УДК 621. 373.072.9

В. В. РАПИН, канд. техн. наук

СИНХРОНИЗИРОВАННЫЙ АВТОГЕНЕРАТОР С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ВТОРОГО РОДА

Введение

Явление синхронизации автоколебательных систем представляет значительный теоретический интерес и имеет важное практическое значение. Этот специфический режим работы, помимо генерирования, наделяет их способностью выполнять большое количество других операций, используемых на практике. Синхронизированные автогенераторы и их системы осуществляют стабилизацию частоты, ее умножение и деление, производят усиление и демодуляцию АМ, ЧМ и ФМ сигналов, фазовую коррекцию, нелинейную фильтрацию, дают возможность получать радиоимпульсы с фазовой когерентностью, входят в состав синхронных радиоприемных устройств и т.д.

В информационно-измерительной технике синхронизированные автогенераторы находят применение в качестве основных элементов фазогенераторных преобразователей, которые обладают чувствительностью на два порядка большей чувствительности резонансного и мостового методов. Функциональные преобразователи на основе синхронизированных автогенераторов гармонических колебаний обладают рядом существенных преимуществ перед другими видами преобразователей, часто являются наиболее эффективными, а иногда и единственными, обеспечивающими требуемые характеристики.

Использовались синхронизированные автогенераторы и в несколько ином качестве при анализе гидродинамических, химических и биологических аналогов, где служили средством для решения общефизических задач теории неравновесных сред. Введение фазовой обратной связи (ФОС) позволило существенно расширить функциональные возможности как отдельных автоколебательных элементов, так и вышеуказанных систем в целом [1, 2] поскольку привело не только к улучшению известных характеристик, но и к появлению новых свойств.

Цель статьи – исследование влияния отрицательной фазовой обратной связи второго рода на характеристики синхронизированного на основном тоне автогенератора.

Формирование отрицательной фазовой обратной связи второго рода

Допустим, что исходный сигнал синхронизации и сигнал обратной связи, т.е. сигнал синхронизированного автогенератора, описываются выражениями $u_c = A_c \cos(\omega_c t + \varphi_c)$ и $u_0 = A_0 \cos(\omega_c t + \varphi)$. Тогда функциональная схема одного из возможных устройств, реализующих процесс формирования данной фазовой обратной связи, может быть представлена в виде, рис. 1 (1 – устройство возведения в квадрат; 2 – разделительная цепь; 3 – умножитель, 4 – фильтр).

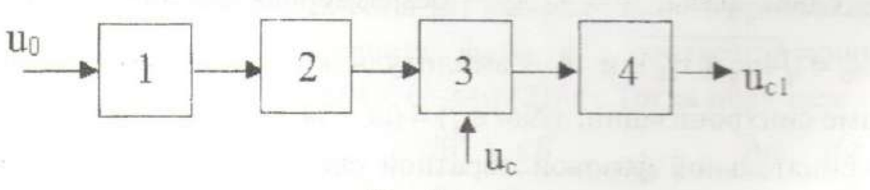

Рис. 1

В данном случае сигнал обратной связи возводится в квадрат в блоке 1 с последующим устранением постоянной составляющей разделительной цепью 2. Оставшаяся вторая гармоническая составляющая перемножается с исходным сигналом синхронизации в умножителе 3. В результате выполнения этой операции получаем две гармонические составляющие

$$1/2 A_0^2 \cos(2\omega_c t + 2\varphi) A_c \cos(\omega_c t + \varphi_c) = 1/4 A_0^2 A_c [\cos(3\omega_c t + 2\varphi + \varphi_c) + \cos(\omega_c t + 2\varphi - \varphi_c)].$$

Третья гармоника подлежит устранению фильтром 4, а первая гармоническая составляющая этого произведения и есть непосредственный сигнал синхронизации, сформированный на первом цикле. Его можно представить следующим образом $u_{c1} = A_1 \cos(\omega_c t + \psi_{c1})$, где

$\psi_{c1} = 2\varphi - \varphi_c$. Для усиления влияния обратной связи эту процедуру следует повторить. В итоге получаем обратную связь более высокого порядка.

Возводить в квадрат следует сигнал синхронизации, полученный на предыдущем цикле, и переменную составляющую результата перемножить с сигналом обратной связи. Первая гармоника этого произведения и будет непосредственным сигналом синхронизации. В общем виде фаза непосредственного сигнала синхронизации описывается выражением $\psi_{cl} = (2^{l-1}+1)\varphi - 2^{l-1}\varphi_c$ где l – количество циклов формирования фазовой обратной связи.

