

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ЧИСЛЕННОСТИ НАЛАДЧИКОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

И. П. Солоха

Харьков

Исследована возможность практического применения теории массового обслуживания, изучающей процессы, которые носят вероятностный характер, для расчета численности наладчиков автоматического оборудования. На участках автоматического оборудования такая система состоит из источников требований, потока требований на обслуживание и обслуживающих аппаратов (наладчиков). Момент появления требований и продолжительность времени обслуживания имеют случайный характер.

Аналитическое решение возможно, если поток требований простейший, т. е. стационарный, ординарный, без последствия.

Стационарный поток характеризуется тем, что вероятность появления требований на любом отрезке времени одинакова. Ординарным является такой, когда в любой момент времени может поступить только одно требование на обслуживание. В таком случае, если одновременно наблюдаются несколько станков-автоматов, данные наблюдения необходимо последовательно соединить в один поток. У потока без последствия количество требований в данном интервале времени совершенно не зависит от того, сколько их было в предыдущем.

При наблюдении процесса обслуживания фиксируются моменты появления требований, начало и конец обслуживания. Предложенная форма наблюдательного листа приведена в табл. 1. По данным наблюдения вычисляются продолжительность промежутков между требованиями (8 ч 04 мин — 7 ч 35 мин = 0 ч 29 мин) и длительность обслуживания (7 ч 43 мин — 7 ч 42 мин = 0 ч 01 мин).

Таблица 1

ЛИСТ НАБЛЮДЕНИЙ

Дата: 27/1-19__г. Станок: шестишпиндельный токарный автомат 1240—6, инв. № 87

№ п/п	Момент появления требований	Начало обслуживания	Конец обслуживания	Промежутки между требо- ваниями, мин	Длительность обслуживания, мин
1	7.30 — начало наблюдений				
2	7.35	7.42	7.43	—	1
3	8.04	8.08	8.14	29	6
	8.20	8.20	8.22	16	2

Если поток требований простейший, распределение промежутков между требованиями подчиняется показательному закону. Для выяснения этого данные наблюдения подвергаются предварительному анализу.

Первая проверка графическая. В результате группировки получаем распределение промежутков между требованиями по интервалам и строим график — столбиковую эмпирическую гистограмму (рис. 1). В данном случае распределение носит показательный характер.

Затем необходимо найти среднее значение промежутков между вы-

зовами

$$\bar{T} = \frac{\sum mT}{\sum m} \quad (1)$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum mT^2}{\sum m} - (\bar{T})^2}, \quad (2)$$

где T — значение центров интервалов;

$\sum m$ — сумма частот.

Для показательного распределения характерно $\sigma_T \cong \bar{T}$. Если такое соотношение приблизительно выдерживается, то можно ограничиться только второй проверкой. В противном случае дальней-

шая проверка предполагает определение теоретических частот и сравнение их с эмпирическими.

Выравнивание эмпирической кривой лучше всего производить по более простой формуле интегральной функции, выражающей показательный закон:

$$1 - F(t) = e^{-\lambda' t}, \quad (3)$$

где $1 - F(t)$ — вероятность, приближенно равная накопленной частоте $\frac{m}{\sum m}$;

λ' — параметр потока требований от одного станка

$$\lambda' = \frac{\sum \lg P_m}{-\lg e \sum t_i}. \quad (4)$$

Здесь e — основание натуральных логарифмов;

t_i — значение начала интервалов;

P_m — накопленные частоты.

Близость опытного распределения к теоретическому проверяется критерием χ^2 Пирсона, применяемым по методике проф. В. И. Романовского

$$\frac{\chi^2 - \tau}{\sqrt{2\tau}} < 3, \quad (5)$$

где τ — число степеней свободы вариации, определяемое как разность между количеством интервалов и числом исчисленных статистических характеристик (в нашем примере λ' и $\sum m$).

