

621.396(06)  
Р 15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

# РАДИОТЕХНИКА

Всеукраинский межведомственный  
научно-технический сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 101

ХНУРЕ Radvotekhnika



744010

БІБЛІОТЕКА ХНУРЕ ІНВ. № <u>744010</u>
---

Харьков ХТУРЭ 1997

Изложены исследования в области формирования, синтеза и анализа радиосигналов, результаты теоретических и экспериментальных исследований электронных приборов СВЧ. Рассмотрены вопросы расчета квантовых приборов — полупроводниковых лазеров.

*Журнал включен в список специальных изданий ВАК Украины по физико-математическим и техническим наукам.*

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. *А.И. Терещенко* (отв. ред.), канд. техн. наук проф. *В.Д. Кукуш* (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. *Ж.Ф. Пащенко* (отв. секр.), д-р техн. наук проф. *Ю.И. Волощук*, д-р техн. наук проф. *Б.Л. Кащеев* д-р. техн. наук проф. *В.М. Кузьмичев*, канд. техн. наук доц. *Е.М. Кулешов*, д-р техн. наук проф. *Н.Д. Колпаков*, д-р физ.-мат. наук проф. *О.А. Третьяков*, д-р физ.-мат. наук проф. *Н.А. Хиженяк*, д-р техн. наук проф. *А.Г. Шейн*, д-р техн. наук проф. *Я.С. Шифрин*, академик *В.П. Шестопалов*.

Ответственный за выпуск д-р техн. наук, проф. *Б.Л. Кащеев*.

Адрес редакционной коллегии: 310726, Харьков-726, просп. Ленина, 14, ХТУРЭ, тел. 40-93-66

**СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
РАДИОТЕХНИКА  
Выпуск 101**

Редактор *О.П. Котух*  
Корректор *М.Т. Демченко*  
Компьютерная верстка *Л.Д. Васильченко*

Подп. в печать 31.03.97 Формат 60x84 $\frac{1}{16}$ . Бумага тип. Печать  
офсетная. Усл. печ. л. 9,3 Учет.- изд. л. 8,6 Тираж 100 экз.  
Зак. № 31. Цена договорная.

Оригинал - макет подготовлен в издательстве ХТУРЭ.

---

ХТУРЭ. Украина, 310726 Харьков, просп. Ленина, 14.

---

Отпечатано в издательстве ХТУРЭ.  
Украина, 310726 Харьков, просп. Ленина, 14.



Харьковский государственный  
технический университет радио-  
электроники, 1997

*И. Д. ГОРБЕНКО*, д-р. техн. наук, *И. А. ШТАНЬКО*  
*А. К. ПЕСТЕРЕВ*

## **УСКОРЕННЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ**

В [1] приведен ускоренный алгоритм формирования двоичных характеристических дискретных сигналов в простом поле Галуа  $GF(p)$ . Более предпочтительными с точки зрения свойств и приложений являются многопозиционные характеристические дискретные сигналы. Проведенный анализ показал, что к настоящему времени не разработан эффективный алгоритм построения многопозиционных сигналов, не изучены в полной мере их свойства и практические приложения в системах связи. В статье сформулирована и доказана теорема, с использованием которой разработан алгоритм синтеза многопозиционных характеристических дискретных сигналов, отличающие в общем случае в расширенном поле Галуа  $GF(p^n)$ , обладающих по сравнению с известными [2] существенно меньшей вычислительной сложностью.

Алгоритм синтеза (формирования) базового изоморфизма многопозиционного характеристического дискретного сигнала (МХДС), обладающий по сравнению с известным алгоритмом [2] меньшей вычислительной сложностью, задается теоремой 1. При этом под базовым изоморфизмом понимается изоморфизм МХДС, построенный при использовании минимального первообразного элемента  $\theta_v(x)$  поля Галуа  $GF(p^n)$ , где  $n$  – степень расширения поля. Отметим также, что в качестве базового может быть выбран любой первообразный элемент поля  $GF(p^n)$ . В отличие от [1], теорема 1 формулируется для более общего случая  $k$  – значного характера.

**Т е о р е м а 1.** Пусть  $v_i = 0, p^n - 2$  есть множество индексов элементов поля  $GF(p^n)$ , упорядоченных в порядке возрастания, а  $k$  – значный характер элементов поля  $a_1, a_2, \dots, a_{p^n - 1}$  фиксируется функцией с ограничениями на значность

$$\psi(a_i) = \exp(j \frac{2\pi}{k} v_i), \text{ причем}$$

$$\begin{cases} p^n - 1 \equiv 0 \pmod{k}, \\ 2 \leq k \leq p^n - 1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p$  – простое число,

$n$  – степень расширения поля.

Тогда алгоритм построения МХДС может быть описан следующими шагами:

1. Формируется массив сдвинутых по значению индексов  $v_i = i + 1$ ,  $i = 0, p^n - 2$ , упорядоченный по возрастанию и массив элементов – чисел  $a_i (i = 1, p^n - 1)$  расширенного поля  $GF(p^n)$ :

$$a_i = \text{МП}(i) = \theta_{\nu}^i(x) \pmod{d(f(x), p)}, \quad (2)$$

где  $f(x)$  – не приводимый над полем многочлен.

