УДК 004.93:007.52

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗИ ЭЛЕМЕНТОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

А.В. Волик[1], **С.Н. Герасин**[2], **С.И. Лапта**[3]

[1] ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

[2] ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, sgerasin@mail.ru

[3] ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, sergey_lapta@ukr.net

Предложен метод для определения взаимосвязи между элементами нейронной сети. Он допускает нестационарность входного потока и позволяет учитывать нелинейный характер связей между элементами нейронной сети. Метод может быть использован при анализе активности сети и дает возможность оценивать динамические характеристики нейронной сети.

СЕТЬ НЕЙРОННАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ, ДИНАМИКА АКТИВНОСТИ, ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ СЕТИ.

Введение

В настоящее время происходит существенное повышение интереса к искусственному интеллекту, вызванного как развитием технических средств, так и потребностью рынка программного обеспечения в качественно новом продукте. На фоне этого процесса, а вернее, как неотъемлемая часть его, производятся многочисленные попытки применения тех или иных моделей нейронных сетей для решения различных задач. Математический аппарат, позволяющий моделировать работу нейронных сетей, был разработан достаточно давно, но широкое практическое применение его для решения прикладных задач началось сравнительно недавно. В то же время исследование динамики нейронной сети как единого целого и присущие ей эффекты изучены не в полном объеме. Целью статьи является анализ возможных подходов к решению данной задачи с позиций случайного анализа.

1. Анализ взаимосвязи элементов стохастической нейронной сети на основе разложения в ряд Вольтерра

Рассмотрим основные положения анализа нелинейных систем на основе вольтерровского разложения. При этом мы будем говорить об идентификации нелинейной системы в терминах принятого разложения. Обычная постановка задачи, которая при этом рассматривается, состоит в следующем. Имеется нелинейная система T, принцип устройства которой неизвестен, и потому можно представлять себе эту систему в виде «черного ящика». Система имеет вход (один или несколько), на который подается некоторый случайный процесс $x(t)$, и выход $y(t)$, который также является случайным процессом, зависящим от входа $y(t)=T[x(t)]$. Задача идентификации – определить детерминированный закон $T[x(t)]$ на основе известных процессов на входе и выходе. Для этого неизвестный функционал T представляется в виде ряда, в который входят неизвестные функции (ядра). При некоторых предположениях на рассматриваемую систему можно определить эти функции и тем самым идентифицировать неизвестную структуру системы. При дальнейшем анализе можно предположить некоторую функциональную аппроксимацию (модель) и оценивать неизвестные параметры модели.

Метод практического вычисления ядер разложения Вольтерра (или Винера) был разработан М. Шетценом [1], он показал, что в случае, когда входной поток является белым гауссовским шумом, ядра разложения равны корреляционным функциям произведения входных функций и выходной функции.

Однако при идентификации биологических систем возникает необходимость рассматривать и другие входные процессы, отличные от белого шума. В работах [2–5] рассматриваются различные обобщения метода винеровской идентификации на случаи различных входных процессов. Для приложений наиболее интересным является случай входного сигнала в форме точечного процесса, в частности, пуассоновский поток событий на входе системы. Причем метод, предложенный в работах [3, 4], пригоден как для непрерывного, так и для точечного выходного процесса, и легко обобщается на случай более общих точечных процессов на входе, например, можно рассматривать входную марковскую цепь событий.

При рассмотрении взаимодействия элементов нейронной сети с помощью метода разложения в ряд Вольтерра обычно рассматривают одну из трех задач.

1) Подавая на вход нейрона случайный поток стимулов и регистрируя импульсный поток на выходе, описать деятельность нейрона в терминах

ядер разложения. Решение этой задачи позволяет предсказывать поведение нейронов при воздействии на них различных входных потоков. Эти результаты можно использовать, например, для классификации нейронов.

2) Предположим, что входной поток на изучаемый нейрон поступал с выхода другого элемента сети. Тогда изучение зависимости входного и выходного потоков позволяет анализировать взаимодействие элементов сети. Разлагая функцию условной кроссинтенсивности в ряд Вольтерра и определяя ядра разложения, можно полностью охарактеризовать взаимосвязь между элементами. Такой подход является более общим, чем кросскорреляционный, поскольку он позволяет учитывать нелинейные эффекты взаимодействия.

3) Для описания нейрона выбирается простая модель, удобная для работы с разложением в ряд. Тогда результат анализа зависимости между входным и выходным потоками, формулируемый в терминах разложения, можно интерпретировать в терминах выбранной модели и тем самым получить идентификацию таких параметров, как эффективный порог, функция затухания и т. д.

