УДК 621.374

А. В. БОРОДИН, В. А. ПИСЬМЕНЕЦКИЙ, В. Н. НОВИКОВ

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПЕРИОДА СЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДОВ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРОВ НА ПАВ

Фильтры на ПАВ с двухфазными ВШП позволяют микроминиатюризовать системы частотной селекции с регулируемыми параметрами для адаптивной обработки информации и применяются в многоканальных системах передачи информации. Широко используются фильтры с прямоугольной частотной характеристикой, синтез которых производится с помощью взаимно-ортогональных фильтров, имеющих амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) $\sin x/x$.

В технологический процесс изготовления звукопровода и структур ВШП входит множество операций, что вызывает появление производственных погрешностей. Поэтому выходные параметры устройств на ПАВ отличаются от средних значений, рассчитанных при номинальных размерах и характеристиках.

Исследуем влияние случайных погрешностей взаимного расположения электродов эквидистантного неаподизованного ВШП на АЧХ фильтра, которая здесь имеет вид $\sin x/x$. Влиянием второго ВШП пренебрегаем, считая его частотную характеристику достаточно широкополосной.

Рассмотрев для описания фильтра на ПАВ модель дельта-источников [1], получим выражение для АЧХ:

$$H(f) = \sum_{n=1}^{N} \frac{h(t_n)}{2\pi f_n} \exp(jn\pi) \exp(-j2\pi f t_n). \tag{1}$$

Здесь f_n — мгновенная локальная частота; $f_n = 1/2T_n$, где T_n — период между электродами; N — количество электродов ВШП; t_n — моменты отсчета огибающей ВШП.

Под действием технологических факторов при изготовлении эквидистантного преобразователя возникает погрешность взаимного расположения электродов $t_n = nT_0 + \xi_n T_0 = T_0(n + \xi_n)$ (2), где ξ_n — относительная погрешность периода; T_0 — период между электродами ВШП.

Если технологический процесс устойчив и стабилен, значения ξ_n распределены по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией σ_0^2 [2]. Преобразуем выражение (1) с учетом (2), тогда

$$H(f) = \sum_{n=1}^{N} \frac{h[T_0(n+\xi_n)]}{2\pi f_0} (1+\xi_n) \exp\left[jn\pi\left(1 - \frac{f}{f_0}\right) - j\pi \frac{f}{f_0}\xi_n\right],$$

где $f_0 = 1/2T_0$. Для удобства введем обозначения $\psi = \pi(1 - f/f_0)$ $\alpha = \pi f/f_0$. При малых значениях ошибок $\exp(-j\alpha\xi_n) = 1 - j\alpha\xi_n + \frac{\alpha^2 \cdot \xi_n^2}{2}$ и с точностью до членов второго порядка малости относительно ξ_n имеем

$$H(f) = A_0\left[\sum_{n=1}^{N} \exp(jn\psi) + \sum_{n=1}^{N} \exp(jn\psi)\left(\frac{\alpha^2\xi_n^2}{2} + \xi_n - j\alpha\xi_n - j\alpha\xi_n^2\right)\right].$$

Для неаподизованного ВШП $A_0 \sim h_0 / 2\pi f_0$. Величину A_0 удобно нормировать так, чтобы модуль спектральной плотности АЧХ на частоте f_0 в отсутствие ошибок равнялся единице. Таким образом, $A_0 = 1/N$. В полученном выражении первое слагаемое пропорционально идеальной АЧХ, а второе определяет ее искажения из-за ошибок.

При отсутствии ошибок АЧХ фильтра

$$H(f) = \frac{\sin \frac{N\pi}{2}\left(1 - \frac{f}{f_0}\right)}{N \sin \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{f}{f_0}\right)},$$

а фазовая характеристика $\Phi_0(f) = \frac{\pi}{2}(N-1)\left(1 - \frac{f}{f_0}\right)$. Максимумы АЧХ расположены на частотах $f_{0\,\text{макс}} = f_0 \pm \frac{2k+1}{NT_0}$, а нули — на частотах $f_{0k} = f_0 \pm \frac{k}{NT_0}$.

Соотношение для среднего значения АЧХ определяется равенством $H(f_0) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \exp(jn\psi)\left(1 + \frac{\alpha^2\sigma_0^2}{2} - j\alpha\sigma_0^2\right)$. Как видно, наличие ошибок приводит к искажениям среднего значения амплитудной и фазовой характеристик фильтра на величины второго порядка малости.

