

## О СГЛАЖИВАНИИ ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ

Одним из существенных недостатков метода крупных частиц является сильная зашумленность выходных параметров, связанная с тем, что число макрочастиц в модели (обычно порядка нескольких тысяч) намного меньше реального количества электронов в приборе ( $10^{11} \dots 10^{13}$ ). Соответственно возрастают флуктуации токов и прочих зависящих от них величин (например, выходной мощности). Это явление существует и в реальности – так называемый дробовый шум. Однако при моделировании оно проявляется особенно сильно. Именно поэтому до последнего времени считалось, что метод крупных частиц непригоден для исследования флуктуаций в электронных приборах. Зашумленность выходных параметров ухудшает также точность результатов, поскольку не позволяет установить истинные значения рассчитываемых величин. Недавно появились работы, в которых снижение модельных шумов достигается путем увеличения числа макрочастиц до нескольких сот тысяч [1]. К сожалению, для большинства случаев это неоправданно с точки зрения временных затрат.

Обычно зашумленность выходных данных уменьшают другим способом – сглаживанием того или иного параметра посредством его усреднения на некотором достаточно большом временном интервале. Корректность такого подхода очевидна только тогда, когда сам параметр не изменяется во времени, т.е. в стационарном режиме. Для нестационарной модели этот способ вносит систематическую погрешность, увеличивающуюся с удлинением интервала усреднения (вследствие запаздывания среднего значения параметра при переходном процессе).

Выходом из положения может быть использование усложненных методов сглаживания, таких как регрессионная модель или аппроксимация полиномами по методу наименьших квадратов [2]. В общем случае выбор конкретной модели зависит от того, как изменяется во времени анализируемая величина. Например, на начальных стадиях переходного процесса, когда взаимодействие электронов с волной может быть описано линейной теорией, выходная мощность нарастает по экспоненциальному закону [3]. Однако для большинства выходных параметров СВЧ-прибора достаточно использовать линейную регрессионную модель. Она имеет вид:

$$f(t) = a_0 + a_1 t, \quad (1)$$

где  $a_0$  и  $a_1$  – коэффициенты линейной регрессии, вычисляемые из известных значений дискретной сглаживаемой функции  $f_l = f(t_l)$  в нескольких (минимум двух) точках.

Если отсчитывать время от текущего момента, известные значения функции  $f_0, f_{-1}, f_{-2}, \dots, f_{-L+1}$  соответствуют моментам  $t_0 = 0, t_{-1} = -\Delta t, t_{-2} = -2\Delta t, \dots, t_{-L+1} = (-L+1)\Delta t$ , где  $\Delta t$  – размер временного шага модели,  $L$  – количество значений функции на интервале сглаживания, т.е. размер временной выборки (рис. 1).

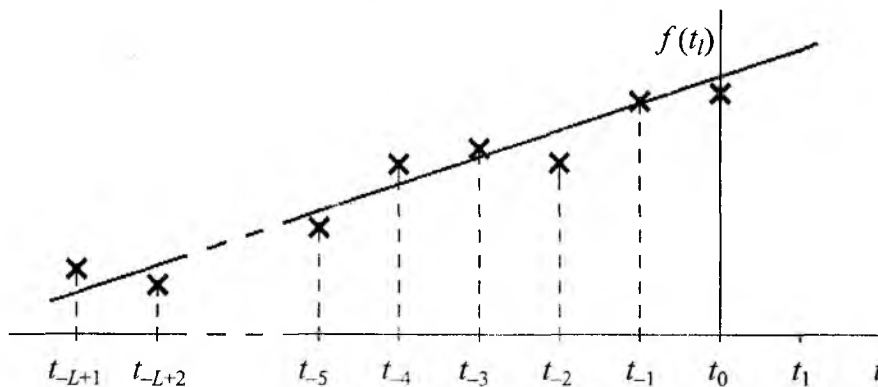


Рис. 1

Воспользуемся выражениями для коэффициентов линейной регрессии из работы [4]. Переопределим в них индексы так, чтобы они соответствовали принятой нами нумерации временных отсчетов ( $l = 0, -1, -2, \dots, -L+1$ ). Получаем:

$$a_0 = \frac{\Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} f_l \sum_{l=0}^{-L+1} l^2 - \Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} l \sum_{l=0}^{-L+1} l f_l}{L \Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} l^2 - \Delta t^2 \left( \sum_{l=0}^{-L+1} l \right)^2},$$

$$a_1 \Delta t = \frac{L \Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} l f_l - \Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} l \sum_{l=0}^{-L+1} f_l}{L \Delta t^2 \sum_{l=0}^{-L+1} l^2 - \Delta t^2 \left( \sum_{l=0}^{-L+1} l \right)^2}.$$