Подчеркнем, что метод разложения в ряд в задаче оценки зависимости элементов сети является обобщением метода вычисления кросскорреляционной функции на случай нелинейных систем. Кросскорреляция входного и выходного потоков пропорциональна ядру первого порядка в разложении Вольтерра и в этом смысле является линейной мерой зависимости. Вычисление ядер второго, третьего, более высоких порядков уточняет структуру взаимодействия элементов и позволяет правильно описывать нелинейные эффекты. При построении оценок ядра первого порядка (пропорционального кросскорреляции) рекомендуется проводить вычисления в частотной области (перейти к преобразованию Фурье), так как при этом удается оценивать статистическую значимость получаемых оценок [5].

Следует заметить, что применение метода разложения требует выполнимости целого ряда условий и накладывает ограничения на систему, рассматриваемые потоки, выбираемую модель и т. д. Некритическое отношение к этим требованиям может приводить к неверным результатам [6]. Кроме того, подчеркнем, что метод изложения позволяет определить структуру неизвестной системы лишь в терминах ядер разложения. При этом остаются неизвестными биофизические механизмы, лежащие в основе функционирования системы. При оценивании ядер второго и более высоких порядков требуются на порядок более длинные выборки, при этом тесты значимости отсутствуют.

2. Метод определения зависимости между элементами нейронной сети, основанный на статистическом анализе зависимости точечных процессов

Известные статистические методы по тем или иным причинам непригодны для решения сформулированных задач. Поэтому в статье разработан статистический метод для определения связей между элементами нейронной сети. Метод специально приспособлен для анализа нейронной импульсной активности и учитывает специфику генерации импульсов элементами сети. Этот метод является, в некотором математическом смысле, наилучшим из возможных методов, поскольку статистические оценки этого метода получаются при максимизации условной функции правдоподобия. Он свободен от большинства недостатков, присущих другим методам, в частности, не предполагается стационарность исследуемых потоков, имеются возможности для учета нелинейности связей, легко обобщается на случай трех и более потоков.

В основе данного метода лежит статистический анализ зависимости точечных процессов, предложенный Д. Коксом [7]. Рассмотрим точечный процесс, подверженный внешнему воздействию. Основное предположение Кокса состоит в том, что риск срабатывания точечного процесса является произведением собственного риска (риска срабатывания при отсутствии воздействия) и функции, зависящей от воздействия:

$$\varphi(t) = \lambda_0(t)\exp(\beta z(t)).$$

Оцениваемый параметр β характеризует степень воздействия, а функция $z(t)$ отражает структуру воздействия, $\lambda_0(t)$ — собственный риск. В частности, $\beta = 0$ означает отсутствие воздействия. Д. Кокс [8] предложил способ оценивания параметра β (вообще говоря, многомерного в случае многих воздействий), исходя из максимума условной функции правдоподобия, что позволяет получить хорошие асимптотические свойства оценки.

Пусть M — точечный процесс, вообще говоря, нестационарный и пусть в момент t^* произошло событие в этом процессе. Функция $\varphi^{t^*}(t)$ называется функцией риска процесса M, если

$$\varphi^{t^*}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_r\left\{ M(t, t+\Delta t) = 1 \left| \frac{M\{t^*\} = 1}{M(t^*, t) = 0} \right. \right\}}{\Delta t},$$

то есть $\varphi^{t^*}(t)$ — условная плотность вероятности срабатывания при условии, что в момент t^* было событие и от t^* до t срабатываний не происходило.

Очевидно, что для пуассоновского процесса

$$\varphi^{t^*}(t) = \varphi(u(t)) = P_M\beta,$$

где P_M — интенсивность пуассоновского процесса, $u(t)$ — обратное время возвращения.

Аналогично, для процесса восстановления риск в момент t зависит лишь от обратного времени возвращения:

$$\varphi^{t^*}(t) = \varphi(u(t)) = \lambda_0(u(t)).$$

Предположим, что для нестационарного точечного процесса M функция риска $\varphi^{t^*}(t)$ имеет следующий вид:

$$\varphi^{t^*}(t) = \lambda_0(u(t))e^{\beta_1 Z_1(t)+\beta_2 Z_2(t)+\ldots+\beta_k Z_k(t)}, \qquad (1)$$

где $Z_1(t)$, $Z_2(t)$, ..., $Z_k(t)$ — заданные функции; $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — неизвестные параметры.