2. Формируется массив  $MC(i)$  элементов поля  $GF(p^n)$ , значения которого определяются правилом

$$\begin{aligned} MC(i) &= \text{МП}(i) + 1 \text{ при } \theta_{\nu}^i(x) + 1 \equiv 0 \pmod{d(f(x), p)}, \\ MC(i) &= 1 \quad \text{при } \theta_{\nu}^i(x) \equiv 1 \pmod{d(f(x), p)}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$i = 0, p^n - 2.$$

3. Массив индексов  $v_i$  или массив  $v_i - 1$  преобразуется (записывается) в массив  $MK(j)$  по адресу  $\text{МП}(i)$  так, что

$$\begin{aligned} MK(j) &= MK(\text{МП}(i)) = MK(\theta_{\nu}^i \pmod{d(f(x), p)}) = j - 1, \\ j &= 1, p^n - 1. \end{aligned} \quad (4)$$

4. Формируется массив индексов элементов поля  $MU(i)$ ,  $i = 0, p^n - 2$ , значениями которого являются индексы  $v_i$ , считанные из массива  $MK(j)$  по адресу  $MC(i)$ , т. е.

$$MU(i) = MK[MC(i)]. \quad (5)$$

5. В соответствии с выражением для всех  $p^n - 1$  элементов  $a_i$  вычисляется  $k$ -значный характер поля

$$\psi(a_i) = \psi(\theta_p^i + 1) = -\psi[MU(i)] = -\psi\{MK[MC(i)]\},$$

$$1, \text{ если } MU(i) \equiv 0 \pmod{k}; \quad (6)$$

$$\exp j \frac{2\pi}{k}, \quad \text{если } MU(i) \equiv 1 \pmod{k};$$

⋮  
⋮  
⋮

$$\exp(j \frac{2\pi}{k} (k-1)), \text{ если } MU(i) \equiv k-1 \pmod{k}.$$

Для доказательства теоремы 1 покажем, что алгоритм, сформулированный в ней, эквивалентен алгоритму, изложенному в [2]. По существу покажем, что на шагах 1...4 обеспечивается решение  $L^2$  сравнений вида  $v_i = \text{IND}(\theta_p^i + 1)$ . Действительно, на шаге  $L$  обеспечивается формирование всех элементов

$$d_i = \theta_p^i \pmod{d(f(x), p)},$$

и сдвинутых на единицу индексов  $v_i' = i + k(i = 0, L-1, L = p^n - 1)$  или индексов  $v_i' = i$  упорядоченных по возрастанию. На этом шаге,

формируются номера элементов поля, расположенных в порядке возрастания.

В таком порядке они представляют собой натуральный ряд чисел, ограниченный числом  $p^2 - 1$  или  $p^2 - 2$ .

Таким образом, на первом этапе алгоритм, определенный теоремой 1, и известный, приведенный в [2], совпадали.

На шаге 2 формируется массив элементов поля  $a_i$ , сдвинутый по значению на единицу, т. е.

$$a_i = (a_i + 1) \bmod d(f(x), p) = (\theta_p^i + 1) \bmod d(f(x), p).$$

На шагах 1 и 2 формируются массив элементов поля  $a_i = \theta_p^{v_i} \bmod d(f(x), p)$  и массив  $a_i = (\theta_p^i + 1) \bmod d(f(x), p)$ , сдвинутых на единицу по значению, а также натуральный ряд чисел, представляющий собой сдвинутый на единицу, упорядоченный по возрастанию массив индексов. В целом первый и второй шаг алгоритма совпадают с известными. На шагах 3 и 4 в результате записи сдвинутых индексов  $v_i = i + 1$ ,  $i = 0, p^n - 2$ , по адресу  $МП(i)$  в массиве  $МК(i)$ , оказываются записанными по отношению к соответствующим элементам поля  $GF(p^n)$  сдвинутые на единицу в сторону возрастания числа индексы. При считывании же из массива  $МК(i)$  чисел индексов с адресом  $МС(i)$  в массиве  $МИ(i)$  оказываются записанными индексы  $v_i$  которые так же на единицу сдвинуты относительно индексов  $v_i$ . Эти операции записи индексов  $v_i$  по адресу  $\theta_p^i$  и считывание по адресам  $\theta_p^i + 1$  по существу составляют способ решения  $p^2 - 1$  сравнений вида

$$\theta_p^i + 1 = \theta_p^{v_i} \bmod d(f(x), p).$$

Таким образом, утверждение доказано для расширенного поля  $GF(p^n)$ . Можно убедиться, что теорема 1, приведенная выше, является по отношению к теореме 1 [1] более общей и совпадает с ней в частном случае простого поля и двоичного характера.

Рассмотрим примеры построения МХДС.

**Пример 1.** Пусть, например, необходимо построить МХДС для простого поля Галуа с параметрами

$$\begin{aligned}n &= 1, \\p &= 13, \theta = 2, k = 2, \\p &= 13, \theta = 2, k = 3, \\p &= 13, \theta = 2, k = 4.\end{aligned}$$

Запишем ряд сдвинутых индексов (номеров)

$$v_i = i + 1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,$$

по адресам

$$\begin{aligned}МП(i) &= \theta^i \bmod 13 = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, \dots, 2^{11}\} = \\&= \{1, 2, 4, 8, 3, 6, 12, 11, 9, 5, 10, 7\}; \quad i = \overline{0, 11}.\end{aligned}$$

В результате сформируем массив сдвинутых индексов

$$МК(j) = \{1, 2, 5, 3, 10, 6, 12, 4, 9, 11, 8, 7\}.$$

Далее произведем считывание сдвинутых индексов из массива МК(j) по адресам  $МС(i) = \theta^i + 1 \bmod 13 = 2, 3, 5, 9, 4, 7, 1, 12, 10, 6, 11, 8$ . В соответствии с (3) получим массив сдвинутых на единицу индексов  $МИ(i) = \{2, 5, 10, 9, 3, 12, 1, 7, 11, 6, 8, 4\}$ .