Рассмотрим флюктуации амплитуды и фазы АЧХ по методике, изложенной в работе [3]. Полагая, что относительные ошибки расположения электродов малы, т.е. $\xi \ll 1$, и ограничиваясь членами первого порядка малости, находим

$$H(f) = \frac{1}{N}\left[\sum_{n=1}^{N} \exp(jn\psi) + \sum_{n=1}^{N} \xi_n(\cos n\psi + \alpha \sin n\psi) + \right.$$

$$\left. + j\sum_{n=1}^{N} \xi_n(\sin n\psi - \alpha\cos n\psi)\right).$$

Флюктуации амплитуды $\Delta H(f)$ и фазы $\Delta\Phi(f)$ записываются как

$$\Delta H(f) = \frac{1}{N}\cos\Phi_0 \sum_{n=1}^{N} \xi_n(\cos n\psi + \alpha\sin n\psi); \tag{3}$$

$$\Delta\Phi(f) = \frac{1}{N}\cos\Phi_0 \sum_{n=1}^{N} \xi_n(\sin n\psi - \alpha\cos n\psi), \tag{4}$$

где Φ_0 — фазовая характеристика фильтра в отсутствие ошибок, $\Phi_0 = 0$ или $\Phi_0 = \pi$; $\cos\Phi_0 = \sum_{n=1}^{N} \cos n\psi$. Дисперсия амплитудной и фазовой характеристик

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{1}{N^2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} \overline{\xi_n\xi_k}(\cos n\psi + \alpha\sin n\psi)(\cos k\psi + \alpha\sin k\psi); \tag{5}$$

$$\overline{[\Delta\Phi(f)]^2} = \frac{1}{N^2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} \overline{\xi_n\xi_k}(\sin n\psi - \alpha\cos n\psi)(\sin k\psi - \alpha\cos k\psi). \tag{6}$$

При статистической независимости ошибок формулы (5), (6) принимают вид

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^{N} \xi_n^2 (\cos n\psi + \alpha \sin n\psi)^2;$$

$$\overline{[\Delta \Phi(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^{N} \xi_n^2 (\sin n\psi + \alpha \cos n\psi)^2.$$

Используя соотношения $\sigma^2 = \overline{\xi^2}$, $\sin \Phi_0 = \sum_{n=1}^{N} \sin n\psi$, получаем дисперсии амплитуды и фазы АЧХ:

$$\begin{aligned} \overline{[\Delta H(f)]^2} &= \frac{\sigma^2}{2N^2} [(N+1) + \alpha_2 (N-1)] \approx \frac{1+\alpha^2}{2N} \sigma^2; \\ \overline{[\Delta \Phi(f)]^2} &= \frac{\sigma^2}{2N^2} [(N-1) + \alpha^2 (N+1)] \approx \frac{1+\alpha^2}{2N} \sigma^2. \end{aligned} \tag{7}$$

Определим корреляционный момент $\Delta H(f)$, $\Delta\Phi(f)$:

$$\overline{\Delta H(f)\, \Delta \Phi(f)} = -\frac{\sigma_0^2}{N^2} \alpha. \tag{8}$$

Соотношение (8) показывает, что флюктуации фазы вызывают искажения АЧХ.

Подставим значения $\alpha = \pi$, $\psi = 0$ в формулы (3), (4). Тогда соответственно флюктуации амплитуды и фазы на центральной частоте (синхронизма) ВШП будут:

$$\Delta H(f_0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \xi_n; \quad \Delta \Phi(f_0) = -\frac{\pi}{N} \sum_{n=1}^{N} \xi_n.$$

На центральной частоте флюктуации амплитуды и фазы различаются по значению на постоянный множитель и противоположны по знаку.

Дисперсия амплитуды и фазы на центральной частоте

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{\sigma^2}{N^2}; \quad \overline{[\Delta \Phi(f)]^2} = \frac{\pi^2}{N^2} \sigma^2.$$

Флюктуация амплитуды на частоте f_k

$$\Delta H(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \xi_n \left[\cos \frac{2k\pi}{N} n + \pi \left(1 \pm \frac{2k}{N}\right) \sin \frac{2k\pi}{N} n\right],$$

и дисперсия $[\Delta H(f_k)]^2 = \frac{\pi^2}{N} \left(1 + \frac{4k}{N}\right) \sigma^2$. Ошибки периода следования электродов ВШП вызывают смещение положения максимумов и нулей АЧX относительно частот $f_{0\,\text{макс}}$; f_{0k}. Обозначим положение нулей АЧХ при наличии ошибок через α_k так, что $\alpha_k = \alpha_{0k} + \Delta\alpha_k$. Поскольку ошибки полагаются малыми, смещения положения нулей $\Delta\alpha_k$ невелики. Значения α_k являются корнями уравнения

$$H(f_k) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\exp(jn\psi_k) + \frac{1}{N}(1 - j\alpha_{0k})\sum_{n=1}^{N}\xi_n\exp(jn\psi_{0k}).$$