Процесс M, удовлетворяющий этому условию, называют модулированным процессом восстановления, поскольку собственный риск процесса $\lambda_0(u(t))$ как бы модулируется воздействующим вектором $Z_1(t)$, $Z_2(t)$, ... , $Z_k(t)$. В частном случае $\lambda_0(u(t)) = P_M$ процесс M называется модулированным пуассоновским процессом.

Пример 1. Тренд. Пусть K=1 и $Z_1(t)$=t, тогда:

$$\varphi^{t^*}(t) = \lambda_0(u(t))e^{\beta t}.$$

При малых t риск срабатывания процесса примерно равен собственному риску $\lambda_0(u(t))e^{\beta t}$ и экспоненционально возрастает с ростом t (т. е. срабатывания процесса становятся все более частыми при увеличении t).

Пример 2. Синусоидальные изменения. Пусть $k=1$, $Z_1(t) = \sin(\omega_0 t)$, тогда:

$$\varphi^{t^*} = \lambda_0(u(t))e^{\beta \sin(\omega_0 t)}.$$

В этом примере риск процесса изменяется синусоидально с известной частотой ω_0.

Пример 3. Зависимость двух точечных процессов. Рассмотрим двумерный точечный процесс (A, B). Обозначим $u_B(t)$ — обратное время возвращения для процесса B. Пусть $k=1$, $Z_1(t) = Y(u_B(t))$, тогда функция риска для процесса A будет иметь вид:

$$\varphi^{t^*}(t) = \lambda_0(u(t))e^{\beta Y(u_B(t))}.$$

Этот пример иллюстрирует простейшую возможность введения зависимости двух точечных процессов. Риск процесса A зависит от обратного времени возвращения в процессе B, которое предполагается известным и неслучайным. Можно показать, что для модельной нейронной сети риск срабатывания элемента A зависит от обратного времени возвращения $u_B(t)$ в процессе, генерируемом воздействующим на A элементом B, причем

$$Y(u_B(t)) = e^{-\frac{1}{2}u_B(t)}.$$

Значения неизвестных параметров β_i характеризуют зависимость основного процесса A от модулирующих воздействий. Если все β_i равны нулю, то процесс не зависит от воздействующей на него модуляции, и риск срабатывания равен собственному риску; если же величина β_i отлична от нуля, то она характеризует степень воздействия модулирующего процесса.

Перейдем к построению оценок для параметров β_i методом условной функции правдоподобия [7]. Рассмотрим сначала случай модулированного пуассоновского процесса, то есть $\varphi(t) = pe^{\beta Z(t)}$, где для простоты возьмем случай $K=1$.

Пусть на интервале наблюдения $(0, T]$ события процесса появились в моменты t_1, t_2, ..., t_n. Тогда функция правдоподобия имеет вид:

$$L(p,\beta,t_1,t_2,\ldots,t_n) = f^0(t_1)f^{t1}(t_2-t_1)\ldots$$
$$\ldots f^{t_{n-1}}(t_n-t_{n-1})(1-F^{tn}(T-t_n)),$$

где $F^{t^*}(x)$ — функция распределения длины интервала до очередного срабатывания (t^* — момент предыдущего срабатывания); $f^{t^*}(x)$ — плотность этого распределения: $f(x) = \frac{\partial}{\partial x}F^{t^*}(x)$.

Поскольку:

$$\varphi^{t^*}(t^*+x) = \frac{f^{t^*}(x)}{1-F^{t^*}(x)}, \text{ то}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln(1-F^{t^*}(x)\right] = -\varphi^{t^*}(t+x),$$

и, решая это уравнение, находим:

$$F^{t^*}(x) = 1 - e^{-\int_{t^*}^{t^*+x}\varphi^{t^*}(u)du},$$

$$f^{t^*}(x) = \frac{\partial}{\partial x}F^{t^*}(x) = \varphi^{t^*}(t^*+x)e^{-\int_{t^*}^{t^*+x}\varphi^{t^*}(u)du}.$$

Учитывая предположение о виде функции $\varphi^{t^*}(t^*+x)$ и подставляя полученные соотношения в формулу для функции правдоподобия, получим:

$$\alpha(p,\beta,t_1,t_2,\ldots,t_n) = p^n e^{\beta(Z(t_1)+Z(t_2)+\ldots+Z(t_n))} \times$$
$$\times e^{-p\int_0^T e^{\beta Z(u)du}}.$$