Используя выражение (5), получим элементы дискретных сигналов для  $K = 2$ :

$$D_{K=2} = \{0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0\};$$

для  $K = 3$

$$D_{K=3} = \{2, 2, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 1\};$$

для  $K = 4$

$$D_{K=4} = \{2,1,2,1,3,0,1,3,3,2,0,0\}.$$

**Пример 2.** Рассмотрим пример построения МХДС расширенного поля. Пусть  $GF(p^n)$  поле с параметрами  $p = 3, n = 2, f(x) = x^2 - x - 1, K = 2, K = 4$ . Тогда  $L = 3^2 - 1 = 8$ . Запишем ряд сдвинутых индексов  $U_i$  в массив  $MK(i)$

$U_i = U_{i-1} + 1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  по адресам, записанным коэффициентами при элементах-полиномах

$$\begin{aligned} \text{МП}(i) &= \theta^i \bmod (x^2 - x - 1, 3) = \\ &= \{1, \theta, \theta + 1, 2\theta + 1, 2, 2\theta, 2\theta + 2, \theta + 2\}, \end{aligned}$$

учитывая, что  $P=3$ , т. е. подставляя вместо  $\theta$  число  $P$ . Ряд коэффициентов имеет вид  $K_i = \{1, 2, 4, 7, 2, 6, 8, 5\}$ . Далее сформируем массив  $MC(i)$

$$MC(i) = \text{МП}(i) + 1 = \{2, \theta + 1, \theta + 2, 2\theta + 2, \theta, 2\theta + 1, 2\theta, \theta\},$$

и соответствующий массив коэффициентов

$$K'_2 = \{2, 4, 5, 8, 0, 7, 6, 3\}.$$

При этом массив коэффициентов формируется, например, для  $2\theta + 2$  по правилу

$$K'_{2,4} = 2P + 2 \bmod P^2 = 2 \cdot 3 + 2 = 8.$$

Считывая из массива  $MK(i)$  индексы по адресу  $K'_2$ , получаем

$$MI(i) = \{5, 3, 0, 7, 1, 4, 6, 2\}.$$

Элементы дискретного сигнала

$$D_{k=2} = (1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0),$$

$$D_{k=4} = (1, 3, 0, 3, 1, 0, 2, 2).$$

Для получения МХДС в комплексном виде необходимо домножить  $D_k$  на  $\exp j \frac{2\pi}{k}$ , тогда получим

$W_2 = (-1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1)$  – двоичный случай;

$$W_4 = \left\{ \exp j \frac{\pi}{2}; \exp j \frac{3\pi}{2}; \exp j \frac{\pi}{2} 0; \exp j \frac{\pi}{2} 3; \exp j \frac{\pi}{2}; 1; \right.$$

$$\left. \exp j \frac{\pi}{2} 2; \exp j \pi \right\} =$$

$= (j, j, 1, -j, j, 1, -1, -1)$  – четырехфазный случай.

Покажем, что МХДС обладают оптимальной периодической функцией автокорреляции, т. е. что они плотно упакованные по автокорреляционной функции. Действительно,

$$R(m) = \begin{cases} L, & \text{если } m \equiv 0 \pmod{L}, \\ \sum_{i=0}^{p^n-2} \psi(\theta_v^i + 1) \psi^*(\theta_v^{i+m} + 1) + \psi(-\theta^m + 1) + \\ + \psi^*(-\theta^m + 1), & \text{если } m \not\equiv 0 \pmod{L}, \end{cases} \quad (7)$$

где символ \* – означает комплексное сопряжение. Проведем преобразования.

Выражение (7), как показано в [2], может быть заменено другим, ему эквивалентным,

$$R(m) = -1 - \psi^*(\theta^m) + \psi(\theta^m - 1) \left[ 1 + \psi(\theta^m) \right].$$

Так как функция  $\psi$  при любом аргументе принимает значения не больше 1, то для граничных значений можно принять, что  $\psi(x)=-1$  или  $\psi(x)=1$ . Тогда выражение (7) примет вид

$$R(m)=-1-1-1[1+1].$$

Таким образом, МХДС обладают периодической функцией автокорреляции, для которой  $|R_{\max}(m)| \leq 4$  при  $m \neq 0 \pmod L$ . Периодическая функция автокорреляции является К-уровневой.

*Список литературы.* 1. Горбенко И.Д., Замула А.А., Бессарабенко К.В. Ускоренные алгоритмы формирования систем характеристических дискретных сигналов // Радиотехника. 1988. Вып. 84. С. 69-72. 2. Свердлик М. Б.. Оптимальные дискретные сигналы. М.: Сов. радио, 1975. 200 с.

*Поступила в редколлегию 26.12.94*

УДК 621.391

*И. Д. ГОРБЕНКО, д-р. техн. наук, А. А. ЗАМУЛА, канд. техн. наук, А. В. СВИНАРЕВ, О. И. ОЛЕШКО*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ СМЕНЫ СООТВЕТСТВИЯ: БИТ СООБЩЕНИЯ - СЛОЖНЫЙ СИГНАЛ**

---

Одним из способов защиты информации в локальных вычислительных сетях (ЛВС) может быть способ, основанный на использовании при передаче сообщений соответствия  $m$  бит сообщения –  $2^m$  сложных сигналов, причем закон смены соответствия может быть предсказан нарушителем (злоумышленником) с вероятностью, не превышающей допустимую. Такой способ передачи может быть описан структурной схемой, представленной на рисунке.