Математическая модель синхронизированного автогенератора с ФОС

Рассмотрим, для определенности, одноконтурный автогенератор с трансформаторной обратной связью. Результаты, как известно, не изменятся существенно, если исходить из иной схемы одноконтурного автогенератора. Нелинейную характеристику усилительного элемента считаем безынерционной и аппроксимируем полиномом четвертой степени $i = a_0 + a_1 u_y + a_2 u_y^2 + a_3 u_y^3 + a_4 u_y^4$, где $u_y = u + u_0$ управляющее напряжение, u_0 – фиксированное смещение, а u – напряжение положительной обратной связи на входе усилительного элемента, оно же является сигналом автогенератора. Непосредственный сигнал синхронизации $i_c = I_c \cos(\omega_c t + \psi_{cl})$, в данном случае в виде тока, подается в контур. Тогда одноконтурный автогенератор синхронизированный на основном тоне описывается уравнением

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} - \varepsilon(1 - 2\beta u - 3\gamma u^2 - 4\delta u^3)\frac{du}{d\tau} + u = k_{oc} R \delta_k \frac{di_c}{d\tau},$$

где $\varepsilon = \delta_k \alpha$ – малый параметр; $\tau = \omega_c t$ – безразмерное время; $\alpha = (k_{oc} R \alpha_0 - 1) > 0$; $\beta = \beta_0 / \alpha_0'$; $\gamma = \gamma_0 / \alpha_0'$; $\delta = \delta_0 / \alpha_0'$; $\delta_0 = a_4$; $\alpha_0 = a_1 + 2a_2 u_0 + 3a_3 u_0^2 + 4a_4 u_0^3$; $\beta_0 = a_2 + 3a_3 u_0 + 6a_4 u_0^2$; $\gamma_0 = a_3 + 4a_4 u_0$; $\alpha_0' = -\alpha_0 + 1/(kR)$; $\delta_k = 1/Q$; ω_0, R, Q – резонансная частота контура автогенератора, его сопротивление и добротность, k_{oc} – модуль коэффициента положительной обратной связи.

Учитывая высокую добротность контура, считаем амплитуду и фазу колебаний медленно меняющимися функциями времени. Пусть также $|d\psi_{cl}/d\tau| << 1$. Решение указанного уравнения, как известно, может быть найдено в виде $u = A\cos(\omega_c t + \varphi)$. Далее, используя метод усреднения, приходим к укороченным уравнениям, представляющим амплитуду и фазу колебаний

$$\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}(y^3 - y) = \frac{\varepsilon B}{2\alpha}\cos\theta, \quad \frac{d\theta}{d\tau} + \frac{\varepsilon B}{2\alpha y}\sin\theta = -\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{d\psi_{cl}}{d\tau}, \tag{1}$$

где $\theta = \varphi - \psi_{cl}$ – сдвиг фазы; $y = A / A_0$ – безразмерная амплитуда колебаний; $B = I_c / I_0$; $I_0 = A_0 / (Rk_{oc})$; $A_0 = \sqrt{4\alpha_0' / (3\gamma_0)}$ и A – амплитуды колебаний автогенератора в автономном режиме и в режиме синхронизации; $(\Delta\omega / \omega_0) = (\omega_c - \omega_0) / \omega_0$.

В случае отрицательной фазовой обратной связи второго рода сдвиг фазы колебаний синхронизированного автогенератора относительно исходного сигнала синхронизации может быть представлен в виде $\theta = -2^{l-1}(\varphi - \varphi_c) = -k\theta^0$, где множитель k отражает глубину обратной связи и принимает целые положительные значения. Тогда укороченные уравнения (1) могут быть записаны следующим образом

$$\frac{dy}{d\tau} + \frac{\varepsilon}{2}(y^2 - 1)y = \frac{\varepsilon B}{2\alpha}\cos(k\theta^0), \quad \frac{d\theta^0}{d\tau} - \frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\sin(k\theta^0) = -\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{d\varphi_c}{d\tau}. \tag{2}$$

Эти уравнения и являются математической моделью синхронизированного автогенератора с отрицательной фазовой обратной связью второго рода.

Устойчивость колебаний в синхронизированном автогенераторе

Исследование устойчивости проведем первым методом Ляпунова, с помощью линеаризованных уравнений, полученных из системы (2) и описывающих малые возмущения безразмерной амплитуды δy и фазы $\delta\varphi$ колебаний. $\dfrac{d(\delta y)}{d\tau} = a\delta y + b\delta\varphi$, $\dfrac{d(\delta\varphi)}{d\tau} = c\delta y + d\,\delta\varphi$,

где $a = -\dfrac{\varepsilon}{2}(3y^2-1)$, $b = -\dfrac{\varepsilon B}{2\alpha}k\sin(k\theta^0)$, $c = -\dfrac{\varepsilon B}{2y^2\alpha}\sin(k\theta^0)$, $d = \dfrac{\varepsilon B}{2y\alpha}k\cos(k\theta^0)$.