В функцию правдоподобия, кроме параметра, который мы хотим оценить, входит неизвестный мешающий параметр p. Чтобы исключить его, воспользуемся тем, что число срабатываний процесса — n на интервале наблюдения $(0, T]$ является достаточной статистикой для p, и перейдем к условной функции правдоподобия:

$$L(p,\beta;t_1,t_2,\ldots,t_n|n) = \frac{\alpha(p,\beta;t_1,t_2,\ldots,t_n)}{P_r\{A(0,T]=n\}}.$$

Известно, что для стационарного пуассоновского процесса число событий на интервале $(0, T]$ имеет распределение Пуассона [4], поэтому:

$$P_r\{A(0,T]=n\}=\frac{p^n\left[\int_0^T e^{\beta Z(u)}du\right]^{nT} e^{-p\int_0^T e^{\beta Z(u)}du}}{n!}.$$

Подставляя полученное выражение, логарифмируя и отбрасывая постоянные сомножители, получим:

$$L_p(\beta)=\beta S-n\ln\left[\int_0^T e^{\beta Z(t)}dt\right],$$

где $S=\Sigma_{i=1}^n Z(t_i)$.

Обозначим

$$U_p(\beta)=\frac{\partial L_p(\beta)}{\partial\beta}=S-n\frac{\int_0^T Z(t)e^{\beta Z(t)}dt}{\int_0^T e^{\beta Z(t)}dt}=S-nA_p(Z,\beta),$$

$$I_p(\beta)=-\frac{\partial^2 L_p(\beta)}{\partial\beta^2}=$$

$$=n\frac{\left(\int_0^T Z^2(t)e^{\beta Z(t)}dt\right)\left(\int_0^T e^{\beta Z(t)}dt\right)-\left(\int_0^T Z(t)e^{\beta Z(t)}dt\right)^2}{\left(\int_0^T e^{\beta Z(t)}dt\right)^2}=$$

$$=n\left[A_p(Z^2,\beta)-A_p^2(Z,\beta)\right],$$

где

$$A_p(Z,\beta)=\frac{\int_0^T Z(t)e^{\beta Z(t)}dt}{\int_0^T e^{\beta Z(t)}dt}.$$

Известно, что $U_p(\beta)$ имеет асимптотически нормальное распределение со средним ноль и дисперсией $I_p(\beta)$ [7]. Отсюда находим условия для вычисления $(1-\alpha)$ доверительного интервала параметра β:

$$\left\{\beta:\left|S-nA_p(Z,\beta)\right|\prec K_{\alpha/2}\sqrt{I_p(\beta)}\right\},$$

где $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-k_\alpha} e^{-\frac{u^2}{2}}du=\alpha$.

С вычислительной точки зрения это условие не является простым. Можно рассчитать требуемую статистику $U_p(\beta)$ при различных β и, интерполируя, найти такие β, при которых выполняется неравенство.

Рассмотрим один частный случай, для которого полученная формула имеет простой вид. Предположим, что $Z(t)=u_B(t)$ и найдем критическое соотношение для проверки гипотезы о равенстве нулю параметра β. Для этого случая

$$A_p(Z,0)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\Sigma_{j=1}^m(x_j^B)^2}{T}=\frac{1}{2}m_2^B,$$

$$A_p(Z^2,0)=\frac{1}{3}\cdot\frac{\Sigma_{j=1}^m(x_j^B)^3}{T}=\frac{1}{3}m_3^B,$$

и величина

$$\xi=\frac{\Sigma_{i=1}^n u_B(t_i)-\frac{1}{2}nm_2^B}{\sqrt{n\left[\frac{1}{3}m_3^B-\frac{1}{4}(m_2^B)^2\right]}}$$

имеет нормальное распределение со средним 0 и дисперсией 1. Здесь мы обозначили через $x_1^B,x_2^B,\ldots,x_m^B$ интервалы между моментами появления событий в процессе B, кроме того, для простоты предполагается, что интервал $(0, T]$ начинается и заканчивается событием процесса B.

Предполагаем, что эти моменты являются фиксированными, а не случайными, и анализируем зависимость процесса A от процесса B при условии известных зафиксированных моментов появления событий процесса B на интервале наблюдения $(0, T]$.