Модулятор (источник сложных сигналов) обеспечивает формирование сложных сигналов, а демодулятор (устройство обработки сложных сигналов) – их поиск, обнаружение и различение.

Символы сообщения, представленные в виде  $m$  бит, поступают в динамический модулятор, в котором в соответствии с символами гаммы

управляющей, поступающими из источника управляющих последовательностей, осуществляется выбор  $2^m$  из  $M$  сложных сигналов и соответствие  $m$  бит –  $2^m$  сложных сигналов. Таким образом, при появлении на входе динамического модулятора  $m$  бит сообщения в канал связи излучается сложный сигнал  $E_j$ , выбранный в зависимости от установленного соответствия из разрешенных в заданном интервале времени  $T$  сигналов, причем  $2^m \in M$ . По истечении времени  $T$  соответствие  $m$  бит  $2^m$  сложных сигналов изменяется по закону, предсказание которого возможно с вероятностью, не превышающей допустимую, а выбор  $2^m$  из полного множества сложных сигналов  $M$  также производится по закону, предсказание которого возможно только с заданной вероятностью.

Нарушитель осуществляет контроль за радиоканалом, перехват излученных сигналов, анализирует их, ведет попытки распознавания сигналов и определения закона их излучения, а также осуществляет формирование и постановку помех с целью навязывания ложных сообщений.

В демодуляторе на станции приема производится различение одного из  $2^m$  разрешенных информационных сигналов. После демодуляции в соответствии с различаемыми сигналами на входе демодулятора формируются  $m$  бит сообщения, которые поступают получателю сообщений. Естественным представляется постановка ряда вопросов, на которые необходимо дать ответы при реализации системы защиты информации. Насколько устойчива система защиты против раскрытия, если нарушитель не ограничен временем и обладает всеми необходимыми средствами для анализа перехваченных сигналов. Имеет ли сигнал единственное решение ( $j$  – вариант соответствия:  $m$  бит – сложный сигнал), а если нет, то сколько он имеет решений. Какое число символов сигнала необходимо перехватить для того, чтобы решение стало единственным. Существуют ли системы, в которых вообще нельзя найти единственное решение независимо от того, каков объем перехваченного сообщения. Существуют ли системы, в которых нарушитель не получает никакой информации, сколько бы он не перехватывал зашифрованного сообщения.

Предположим, что имеется конечное число возможных дискретных сообщений  $M_1, M_2, \dots, M_N$  с априорными вероятностями  $P(M_1), P(M_2), \dots, P(M_N)$  и что эти сообщения преобразуются в возможные сложные сигналы  $E_1, E_2, \dots, E_N$ .

После того как нарушитель перехватил некоторый сигнал, он имеет возможность вычислить апостериорные вероятности различных сообщений.

Приведем теорему, определяющую необходимые и достаточные условия абсолютно стойкой системы защиты на уровне источника сигналов.

*Теорема 1.* Пусть каждый  $m$  бит источника сообщений в интервале  $T$  ставятся в соответствие  $2^m$  сложных сигналов  $E_i$ , выбранных из пространства  $\{E\}$  размерности  $N \geq 2$ , тогда необходимыми и достаточными условиями абсолютной стойкости источника сигналов являются условия [1]

$$P(M_i / E_i) = (M_i); \quad (1)$$

$$P(E_i / E_{i-1}, E_{i-2}, E_0, \dots, E_1) = P(E_i), \quad (2)$$

т.е. вероятность выбора  $E_i$  сигнала не должна зависеть ни от передаваемых  $m$  бит сообщения, ни от ранее переданных сигналов.

В этом случае перехват сигнала не дает нарушителю никакой информации, необходимой ему для определения сообщения, открытого в полученных сигналах. С другой стороны, если эти условия равенства вероятностей не выполнены, то имеются такие случаи, в которых для определенного варианта соответствия  $m$  бит сообщения –  $2^m$  сложных сигналов апостериорные вероятности нарушителя отличаются от априорных. А это, в свою очередь, может повлиять на выбор нарушителем своих действий и, таким образом, не обеспечит абсолютной стойкости.

Необходимое условие следует из теоремы Байеса, в соответствии с которой [1]

$$P(M_i / E_i) = \frac{P(M_i) \cdot P(E_i / M_i)}{P(E_i)}, \quad (3)$$

где

$P(M_i)$  – априорная вероятность (передачи сообщения  $M_i$ );

$P(M_i / E_i)$  – апостериорная вероятность сообщения  $M_i$  при условии, что перехвачен сигнал  $E_i$ ;

$P(E_i / M_i)$  – условная вероятность сигнала  $E_i$  при условии, что выбрано сообщение  $M_i$ ;

$P(E_i)$  – вероятность получения сигнала  $E_i$ .

Для абсолютной стойкости величины  $P(E_i / M_i)$  и  $P(E_i)$  должно быть выполнено одно из равенств : или  $P(M_i) = 0$  (это решение должно быть отброшено, так как требуется, чтобы равенство осуществлялось при значениях  $P(M)$  или же  $P(E_i / M_i) = P(E_i)$  для любых  $M$  и  $E$ .

И наоборот, если  $P(E_i / M_i) = P(E_i)$ , то  $P(M_i / E_i) = P(M_i)$  и система обладает абсолютной стойкостью. В этом случае количество информации, содержащейся у нарушителя после перехвата  $l$  сигналов  $I(E/M)$ .

$$I(E, M) = H(M) - H(M/E) = H(M) - H(M) = 0, \quad (4)$$

где  $H(M/E)$  – энтропия источника сообщения, при условиях, что перехвачен сигнал  $M$ ;

$H(M)$  – энтропия источника открытого сообщения.