Проведенные расчеты показали, что $\bar{T} = 40,14$ мин, $\sigma_T = 39,78$ мин, т. е. $\sigma_T \cong \bar{T}$, а $\frac{\chi^2 - \tau}{\sqrt{2\tau}} = 1,496$, что значительно меньше трех. Таким обра-

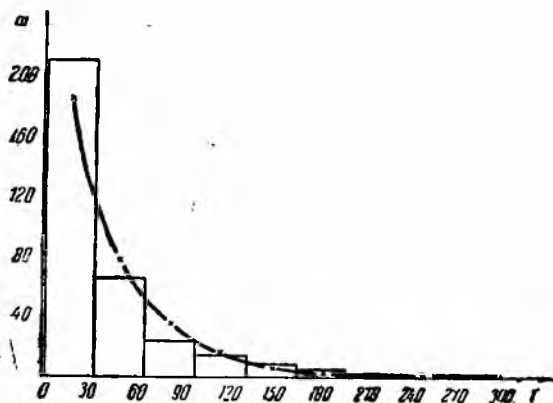


Рис. 1. Распределение промежутков между требованиями: эмпирическая гистограмма и теоретическая кривая.

зом, теоретическая кривая хорошо совпадает с эмпирической (рис. 1). При таких условиях возможно аналитическое решение задачи, которое и было использовано в автоматном цехе Харьковского тракторного завода. При таком решении рассчитываются вероятность поступления требований и показатели качества обслуживания.

Нас интересовала вероятность поступления требований за среднее время обслуживания $\bar{T}_0$: если промежуток между требованиями меньше, чем $\bar{T}_0$, то один наладчик уже не успевает обслуживать и нужно увеличивать их количество.

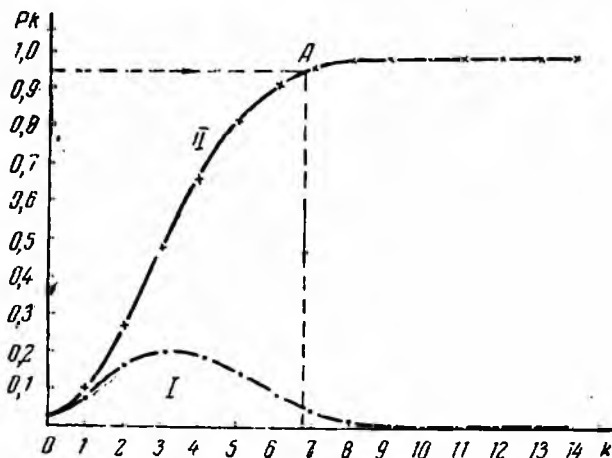


Рис. 2. Распределение вероятностей поступления требований:

I — вероятность поступления k вызовов за время $\bar{T}_0$;
II — накопленная кривая $P\{K > k\}$; A — точка, соответствующая вероятности $P=0,95$.

Среднее время обслуживания равно $\bar{T}_0 = 6,01$ мин (1). Вероятность поступления k вызовов за время $\bar{T}_0$ рассчитывалась по формуле Пуассона.

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}, \quad (6)$$

где $P_k(t)$ — вероятность появления k требований на отрезке времени $0-t$ (в нашем примере $0-t = \bar{T}_0$);

e — основание натуральных логарифмов;

λ — параметр потока или плотность потока.

В нашем примере параметр потока определяется как произведение найденного по формуле (4) параметра потока требований от одного источника $\lambda' = 0,02431$ треб./мин на количество источников (станков) S .

Рассчитанное распределение вероятности поступления k вызовов за время $\bar{T}_0$ изображено на рис. 2. Из графика следует, что наибольшая вероятность соответствует поступлению трех требований (кривая I). Пользуясь накопленной кривой, можно с вероятностью 0,95 утверждать, что все наблюдаемые на участке станки посылают на обслуживание не больше 7 требований. Следовательно, требуется не более 7 обслуживающих рабочих-наладчиков.