Рассмотрим теперь случай модулированного процесса восстановления A, для которого функция риска имеет вид:

$$\varphi^{t^*}(t)=\lambda_0(u(t))e^{\beta Z(t)}.$$

Здесь предполагается, что $Z(t)$ — модулирующее воздействие — фиксированная (не случайная) функция текущего времени t, если $Z(t)$ связана с реализацией другого случайного процесса, то всю процедуру оценивания проводим при условии, что задана реализация воздействующего процесса и обращаемся с $Z(t)$ как с неслучайной величиной; $\lambda_0(u(t))$ — неизвестный собственный риск, который является мешающей функцией и должен быть исключен из окончательных оценок; β — неизвестный параметр, который требуется оценить (для простоты рассматривается одномерный случай).

Для оценивания β используется не безусловная функция правдоподобия, содержащая неизвестную мешающую функцию $\lambda_0(\cdot)$, а условная функция правдоподобия, при условии, что известны длины межимпульсных интервалов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ в процессе A. Это условие позволяет исключить мешающую функцию и получить оценку для параметра β, обладающую хорошими асимптотическими свойствами.

Длины межимпульсных интервалов, упорядоченные по возрастанию, обозначим $x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(n)}$, так что $x_{(1)}\prec x_{(2)}\prec\ldots\prec x_{(n)}$, причем предполагается, что все интервалы различны. Обозначим Z_{ij} следующую величину: пусть $i\geq j$, тогда интервал $x(j)\leq x_{(i)}$, величина Z_{ij} зависит от интервала $x_{(j)}$, но вычисляется в момент $x_{(i)}$, от начала интервала $x_{(i)}$. Другими словами: к началу большего интервала $x_{(i)}$ прикладываем меньший интервал $x_{(j)}$ и в момент времени, соответствующий концу интервала $x_{(j)}$, вычисляем величину Z_{ij}. Величина Z_{ij} вычисляется в момент, соответствующий концу интервала $x_{(j)}$.

Аналогично тому, как это было сделано для модулированного пуассоновского процесса, можно получить функцию правдоподобия для модулированного процесса восстановления:

$$\alpha\left(\lambda_0(u(t)),\beta;x_1,x_2,\ldots,x_n\right)=$$
$$=\lambda_0(x_{(1)})e^{\beta Z(x_{(1)})}e^{-\int_0^{x(1)}\lambda_0(u)e^{\beta Z(u)}du}\times$$
$$\times\lambda_0(x_{(2)})e^{\beta Z(x_{(1)}+x_{(2)})}e^{-\int_0^{x(2)}\lambda_0(u)e^{\beta Z(x(1)+u)}}\times\ldots$$
$$\ldots\times\lambda_0(x_{(n)})e^{\beta Z(x_{(1)}+x_{(2)}+\ldots+x_{(n)})}e^{-\int_0^{x(n)}\lambda_0(u)e^{\beta Z(x(1)+\ldots+x(n-1)+u)}du}.$$

Для того, чтобы написать условное правдоподобие, нужно безусловную функцию правдоподобия разделить на вероятность условия:

$$P_r\left\{\begin{array}{l}\text{длины интервалов}\\ \text{равны } x_{(1)},x_{(2)},\ldots,x_{(n)}\end{array}\right\}=P_r\left\{\begin{array}{l}\text{минимальный интервал}\\ \text{равен } x_{(1)}\end{array}\right\}\times$$
$$\times P_r\left\{\begin{array}{l}\text{второй по величине}\\ \text{интервал равен } x_{(2)}\end{array}\middle|\begin{array}{l}\text{минимальный}\\ \text{равен } x_{(1)}\end{array}\right\}\times\ldots\times$$
$$\times P_r\left\{\begin{array}{l}\text{максимальный по}\\ \text{величине интервал}\\ \text{равен } x_{(n)}\end{array}\middle|\begin{array}{l}\text{минимальный равен } x_{(1)},\\ \text{второй равен } x_{(2)},\ldots,\\ (n-1)\text{-й по величине}\\ \text{равен } x_{(n-1)}\end{array}\right\}.$$

Самый короткий интервал $x_{(1)}$ дает следующий вклад в эту вероятность:

$$\lambda_0(x_{(1)})e^{-\int_0^{x(1)}\lambda_0(u)e^{\beta Z_{11}}du}\left(e^{\beta Z_{11}}+e^{\beta Z^{21}}+\ldots+e^{\beta Z_{n1}}\right).$$

Вклад от следующего по величине интервала $x_{(2)}\succ x_{(1)}$ при условии, что минимальный интервал $x_{(1)}$ известен, будет:

$$\lambda_0(x_{(2)})e^{-\int_0^{x(2)}\lambda_0(u)e^{\beta Z22}du}\left(e^{\beta Z_{22}}+e^{\beta Z^{22}}+\ldots+e^{\beta Z_{n2}}\right)$$

и т. д.