Условие (1) является достаточным условием абсолютной стойкости. В этом случае определение  $j$  – варианта соответствия может быть выполнено только методом статистического опробования всевозможных вариантов, т. е. методов перебора.

Для доказательства необходимого условия второй части теоремы 1 (выражение (2)) учтем, что при его выполнении вероятность появления  $E_i$  сигнала не зависит от вероятности появления всех  $i-1$  сигналов.

Поэтому количество информации в сигнале  $E_i$  после перехвата всех  $i-1$  сигналов равно

$$I(E_i, E_v) = H(E_i) - H(E_i / E_v) = H(E_i) - H(E_v), \quad (5)$$

где  $v = 1, i-1$ .

Из выражения (2) также следует равновероятность появления сигналов, (т. е. равновероятность отображение  $m$  – бит –  $E_R$  сигнала), поэтому

$$H(E_i) = H(E_v), \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в выражение (5), получаем

$$I(E_j, E_\nu) = 0.$$

Условие (2) является также и достаточным, так как независимость и равновероятность появления сигналов означает и равновероятность появления управляющей гаммы, символы которой статистически независимы и асимптотически равновероятны.

Ниже формулируется теорема, которая задает необходимое и достаточное условия абсолютной стойкости сигналов источника сложных ФМ ШПС сигналов  $\{E\}$ . Под абсолютной стойкостью будем понимать их идеальную структурную скрытность.

*Теорема 2.* Пусть  $\{E\}$  есть ансамбль ФМ ШПС сигналов объема  $N$  с числом разрядов  $L$  в каждом из них, тогда для обеспечения абсолютной стойкости каждого из  $E_i \in \{E\}$  сложных ФМ ШПС необходимо и достаточно, чтобы

$$P(E_{j,i} / E_{\nu,k}) = P(E_{j,i}), \quad \nu = \overline{1, L}, \quad R = \overline{1, N}, \quad (7)$$

т. е. чтобы вероятность появления элемента  $E_{j,i}$  сложного ФМ ШПС сигнала не зависела ни от элементов ранее переданных сигналов, ни от элементов  $E_{j,i-1}, E_{j,i-2}, E_{j,i}, \dots, E_{j,2}, E_{j,1}$  сигнала  $E_j$ .

Необходимость условия (7) следует непосредственно из критерия абсолютной структурной скрытности сигнала [2]

$$S_c = \frac{l}{L}, \quad (8)$$

где  $l$  — число символов, которые необходимо знать для определения закона формирования  $L - l$  оставшихся.

Только, если  $l = L$

$$S_c = \frac{l}{L} = \frac{L}{L} = 1.$$

Поэтому по любому числу перехваченных символов  $l < L$   $E_j$  сигнала нельзя предсказать последующие  $L - l$  символов как  $E_j$  сигнала, так и всех  $E_\nu, \nu = \overline{1, N}, \nu \neq j$ . Условие (7) является и достаточным.

Действительно, условная энтропия относительно закона формирования  $E_j$  сигнала после перехвата не менее  $R$  символов в  $\nu$  сигналах

$$H(E_j / E_{v,k}) = - \sum_{i=1}^N P(E_{j,i} / E_{v,k}) \log P(E_{j,i} / E_{v,k}).$$

и среднее значение условной энтропии об источнике (законе формирования) сигналов [1]

$$H(\{E\} / \{E_v\}) = - \sum_{j=1}^{v+1} \sum_{i=1}^k P(E_j) P(E_{j,i} / E_{v,k}) \log P(E_{j,i} / E_{v,k})$$

вследствие справедливости (7) совпадает с априорной неопределенностью  $H(\{E\})$  об источнике сигналов. Поэтому количество информации, получаемое нарушителем при анализе (раскрытии закона формирования сигналов)

$$I(\{E\}, \{E_v\}) = H(\{E\}) - H(\{E\} / \{E_v\}) = H(\{E\}) - H(\{E\}) = 0.$$

Из теоремы 2 вытекает ряд следствий, накладывающих ограничения на источник сигналов.

**С л е д с т в и е 1.** Закон формирования каждого из сигналов должен быть псевдослучайным, причем даже при перехвате  $L-1$  из  $L$  символов сигнала не должно существовать единственного решения относительно закона его формирования, кроме статистического перебора всевозможных вариантов.

**С л е д с т в и е 2.** Абсолютно стойким с точки зрения закона формирования является источник сигналов со случайным формированием всех сигналов, так как только в этом случае у нарушителя отсутствует возможность получения регулярного решения.

**Список литературы:** 1. Shannon C., Communication theory of secrecy system, Bell System Techn. J., 28, №4 (1949). 2. Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами. Г. И. Тузов, В. А. Сивов и др.; Под ред. Г. И. Тузова. М.: Радиосвязь, 1985. 264 с.

*Поступила в редколлегию 03.02.94*

## ОПТИМИЗАЦИЯ СЕМЕЙСТВА МОДУЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ В МНОГОКАНАЛЬНОМ РАДИОМЕТРЕ. СООБЩЕНИЕ 1

В работе [1] методами теории оценок параметров сигналов решена задача синтеза оптимальной структуры многоканального радиометра по критерию максимального правдоподобия с учетом флуктуаций коэффициента усиления.

Настоящая статья посвящена оптимизации семейства модулирующих функций (СМФ) многоканального радиометра, синтезированного по критерию максимума апостериорной вероятности.