Характеристическое уравнение имеет вид $\lambda^2-(a+d)\lambda+ad-bc=0$, откуда следуют условия устойчивости колебаний $-(a+d)>0$ и $ad-bc>0$. Подставляя выражения для коэффициентов в первое неравенство, имеем $\cos(k\theta^0)<(3y^2-1)y/(Bk/\alpha)$. Если правая часть этого неравенства является величиной большей единицы, то данное неравенство выполняется при любых значениях аргумента тригонометрической функции. Это будет иметь место когда $k<(3y^2-1)/[B/(\alpha y)]$. При малых сигналах синхронизациии B/α гораздо меньше единицы, а величина безразмерной амплитуды y близка к единице. Следовательно параметр k может принимать довольно большие значения.

Второе неравенство, после подстановки выражений для входящих в него коэффициентов и последующего преобразования, записывается в удобной для анализа форме $\cos(k\theta^0)<-B[\sin(k\theta^0)]^2/[\alpha y(3y^2-1)]$. Учитывая ранее указанные величины параметров, легко видеть, что абсолютная величина правой части приведенного выражения значительно меньше единицы, при любых значениях функции $[\sin(k\theta^0)]^2$. Следовательно, и сдвиг фазы, при котором это неравенство справедливо, можно с довольно малой погрешностью представить в виде $\pi/2\le k\theta^0\le 3/2\pi$. Сравнивая диапазоны фазового сдвига, в которых выполняются оба указанные неравенства, легко заметить, что общим является диапазон $\pi/2\le k\theta^0\le 3/2\pi$. Колебания синхронизированного автогенератора с такими фазовыми сдвигами относительно непосредственного сигнала синхронизации и будут устойчивыми. Сдвиг фазы колебаний автогенератора относительно внешнего сигнала синхронизации будет меняться в пределах $(\pi/2)/k\le\theta^0\le(3/2\pi)/k$. Поскольку параметр k принимет целые положительные значения, то легко видеть, что данный вид фазовой обратной связи при $k\ne 1$ не только уменьшает диапазон фазовых сдвигов устойчивых колебаний, зависящих от расстройки и тем больше чем больше порядок фазовой обратной связи, но и приводит к появлению фиксированной составляющей π/k.

Исследование математической модели

Для исследования укороченных уравнений (2) предварительно произведем в них замену переменной $\theta^0=\pi/k+\theta^1$. Изменения сдвига фазы θ^1, соответствующие устойчивым колебаниям, находятся в пределах $-(\pi/2)/k<\theta^1<(\pi/2)/k$. Тогда получаем

$$\frac{dy}{d\tau}+\frac{\varepsilon}{2}(y^2-1)y=-\frac{\varepsilon B}{2\alpha}\cos(k\theta^1),\quad \frac{d\theta^1}{d\tau}+\frac{\varepsilon B}{2y\alpha}\sin(k\theta^1)=-\frac{\Delta\omega}{\omega_0}-\frac{d\varphi_c}{d\tau}, \tag{3}$$

Преобразуем эту систему к иному виду, с учетом замены переменной, и того факта, что производной безразмерной амплитуды колебаний, согласно [1, 5], можно пренебречь.

$$y^3-y=\frac{B}{\alpha}\cos(k\theta^0),\quad \theta^0=\frac{\pi}{k}+\frac{1}{k}\arcsin[-\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{эн}y],$$

где $\left(\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)_{эн}=\left(\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}+\dfrac{d\theta^1}{d\tau}+\dfrac{d\varphi_c}{d\tau}\right)\dfrac{2\alpha}{\varepsilon B}$ эквивалентная нормированная расстройка. В данном случае $-1 \le (\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{эн} \le 1$, а $-\frac{\pi}{2} \le \arcsin[-(\frac{\Delta\omega}{\omega_0})_{эн} y] \le \frac{\pi}{2}$.

В графическом виде зависимость для сдвига фазы колебаний автогенератора без ФОС и при фазовой обратной связи различного порядка представлена на рис. 2.