При выводе формул используется соображение, что информация о β не может быть получена кроме как из наблюдаемых интервалов между появлениями событий, то есть x_1, x_2, ... , x_n; поэтому для всех других значений аргумента функция $\lambda_0(\cdot)$ тождественно равна нулю. Подставляя полученные выражения в формулу для условной функции правдоподобия, получаем:

$$L(\beta;x_1,x_2,\ldots,x_n)=\frac{e^{\beta\Sigma_{i=1}^n Zii}}{Z_{i=1}^n e^{\beta Z_{i2}}\times\ldots\times\Sigma_{i=1}^n e^{\beta Z_{in}}}.$$

Логарифмируя, получим:

$$L_R(\beta)=\beta S-\Sigma_{i=1}^n\log\left(\Sigma_{l=i}^n e^{\chi Z_{li}}\right),$$

где S — то же самое, что и в пуассоновском случае.

Обозначим:

$$U_R(\beta)=\frac{\partial L_R(\beta)}{\partial\beta}=S-nA_R(Z,\beta),$$

$$I_R(\beta)=-\frac{\partial^2 L_R(\beta)}{\partial\beta^2}=n\left[A_R(Z^2,\beta)-\frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n\frac{\left(\Sigma_{l=i}^n Z_{li}e^{\beta Z_{li}}\right)^2}{\left(\Sigma_{l=i}^n e^{\beta Z_{li}}\right)^2}\right],$$

где $A_R(Z,\beta)=\frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n\left[\frac{\Sigma_{l=i}^n Z_{li}e^{\beta Z_{li}}}{\Sigma_{l=i}^n e^{\beta Z_{li}}}\right].$

И совершенно аналогично тому, как это делается в пуассоновском случае, строится доверительный интервал для параметра β и выписывается критическое отношение для проверки гипотезы $\beta=0$. В случае, когда β есть вектор размерности $k(k\geq 2)$, все формулы получаются аналогично. Для проверки гипотезы $\vec{\beta}=0$ рассматривается величина

$$\eta=U_R^T(0)\left[I_R(0)\right]^{-1}U_R(0),$$

где U_R^T — транспонированный вектор первых производных условной функции правдоподобия; $\left[I_R(0)\right]^{-1}$ — матрица, обратная к матрице вторых производных.

Величина η имеет распределение X^2 с k степенями свободы. Поэтому для построения границы доверительной области нужно найти такие значения параметров β, для которых $\eta=\chi^2_{\text{крит.}}$, где $\chi^2_{\text{крит.}}$ — критическое значение, соответствующее выбранной доверительной вероятности.

Выводы

В статье изучены различные методы анализа взаимодействия нелинейных нейронных сетей в предположении, что на вход сети поступает случайный процесс общего вида.

Предложен статистический метод определения взаимосвязи между элементами нейронной сети. Он позволяет получать эффективные оценки параметров, которые характеризуют взаимосвязи между элементами сети, и позволяет производить оценку ее динамических характеристик.

Список литературы: 1. *Schetzen M.* The Volterra and Viener theories of nonlinear systems. — N.-Y.: John Willey, 1980. — 531 p. 2. *Пятигорский Б. Я., Чинаров В. А.* Винеровская идентификация простых нейронных систем. / Сб. Взаимодействующие марковские процессы и их применение к математическому моделированию биологических систем. — Пущино, 1982. — С. 144–152. 3. *Kroeker J. P.* Wiener analysis of nonlinear systems using Poisson — Charlier crosscorrelation // Biol. Cybern., 1977. — V. 27. — P. 221–227. 4. *Kroeker J. P.* Wiener analysis of functionals of a Markov chain: application to neural transformation of random signals // Biol. Cybern., 1980.– V. 36. — P. 243–248. 5. *Хайкин С.* Нейронные сети: Полный курс, 2-е изд. — М.: Изд. Дом «Вильямс», 2006. — 1104 с. 6. *Круглов В.В., Борисов В.В.* Искусственные нейронные сети. — М.: Горячая линия — Телеком, 2001. — С. 324-325. 7. *Кокс Д., Льюис П.* Статистический анализ последовательностей событий. — М.: Мир, 1969. — 310 с. 8. *Cox D. R.* The statistical analysis of dependencies in point processes // Stochastic point processes. — N.-Y.: Willey, 1972. — P. 55–66.

Поступила в редколлегию 04.03.07