В  $N$ -канальном радиометре с уплотнением сигналов входные сигналы с антенными температурами  $T_1, \dots, T_N$  поступают на  $N$  модуляторов, управляемых модулирующими функциями  $m_1, \dots, m_N$ , суммируются и подаются на усилитель радиочастоты (УРЧ), имеющий собственную шумовую температуру  $T$  и обладающий относительными флуктуациями коэффициента усиления (КУ) по мощности  $g$ . Основываясь на общепринятых в радиометрии допущениях относительно характеристик действующих в схеме сигналов [2], нормированное относительно  $(k\Delta f T)^{1/2}$  напряжение на выходе УРЧ можно представить в виде

$$v(t) = \sqrt{1+g} \left[ \sum_{i=1}^N \sqrt{m_i(t)q_i} u_i(t) + u(t) \right], \quad t \in [0, \tau], \quad (1)$$

где  $q = T_i/T$   $i \in \overline{1, N}$  - отношение сигнал/шум по  $i$ -му входу;  $u_i(t), u(t)$  - соответствующие нормированные по мощности шумовые напряжения;  $\Delta f$  - полоса пропускания УРЧ;  $k$  - постоянная Больцмана;  $[0, \tau]$  - интервал времени усреднения выходного сигнала радиометра.

Флуктуации КУ полагаем в силу их медленности квазистатическими, а случайную величину  $g$  считаем нормально распределенной с нулевым средним значением и дисперсией  $\sigma^2$ .

Требуется при указанных допущениях и для фиксированных значений  $\Delta f$ ,  $\tau$  найти оптимальное СМФ  $\{m_i\}_{i=1}^N$ , минимизирующее дисперсию оценки неизвестного энергетического векторного параметра  $q = (q_1, \dots, q_N)$  сигнала (1), который измеряется при наличии мультипликативной случайной помехи  $g$  (мешающего параметра) с гауссовским априорным распределением вероятностей.

В соответствии с байесовской теорией оценивания [3] критерий максимума среднего риска при простой функции потерь эквивалентен критерию максимума апостериорной вероятности. Разбивая с учетом теоремы Котельникова интервал  $[0, \tau]$  на  $2\Delta f$  одинаковых дискретов, после построения многомерной плотности вероятности процесса (1) и перехода к непрерывному времени для логарифма апостериорной плотности вероятности с точностью до несущественных слагаемых можно получить выражение

$$\Lambda(q, g) = -\frac{g}{2\sigma^2} - \Delta f \int_0^\tau \left\{ \ln[\Omega(q, g)] + \frac{v^2(t)}{\Omega(q, g)} \right\} dt, \quad (2)$$

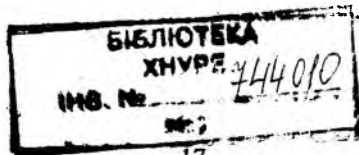
где  $\Omega(q, g) = (1 + g) \left[ 1 + \sum_{i=1}^N q_i m_i(t) \right]$ .

Необходимым и достаточным условием существования оценки является нормальность апостериорной плотности вероятности. В рассматриваемом случае это условие по параметру  $g$  выполняется при малых флуктуациях КУ, т.е. при  $\sigma^2 \ll 1$ , который обычно имеет место на практике.

Построим информационную матрицу Фишера

$$F = \Delta f \tau \begin{bmatrix} \overline{M_1^2} & \dots & \overline{M_1 M_N} & \overline{M_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \overline{M_N M_1} & \dots & \overline{M_N^2} & \overline{M_N} \\ \overline{M_1} & \dots & \overline{M_N} & Q^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где



$$M_j(t) = m_j(t) / \left[ 1 + \sum_{i=1}^N q_i m_i(t) \right], \quad \overline{M_i M_j} = \int_0^{\tau} M_i(t) M_j(t) dt, \quad (4)$$

$$i, j \in \overline{1, N}, \quad Q = \left[ 1 + 1 / (\sigma^2 \Delta f \tau) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Элементы главного минора обратной к (3) матрицы представляют собой ковариации  $R_{kl}$  эффективных оценок компонент  $q_k, q_l$ . Под чувствительностью многоканального радиометра по  $i$ -му входу будем понимать точность измерения параметра  $q_i$ , т.е. среднеквадратическое отклонение оценки параметра  $q_i: \sigma_i = \sqrt{R_{ii}}$ . Для вычисления элементов обратной матрицы ограничимся классом СМФ с одинаковыми интегральными характеристиками

$$M = \left\{ \{M_i\} \in (L^2[0, \tau])^N \mid \overline{M_1} = \dots = \overline{M_N} = \gamma, \overline{M_i M_j} = \begin{cases} \alpha, & i = j, \\ \beta, & i \neq j, \end{cases} \right\}$$

где  $L^2[0, \tau]$  - пространство интегрируемых с квадратом по Лебегу на интервале  $[0, \tau]$  функций. В этом случае

$$R_{kl} = \frac{1}{\Delta f \tau (b-a)} \left[ \delta_{kl} - \frac{(-1)^{k+l+1}}{N-1+b/a} \right], \quad (6)$$

где  $a = \beta - Q\gamma^2$ ,  $b = \alpha - Q\gamma^2$ .