Для выбора оптимального решения определялись показатели качества обслуживания при разных вариантах его организации (табл. 2). Рассматривались разные варианты обслуживания при изменяющемся коли-

честве наладчиков $r = 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ и при постоянном числе станков S . Для такой системы были определены следующие показатели качества обслуживания: M — среднее число требований в системе обслуживания; M_1 — средняя длина очереди станков, т. е. количество требований, обслуживание которых еще не начато; M_2 — среднее число незавершенных наладчиков r .

Таблица 2

Варианты обслуживания

Показатели качества обслуживания	Единица измерения	Символ	Число наладчиков						
			2	3	4	5	6	7	8
Среднее число станков в системе обслуживания	шт.	M	12,62	6,79	4,375	3,94	3,38	3,34	3,322
Средняя длина очереди станков	шт.	M_1	10,601	3,94	1,19	0,34	0,094	0,026	0,006
Средняя длина очереди наладчиков	чел.	M_2	0,003	0,177	0,562	1,74	2,78	3,706	4,684
Коэффициент простоя станков	%	K_1	40,77	15,15	4,58	1,31	0,36	0,1	0,02
Коэффициент простоя наладчиков	%	K_2	0,15	5,9	14,05	34,8	46,33	52,94	58,55
Коэффициент выхода из строя станков	%	K	48,54	26,12	16,83	15,15	13,00	12,83	12,78
Коэффициент эффективной работы оборудования	%	$1 - K$	51,46	73,88	83,17	84,85	87,00	87,17	87,22

Для определения этих показателей использовались формулы Эрланга, с помощью которых рассчитывались вероятность занятости наладчиков P_k при разных количествах требований k . В табл. 3 просчитана вероятность занятости восьми наладчиков. Из таблицы видно, что каждое новое состояние системы выражалось через предыдущее. Вероятность занятости r рабочих при поступлении k требований на обслуживание, если $k < r$, определялась по формуле

$$P_{k+1} = \frac{S-k}{k+1} \left(\frac{\lambda'}{\nu} \right) P_k. \quad (7)$$

где λ' — среднее количество требований, поступающих от одного источника в единицу времени;

ν — среднее количество требований, удовлетворяемых за единицу времени $\nu = \frac{1}{T_0}$.

Если $k \geq r$, то вероятность занятости наладчиков следует считать по формуле

$$P_{k+1} = \frac{S-k}{r} \left(\frac{\lambda'}{\nu} \right) P_k. \quad (8)$$

Сумма вероятностей всех состояний системы $\sum_{k=0}^S P_k$ равна 1, откуда нулевое состояние системы (при $k=0$)

$$P_0 = \frac{1}{S + \sum_{k=1}^S P_{k+1}}. \quad (9)$$

В расчете, когда $r=8$ $P_0 = \frac{1}{34,76653} = 0,0287633$. Последующие состояния P_{k+1} определяются умножением вероятности предыдущего состоя-

Таблица 3

Расчет вероятности занятости наладчиков P_k и показателей M, M_1, M_2 ($r = 8$ и $\frac{\lambda'}{r} = 0,1462$)