Согласно [2] формулы для сумм арифметических прогрессий имеют вид:

$$\sum_{l=0}^{-L+1} l = -\frac{L(L-1)}{2},$$

$$\sum_{l=0}^{-L+1} l^2 = \frac{L(L-1)(2L-1)}{6}.$$

Тогда окончательные выражения для коэффициентов линейной регрессии запишутся следующим образом:

$$a_0 = 2L \frac{\left[ (2L^2 - 3L + 1) \sum_{l=0}^{-L+1} f_l + (3L - 3) \sum_{l=0}^{-L+1} l f_l \right]}{L^2 (L^2 - 1)},$$

$$a_1 \Delta t = 6L \frac{\left[ (L - 1) \sum_{l=0}^{-L+1} f_l + 2 \sum_{l=0}^{-L+1} l f_l \right]}{L^2 (L^2 - 1)}.$$

Из формулы (1) следует, что сглаженное значение функции  $f$  на момент  $t_0$  равно  $a_0$ , экстраполированное на шаг вперед  $-a_0 + a_1 \Delta t$  и т.д. Экстраполяция токов модуляторов используется, например, для расчета приложенных к прибору напряжений на следующем временном шаге (как разностей между ЭДС модуляторов и падениями напряжений на их внутренних сопротивлениях). Аналогично экстраполяция параметров выходных сигналов необходима при моделировании отраженных волн.

Типовой размер временной выборки в реальных моделях составляет 16...256 шагов. Это соответствует 1...16 периодам ВЧ-колебания. Рис. 2 и 3 демонстрируют положение прямой линейной регрессии па гистограммах временных зависимостей тока модулятора и мощности выходного сигнала, полученных на фронте импульса 25-сантиметрового амплитрона средней мощности. Длина выборки равна 256 временным шагам, период сигнала - 32 шагам пульсации анодного тока (наведенного) вызваны периодическим прохождением спич через пространство дрейфа, что сопровождается их расфокусировкой. Видно, что за восемь периодов сигнала значения выходных параметров увеличиваются в несколько раз, поэтому использование обычного усреднения на выборке такой длины в нестационарном режиме является совершенно некорректным. В этом нетрудно убедиться, сравнивая полученные с помощью линейной регрессии величины тока модулятора и выходной мощности моде линуемого прибора на временном шаге № 1376 (рис. 4) с усредненными по предыдущим восьми периодам сигнала значениями приведенными в правом верхнем углу рис. 2 и 3 соответственно.

Описанную методику можно использовать не только для исследования переходных процессов в СВЧ-приборах, но и при нестационарном моделировании установившихся режимов так называемым спектральным методом. Например, если фаза квазигармонического выходного (сигнала содержит линейно зависящий от времени тренд (рис. 5), то выходная частота прибора отличается от базовой (фигури-

рующей в уравнениях модели) на постоянную величину, равную производной от фазы по времени. В случае достаточно узкополосных сигналов определение частоты путем дифференцирования выражения (1) для фазы может оказаться более точным, чем непосредственное гармоническое разложение коротких зашумленных временных выборок комплексной амплитуды.