Разлагая $H(f_k)$ в ряд Тейлора в окрестности точки α_{0k}, удерживая лишь члены первого порядка малости по $\Delta\alpha_k$ и ограничиваясь членами порядка ξ_n, имеем

$$H(f_k) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\exp(jn\psi_{0k}) + \frac{1}{N}(1 - j\alpha_{0k})\sum_{n=1}^{N}\exp(jn\psi_{0k}) +$$

$$+\frac{1}{N}\left[\sum_{n=1}^{N}\exp(jn\psi)\right]'_{\psi=\psi_{0k}}\cdot\Delta\alpha_k = 0.$$

Отсюда находим

$$\Delta\alpha_k = -\frac{(1 - j\alpha_k)\sum\limits_{n=1}^{N}\xi_n\exp(jn\psi_{0k})}{\left[\sum\limits_{n=1}^{N}\exp(jn\psi)\right]'_{\psi=\psi_{0k}}}. \tag{9}$$

Определив значение величины в знаменателе

$$\left[\sum_{n=1}^{N}\exp(jn\cdot\psi)\right]'_{\psi=\psi_{0k}} = -\frac{1}{\psi_{0k}}$$

и подставив его в (9), получим смещение частот, на которых АЧХ фильтра с ошибками обращается в нуль:

$$\Delta\alpha_k = -\psi_{0k}(1 - j\alpha_k)\sum_{n=1}^{N}\xi_n\exp(jn\psi_{0k}).$$

Отсюда следует, что флюктуации положения нулевых значений АЧХ фильтра с ошибками определяются амплитудными и фазовыми искажениями АЧХ.

Зная, что $\alpha_{0k} = \pi(1 \pm 2k/N)$, определяем дисперсию отклонения положения нулей:

$$\overline{\Delta\alpha_k^2} = \pi^4\left(\frac{2k}{N}\right)^2\sigma_0^2.$$

Согласно работе [3] дисперсия модуля комплексной частотной характеристики при малых значениях ошибок определяется соответственно выражением

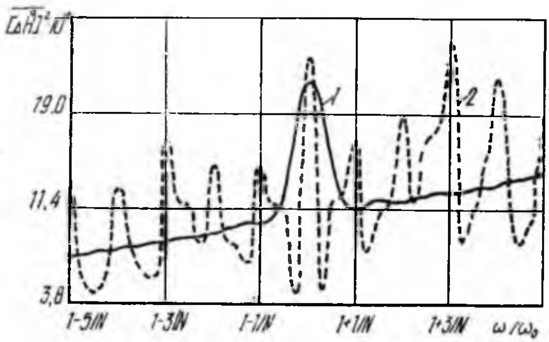
$$\overline{[\Delta\overset{\circ}{H}(f)]^2} = \overline{[\Delta H(f)]^2} + [H_0(f)]^2\,\overline{[\Delta\Phi(f)]^2}. \tag{10}$$

Подставляя значения $[\Delta H(f)]^2$, $[\Delta\Phi(f)]^2$ в (10), получаем

$$[\Delta \check{H}(f)]^2 = \frac{1+\alpha^2}{2N}\{1 + [H_0(f)]^2\}\sigma_0^2. \tag{11}$$

На рисунке показана дисперсия модуля комплексной АЧХ при $\sigma_0^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ (*1* — теоретические результаты; *2* — полученные методом статистических испытаний).

Таким образом, появление ошибок в периоде следования электродов ВШП вызывает искажения формы амплитудной и фазовой характеристик фильтра на ПАВ, флюктуации амплитудной и фазовой характеристик фильтра и смещение частот, на которых АЧХ идеального фильтра обращается в нуль. Перечисленные факторы обусловливают



искажение АЧХ синтезируемого фильтра и появление помех неортогональности.

При изготовлении неаподизованного ВШП методом мультиплицирования топологического фрагмента, что применяется при больших N, значения ξ_n коррелированы. Радиус корреляции зависит от количества электродов в одном фрагменте. Это вызывает появление дополнительных искажений амплитудной и фазовой характеристик.

Список литературы: 1. *Хорунжий В. А., Долбня Е. В., Богатов П. Н.* Акустоэлектроника.— К.: Техніка, 1984.— 152 с. 2. *Орлов В. С., Бондаренко В. С.* Фильтры на ПАВ.— М.: Радио и связь, 1984.— 30 с. 3. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн.— М.: Сов. радио, 1970.— 384 с.

Поступила в редколлегию 25.06.86