P_{k+1}	k	$x_k = \frac{S-k}{k+1}$ при $k < r$; $x_k = \frac{S-k}{r}$ при $k \geq r$	$x_k \cdot 0,1462$	$\overbrace{x_k \cdot 0,1462 P_k P_0}^A$	$P_k = 40,0287633$	$M = k P_k$	$r - k, k - r$	M_2, M_1
P_0	—	—	—	$1,00000 P_0$	0,02876	0	8	0,23008
P_1	0	$\frac{26-0}{0+1} = 26$	3,80120	$3,80120 P_0$	0,10934	0,10934	7	0,76538
P_2	1	12,5	1,82750	$6,94669 P_0$	0,19981	0,39962	6	1,19886
P_3	2	8	1,16960	$8,12485 P_0$	0,23370	0,70110	5	1,16850
P_4	3	5,75	0,84065	$6,83016 P_0$	0,19646	0,78584	4	0,78584
P_5	4	4,4	0,64328	$4,39371 P_0$	0,12638	0,63190	3	0,37914
P_6	5	3,5	0,51170	$2,24826 P_0$	0,06467	0,38802	2	0,12934
P_7	6	2,86	0,41813	$0,94006 P_0$	0,02704	0,18928	1	0,02704
P_8	7	2,38	0,34796	$0,32710 P_0$	0,00941	0,07528	0	$\Sigma = 4,68418 = M_2$
P_9	8	$\frac{26-8}{8} = 2,25$	0,32895	$0,10760 P_0$	0,00309	0,02781	1	0,00309
P_{10}	9	2,13	0,31141	$0,03351 P_0$	0,00096	0,00960	2	0,00192
P_{11}	10	2,0	0,29240	$0,00980 P_0$	0,00028	0,00308	3	0,00084
P_{12}	11	1,88	0,27486	$0,00269 P_0$	0,00007	0,00084	4	0,00028
P_{13}	12	1,75	0,25585	$0,00069 P_0$	0,00002	0,00026	5	0,00010
P_{14}	13	1,63	0,23831	$0,00016 P_0$	0,00001	0,00014	6	0,00006
P_{15}	14	1,5	0,21930	$0,00004 P_0$	—	$\Sigma = M = 3,32211$		$\Sigma = 0,00629 = M_1$
P_{16}	15	1,38	0,20176	$0,00001 P_0$	—			
P_{17}	16	1,25	0,18275	—	—			
				$\Sigma = 34,76653 P_0$	$\Sigma = 1,00000 = M_1$			

ния P_k на P_0 . Далее все показатели качества обслуживания выводились из P_k :

$$M = \sum k P_k; \quad (10)$$

$$M_1 = \sum (k - r) P_k \text{ при } k \geq r; \quad (11)$$

$$M_2 = \sum (r - k) P_k \text{ при } k < r. \quad (12)$$

Деля M_1 на количество станков, определяем коэффициент их простоя K_1 . Из соотношения M_2 к r устанавливался коэффициент простоя наладчиков K_2 . Коэффициент выхода станков из строя K равен отношению $\frac{M}{S}$. Коэффициент эффективной работы оборудования составляет разницу $(1 - K)$. Аналогично просчитывалась вероятность занятости 2, 3, 4, 5, 6, 7 наладчиков и устанавливались соответствующие показатели качества обслуживания.

Анализируя данные табл. 2 (цифры условны), приходим к выводу, что оптимальным является вариант, когда $r = 5$, так как при дальнейшем увеличении числа обслуживающих рабочих простои станков практически стремятся к нулю. При $r = 5$ в системе находится 3,94 требования, количество незанятых наладчиков 1,74, число простаивающих в очереди станков 0,34 или 1,31% от всего количества. По сравнению с действующим в цехе вариантом $r = 8$ здесь незначительно выше выход станков из строя и несколько меньше время, используемое для работы станков.

Использование времени наладчиков получается наилучшим при $r = 2$. Однако, этот вариант мы принять не можем, так как резко увеличатся простои станков в очереди и выход их из строя, время работы оборудования снизится до 51,46%. Как показывают расчеты, из восьми можно высвободить трех наладчиков. При этом норма обслуживания на одного наладчика составит 6 станков. Такая норма обслуживания является более обоснованной, она показывает, что на рассмотренном участке автоматного цеха возможно сокращение численности наладчиков до 37,5%.

Таким образом, применение математических методов позволяет найти оптимальный вариант обслуживания, при котором число наладчиков вполне достаточно, а простои автоматов находятся в допустимых пределах. Рассмотренное аналитическое решение может широко применяться для систем обслуживания различного автоматического оборудования при аналогичных условиях его использования.