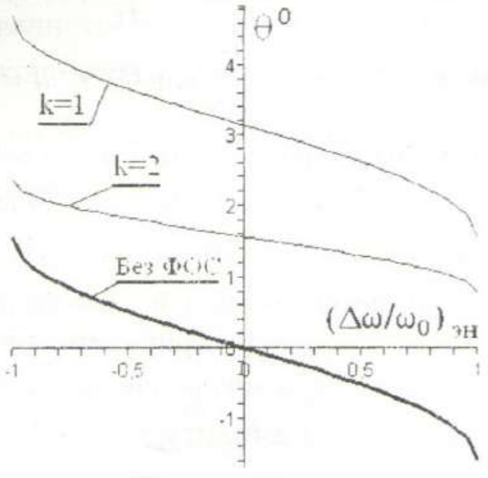

Рис. 2

Легко видеть, что отрицательная фазовая обратная связь второго рода существенно влияет на сдвиг фазы колебаний синхронизированного автогенератора и, как нетрудно заметить не меняет полосы синхронизации.

Далее рассмотрим влияние ФОС на динамические характеристики. Полученная система (3) является системой нелинейных дифференциальных уравнений, решать которую целесообразно аналитическим методом. Для этой цели подходит метод линейной аппроксимации, представленный, например, в [1]. Поскольку с практической точки зрения интерес представляет только сдвиг фазы колебаний, то и аппроксимацию укороченных уравнений линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами будем производить по этому параметру.

Тогда линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, аппроксимирующее укороченные уравнения (3) по сдвигу фазы, имеет вид

$$\frac{d\theta^1}{d\tau} + \xi(1-\Delta_s)k\theta^1 = -(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}) - \frac{d\varphi_c}{d\tau},$$

где $\xi = (\varepsilon B)/(2\alpha y_0)$, y_0 – амплитуда стационарных колебаний при $\Delta\omega/\omega_0 = 0$.

При начальных условиях $\theta^1_{(0)} = 0$, $\varphi_c = const$ и $\Delta\omega/\omega_0 = const$ решением этого уравнения является выражение $\theta^1_{(\tau)} = -\frac{\Delta\omega/\omega_0}{\xi k(1-\Delta_s)}(1-\exp(-(1-\Delta_s)k\xi\tau))$ а сдвиг фазы колебаний синхронизированного автогенератора относительно внешнего (исходного) сигнала синхронизации описывается соотношением

$$\theta^0_{(\tau)} = \pi/k - \frac{\Delta\omega/\omega_0}{\xi k(1-\Delta_s)}(1-\exp(-(1-\Delta_s)k\xi\tau)).$$

Сдвиг фазы колебаний синхронизированного автогенератора без обратной связи представим выражением

$$\theta^0_{(\tau)} = -\frac{\Delta\omega/\omega_0}{\xi(1-\Delta_s)}(1-\exp(-(1-\Delta_s)\xi\tau)).$$

Анализ полученных результатов показывает, что отрицательная фазовая обратная связь второго рода первого порядка ($k = 1$) не влияет на длительность переходного процесса и величину составляющей фазового сдвига, зависящей от частотной расстройки. Эти параметры остаются такими же, как и в случае синхронизированного автогенератора без фазовой обратной связи. Наличие ФОС приводит только к появлению фиксированного сдвига фазы на π, т.е. колебания автогенератора с фазовой обратной связью в находятся в противофазе по отношению к внешнему сигналу синхронизации при отсутствии частотной расстройки.

При $k > 1$ длительность переходного процесса уменьшается, уменьшается и фиксированная составляющая фазового сдвига, равная π / k и диапазон значений сдвигов фазы.

Заключение

Рассмотрено влияние отрицательной фазовой обратной связи второго рода на характеристики синхронизированного на основном тоне одноконтурного автогенератора. Разработана математическая модель в виде нелинейных укороченных дифференциальных уравнений, которая исследована методом линейной аппроксимации. Показано, что данный вид фазовой обратной связи существенно влияет на функционирование автоколебательной системы. Полученные результаты предназначены для разработки и моделирования функциональных преобразователей на базе синхронизированных автогенераторов, но могут быть использованы также при создании радиоэлектронных устройств различного назначения.

Список литературы: 1. *Rapin* V. Synchronized oscillators with the phase negative feedback // IEEE Transactions on Circuits and Systems. CAS-49. 2002. № 8. P. 1242-1245. 2. *On the phase* feedback in the synchronized oscillators // 2nd IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications. June 30 –July 2, 2004. Moscow. Russia. 3. *Рапин В.* Синхронизированный LC-авто-генератор с обратной связью // Радиотехника. 2003. №9. С. 43-46. 4. *Рапин В.* Фазовая обратная связь в неавтономных системах синхронизированных автогенераторов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. №1. С. 63-69. 5. *В. Рапин.* Адаптация метода линейной аппроксимации для исследования синхронизированных автогенераторов // Электросвязь. 2004. № 12. С. 38-40.

Украинская инженерно-педагогическая академия
Поступила в редколлегию 06.08.2007