СМФ  $\{m_i\}$  естественно подчинить условию

$$0 \leq m_i(t) \leq 1, \quad i \in \overline{1, N}. \quad (7)$$

Для оценки чувствительности ограничимся случаем  $q_1 = \dots = q_N = q$ . Разрешив первую систему уравнений в формуле (4) относительно  $m_j(t)$ , получим

$$m_j(t) = M_j / \left[ 1 - \sum_{i=1}^N q_i M_i(t) \right], \quad j \in \overline{1, N}. \quad (8)$$

Из равенств (4) с учетом неравенств (7) следует, что функции  $M_i(t)$  ограничены:

$$0 \leq M_i(t) \leq h, \quad h = \left[ 1 + \inf_{t \in [0, \tau]} \sum_{i=1}^N q_i m_i(t) \right]^{-1} > 0, \quad i \in \overline{1, N}. \quad (9)$$

Требуется найти СМФ  $\{m_i\} \in M$ , минимизирующее дисперсии  $R_{ii}$  и удовлетворяющее условию (8). В работе [1] показано, что функции оптимального СМФ должны принадлежать классу цифровых модулирующих функций, принимающих значения 0, h, т.е. классу

$$M_{0,h} = \left\{ \{M_i\} \in M \mid M_i(t) = 0 \wedge M_i(t) = h \right\}.$$

Введем лебеговы множества

$$P_i = \{t \in [0, \tau] \mid M_i(t) = 0\}, \quad S_i = \{t \in [0, \tau] \mid M_i(t) = h\}. \quad (10)$$

Выполнив интегрирование в формулах (4), получим

$$\gamma = hp, \quad a = h^2(s - Qp^2), \quad b = h^2p(1 - Qp), \quad (11)$$

где  $p = \text{mes}(P_i)/\tau$ ,  $s = \text{mes}(S_i)/\tau$ ,  $\text{mes}(P)$  - мера Лебега множества  $P$ . Из равенств (4) следует, что в этом случае СМФ  $\{m_i\} \in M_{0,1}$ . Параметр  $p$  играет роль величины, обратной скважности импульсов в случае одноканального радиометра, а параметр  $s$  естественно назвать коэффициентом перекрытия системы, который для каждой пары функций  $m_i, m_j \in M_{0,1}$  равен отношению общего времени, в течение которого обе функции одновременно равны 1, ко времени усреднения  $\tau$ , причем в соответствии с определением класса  $M$  его значение одинаково для всех пар модулирующих функций. Подставив выражения (11) в (6), для дисперсии оценки  $q_i$  найдем

$$\sigma_i^2(p, s) = G(p, s)(\Delta f \tau)^{-1}, \quad (12)$$

где

$$G(p, s) = \frac{1}{h^2(p-s)} \frac{(N-2)s+p-(N-1)Qp^2}{(N-1)s+p-NQp^2}. \quad (13)$$

Множитель  $G(p, s)$  характеризует квадрат отношения чувствительности многоканального радиометра к чувствительности идеального компенсационного радиометра  $\delta T = T(\Delta f \tau)^{-1/2}$ .

Из выражений (4), (8) следует, что носители функций  $m_i$  и  $M_i$  совпадают, т.е.  $\text{supp}(m_i) = \text{supp}(M_i)$  ( $i \in \overline{1, N}$ ). Введем класс

$$M_{0,h}^n = \left\{ \{M_i\} \in M_{0,h} \left| \sum_{i=1}^N M_i(t) = hn, t \in Y \right. \right\}$$

и обозначим  $E = [0, \tau] \setminus Y$ ,  $Y = \bigcup_{i=1}^N \text{supp}(m_i)$ . Тогда классу  $M_{0,h}^n$  принадлежат семейства, для которых при почти всех  $t \in E$  количество функций, отличных в этот момент от нуля, одинаково и равно  $n$ .

Из соотношения (4) следует, что  $h(1+hqn)^{-1} = 1$  для  $t \in \text{supp}(m_j)$ , причем это равенство справедливо  $\forall j \in \overline{1, N}$ . Тогда

$$h = (1+qn)^{-1}, \quad (14)$$

а  $\{m_i\} \in M_{0,1}^n$ . Следовательно, каждое СМФ рассматриваемого класса характеризуется параметрами  $p, s, n$ , которые не являются независимыми.

Таким образом, необходима дальнейшая параметрическая оптимизация по этим параметрам для поиска оптимального семейства модулирующих функций.

**Список литературы:** 1. Антофеев В.И., Султанов А.С., Осевьянников Ю.В. и др. Синтез многоканального радиометра с частично заданной структурой. Сообщение 1. Оптимизация модулирующих функций // Радиотехника. 1990. Вып. 95. С.45-52. 2. Есепкина Н.А., Корольков Д.В., Парийский Ю.Н. Радиотелескопы и радиометры. М.: Наука, 1973. 3. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т.1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. М.: Сов. радио, 1972.

Поступила в редколлегию 30.12.96

## ОПТИМИЗАЦИЯ СЕМЕЙСТВА МОДУЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ В МНОГОКАНАЛЬНОМ РАДИОМЕТРЕ. СООБЩЕНИЕ 2