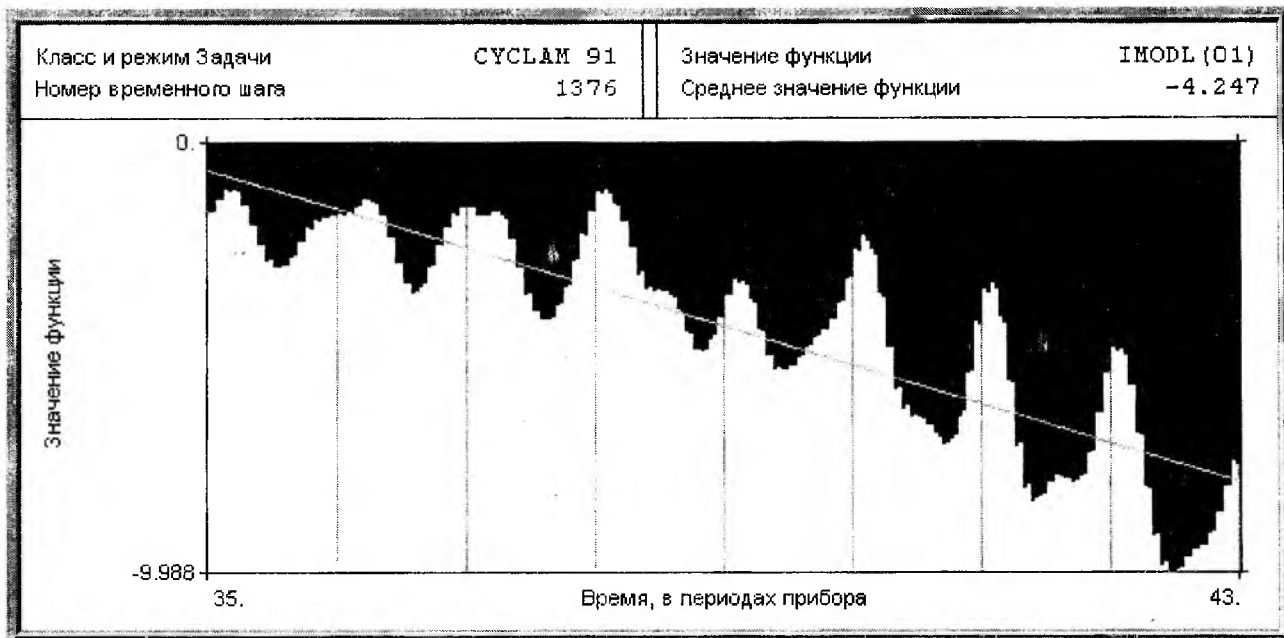


Рис. 2

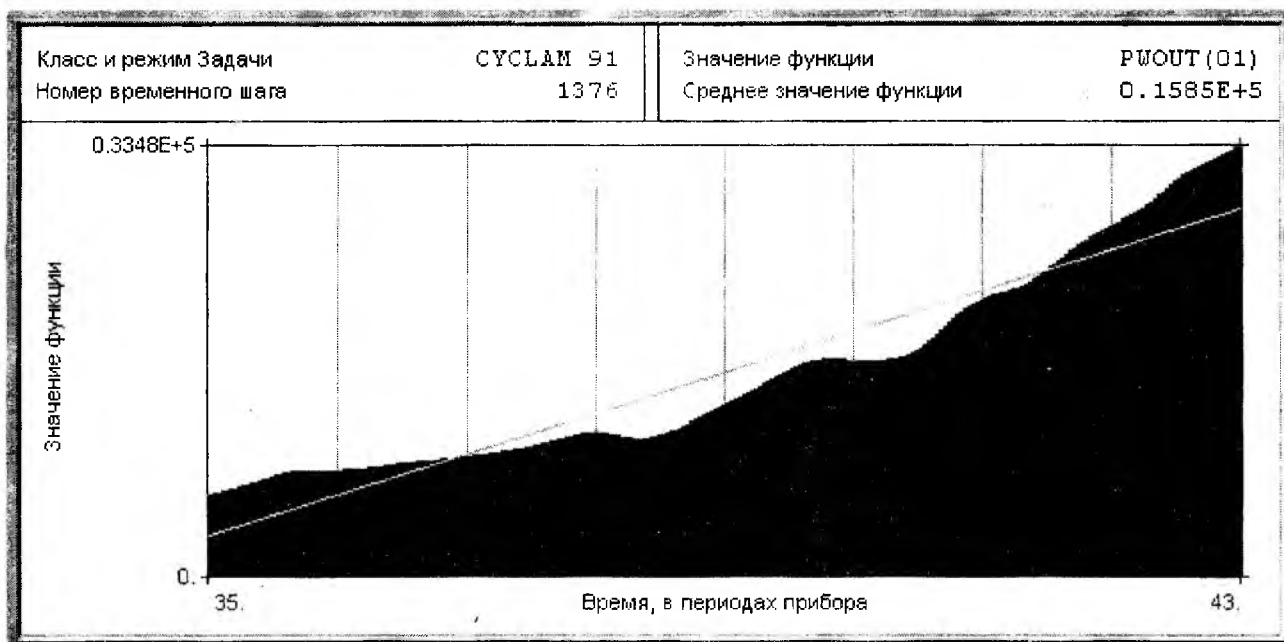


Рис. 3

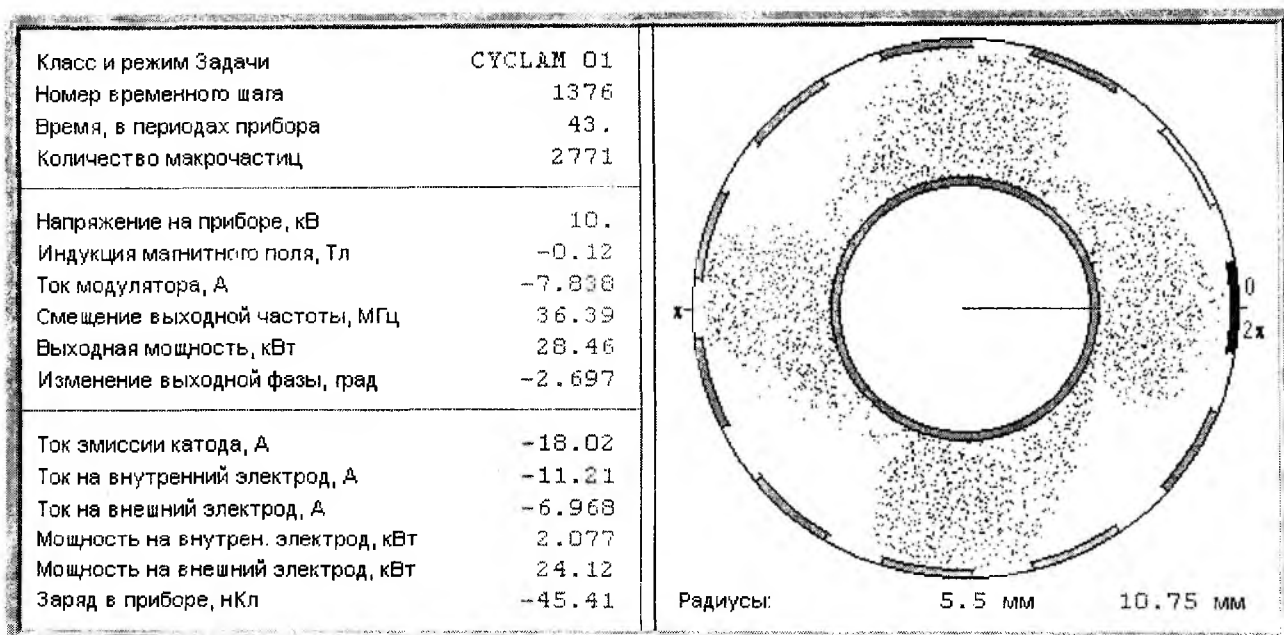


Рис. 4

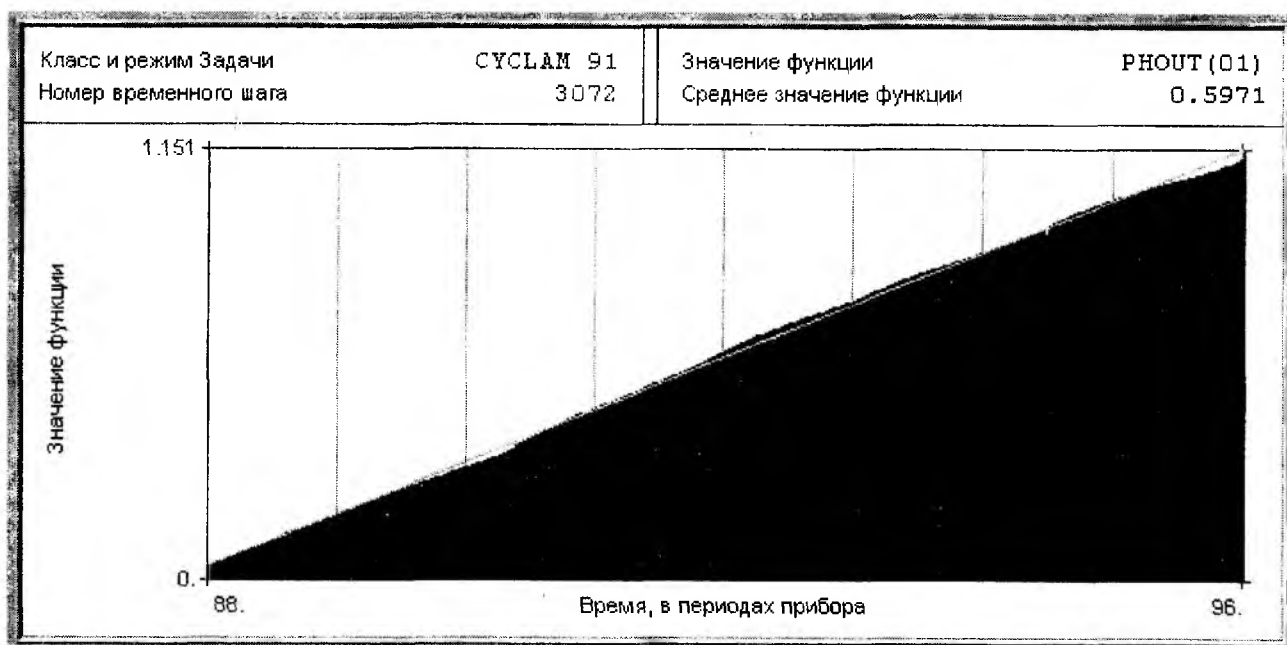


Рис. 5

**Список литературы:** 1. David P. Chernin. Computer Simulations of Low noise States in a high-Power Crossed-Field Amplifier // IEEE Transactions on electron Devices. 1996. Vol. 43, No. II. P. 2004 - 2010. 2. Корн Г, Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с. 3. Электроника ламп обратной волной / Под ред. В.И. Шевчика, Д.И. Трубецкого. Саратов: Изд-во СГУ, 1975. 195 с. 4. Плис А.И. Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М.: Высш. школа, 1983. 208 с.

Харьковский государственный технический университет радиотехники

Поступила в редколлегию 15.03.2001