_{11} \succ x_6 \succ x_{18} \succ x_5 \succ x_8 \succ x_{16} \succ x_3 \succ x_4 \succ$$
$$\succ x_{17} \succ x_7 \succ x_{19} \succ x_{12} \succ x_{13} \succ x_1 \succ x_9 \succ x_{15} \succ x_{10}.$$

Для выяснения степени совпадения порядка следования альтернатив вычислим коэффициент ранговой корреляции Спирмена (20). Его значение равно $r_s = 0.974$ и очень близко к единице, что свидетельствует о малых различиях в указанных выше последовательностях.

Выводы

Предложена методология верификации достоверности и точности моделей интеллектуальной деятельности, полученных в результате структурно-параметрической или параметрической идентификации. Методика позволяет оценивать как качество синтезированных моделей, так и эффективность различных методов и алгоритмов решения задач формализации моделей интеллектуальной деятельности, в частности основанных на идеях компараторной идентификации, в условиях отсутствия количественной информации на выходе объекта моделирования. Результаты, полученные в ходе реализации вычислительного эксперимента, подтвердили работоспособность и эффективность предложенного метода верификации качества модели.

Литература: 1. *Ивахненко А.Г., Мюллер И.А.* Самоорганизация прогнозирующих моделей. К.: Техніка, 1985. 165 с. **2.** *Левин В.И.* Упорядочение интервалов и задачи оптимизации с интервальными параметрами // Кибернетика и системный анализ. 2004. №3. С. 14-24. **3.** *Ларичев О.И.* Объективные модели и субъективные решения. М.: Наука, 1987. 134 с. **4.** *Шабанов–Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Проблемы и перспективы. Харьков: Изд. ХГУ, 1987. 160 с. **5.** *Овезгельдыев А.О., Петров К.Э.* Компараторная идентификация моделей интеллектуальной деятельности // Кибернетика и системный анализ. 1996. № 5. С. 48-58. **6.** *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978. 352 с. **7.** *Колмогоров А.Н.* О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения // Докл. АН СССР. 1957. Т. 114, №5. С. 953-956. **8.** *Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э.* Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. К.: Наук. думка, 2002. 161 с. **9.** *Ротштейн А.П.* Интеллектуальные технологии идентификации. Винница: «Универсум-Винница», 1999.

320с. **10.** *Петров Э.Г., Булавин Д.А., Петров К.Э.* Использование генетических алгоритмов для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания //Проблемы бионики. 2004. №60. С. 17-27. **11.** *Руденко О.Г., Бодянский Е.В.* Основы теории искусственных нейронных сетей. Харьков: ТЕЛЕТЕХ, 2002. 317 с. **12.** *Петров Э.Г., Батий Л.В.* Модель выбора многокритериального решения при интервальном задании весовых коэффициентов // Вестник Херсонского государственного технического университета. 2002. № 1 (14). С. 28-31.

Поступила в редколлегию 30.06.2005

Рецензент: д-р техн.наук, проф. Петорв Э.Г.

Петров Константин Эдуардович, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики Национального университета внутренних дел. Научные интересы: многокритериальная оптимизация, методы принятия решений. Адрес: Украина, 61080, Харьков, пр. 50-летия СССР, 27, тел. (0572) 50-36-33.

Колесник Людмила Владимировна, ассистент кафедры системотехники ХНУРЭ. Научные интересы: методы принятия решений и оптимизация. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 702-10-06.

УДК 519.85

КЛАССЫ КОМПОЗИЦИОННЫХ ОБРАЗОВ КОМБИНАТОРНЫХ МНОЖЕСТВ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

ГРЕБЕННИК И.В.

Рассматривается классификация специальных классов комбинаторных множеств – композиционных образов. Основой классификации служат введенные базовые комбинаторные множества. Подробно исследуется один из классов – композиции перестановок. Анализируются возможности его использования в моделях задач геометрического проектирования.

Актуальность

Для моделирования задач, имеющих сложную комбинаторную природу, необходимо использование соответствующих классов комбинаторных множеств, адекватно описывающих области допустимых решений указанных задач [1-4]. К описываемому классу относятся многие экстремальные задачи геометрического проектирования с дискретными параметрами [4]. При построении математических моделей требуется определение и конструктивное описание комбинаторных множеств, обладающих необходимыми комбинаторными свойствами. Во многих случаях для этого нужно построить комбинаторные множества, выходящие за рамки известных классов комбинаторных множеств. Следовательно, необходимо создание конструктивных средств описания комбинаторных множеств с заданными свойствами и их классификация.

Один из способов описания комбинаторных множеств, обладающих заданными свойствами, связан с понятием конфигурации, т.е. определенным образом заданного отображения, введенным в работах К.Бержа [3]. Другой способ основан на применении теории перечисления Пойа [3], в рамках которой производится формальное описание конфигураций и построение соответствующих производящих функций, результатом чего является общая комбинаторная схема. Она позволяет с единых позиций описывать многие комбинаторные множества.

Являясь универсальным средством описания широкого класса комбинаторных множеств, общая комбинаторная схема дает эффективные решения только для ряда простых классов комбинаторных множеств. Применение данной схемы для описания конфигураций, имеющих сложную комбинаторную структуру, приводит к громоздким построениям, неприменимым на практике [3].

Еще один способ построения описаний комбинаторных множеств с заданным набором свойств связан с понятием поликомбинаторного множества [5]. При описании поликомбинаторных множеств необходимо задание и учет конкретных комбинаторных свойств, которыми должно обладать множество. Для сложных комбинаторных конструкций это также приводит к громоздким результатам.

Альтернативой указанным подходам для описания и исследования достаточно широкого класса комбинаторных множеств может служить метод построения композиционных образов (k-образов) комбинаторных множеств, описанный в [6]. Идея метода состоит в следующем. Путем задания конфигураций или с помощью общей комбинаторной схемы формируется описание конечного набора базовых комбинаторных множеств. На этой основе строятся k-образы комбинаторных множеств, т.е. комбинаторные множества, порождающие элементы которых сами являются элементами других комбинаторных множеств. Это дает возможность получения приемлемых на практике описаний при построении математических моделей различных классов задач, имеющих комбинаторную структуру.

В отличие от общей комбинаторной схемы, метод построения k-образов комбинаторных множеств обладает меньшей универсальностью. Он позволяет строить классы комбинаторных множеств, определяемые заданным набором базовых комбинаторных множеств.

Целью настоящей работы является формирование набора базовых комбинаторных множеств и описание на его основе множества классов k-образов комбинаторных множеств.