**Параметрическая оптимизация.** Будем пользоваться результатами и обозначениями работы [1]. Выполнив замену

$$s = p(x-1)/(N-1) \quad (1)$$

в выражении (13) из [1], приведем его к виду

$$G(p, x) = \frac{(N-2)(x-1) + N-1 - (N-1)^2 Qp}{h^2(N-x)p(x-NQp)} \quad (2)$$

Можно показать, что при изменении  $x$  в пределах  $i-1 < x \leq i$ , т.е. при попадании точки  $(p, s)$  (рис.1) в сектор

$$\{s > p(i-2)/(N-1)\} \cap \{s \leq p(i-1)/(N-1)\}$$

плоскости  $p, s$ , существуют только семейства с  $n = i$ , т.е.  $n = d(x)$ , где  $d(x) = [x+1-0]$ ,  $[x]$  — целая часть числа  $x$ . Кроме того, можно показать, что относительное мертвое время  $e = \text{mes}(E)/\tau$  определяется выражением

$$e = 1 - pN/x \quad (3)$$

Тогда из условия  $e \geq 0$  вытекает ограничение

$$p \leq x/N \quad (4)$$

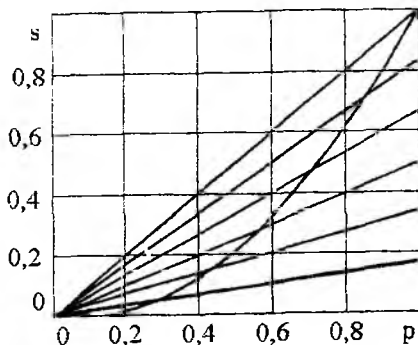


Рис.1

Таким образом, область допустимых значений переменных  $p, s$  имеет вид

$$A = \{s \geq 0\} \cap \{s \leq p\} \cap \{p \leq x/N\}$$

и прямыми  $s = p(i-1)/(N-1)$  ( $i \in \overline{1, N}$ ) разбивается на зоны, имеющие вид усеченных конусов, каждой из которых соответствует свое число  $p$  (при  $p = 1$  зона вырождается в отрезок  $(0, 1/N]$  оси  $s = 0$ ).

Подставив соотношение (14) из работы [1] в (2), получим

$$G(s, x) = \frac{(N-2)(x-1) + N-1 - (N-1)^2 Qp}{(N-x)p(x - NQp)} [1 + qd(x)]^2. \quad (5)$$

Минимизируя функцию (5) по переменной  $p$  при ограничении (4), найдем

$$\hat{p} = \begin{cases} (y-w)/[Q(N-1)^2], & x \in X, \\ x/N, & x \notin X, \end{cases} \quad (6)$$

$$G(x) = G_0(x)[1 + Qd(x)]^2, \quad (7)$$

где

$$G_0(x) = \begin{cases} \frac{(N-1)^4 Qw}{(N-x)(y-w)[N(w-1)+x]}, & x \in X, \\ \frac{\kappa + N}{(N-x)x^2(1-Q)}, & x \notin X, \end{cases} \quad (8)$$

$$y = (N-2)(x-1) + N-1, \quad w = \sqrt{y(1-x/N)},$$

$$\kappa = N(N-2) - Q(N-1)^2,$$

$$X = \left\{ x \in (0, N) \mid N(y-w) \leq xQ(N-1)^2 \right\}.$$

Исследуем сначала непрерывную часть  $G_0(x)$  функции (7), которая совпадает с  $G(x)$  при  $q = 0$ . Минимум  $G_0(x)$  достигается при

$$\hat{x} = \begin{cases} N(4\kappa)^{-1}(\kappa - 3 + \sqrt{\kappa^2 + 10\kappa + 9}), & 0 \leq Q \leq Q_0, \\ (N+1)/2, & Q_0 \leq Q \leq 1, \end{cases} \quad (9)$$

где  $Q_0 = N/(N+1)$ ;

$$G_0(\bar{x}) = \begin{cases} \frac{\kappa \bar{x} + N}{\bar{x}^2(N - \bar{x})(1 - Q)} & 0 \leq Q \leq Q_0, \\ 4Q & Q_0 \leq Q \leq 1. \end{cases} \quad (10)$$

Зависимости  $G_0(Q)$ ,  $\bar{x}(Q)$ ,  $\bar{p}(Q)$ ,  $\bar{s}(Q)$ ,  $\bar{e}(Q)$ , построенные по формулам (10), (9), (6), (1), (3), представлены на рис. 2 для  $N = 7$ . При  $q \ll 1$  оптимальные СМФ характеризуются показателем  $n = d(\bar{x}) = (N + 1)/2 = 4$ .

В области  $0 \leq Q \leq Q_0$  относительное мертвое время  $\bar{e} = 0$ . Это означает, что дисперсия  $\sigma^2$  относительных флуктуаций КУ мала по сравнению с квадратом радиометрического выигрыша  $\Delta f_T$  и нет необходимости отводить время для оценивания параметра  $g$ . В области

$Q_0 \leq Q \leq 1$  по мере роста  $Q$  требуется все большее мертвое время для оценивания  $g$ .

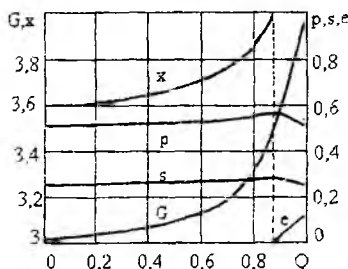


Рис. 2

В этой области  $\bar{p} = 1/2Q$ ,  $\bar{s} = 1/(4Q)$ ,  $\bar{e} = 1 - Q_0/Q$ . В предельном случае при  $Q \rightarrow 1$ , когда  $\sigma^2 \rightarrow \infty$  и параметр  $g$  считается неизвестным, соответствующее оптимальное СМФ может быть построено с помощью биполярных функций Уолша по правилу  $m_i(t) = [1 - \text{wal}_i(t)]/2$ ,  $i \in \overline{1, N}$ , причем период функций Уолша полагаем равным или кратным  $\tau$ . Подобным образом для семейств с другим показателем можно построить порождающие системы биполярных цифровых функций, но групповой структурой обладает только семейство функций Уолша для  $N = 2^k - 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

График функции  $G(x)$  для различных значений параметра  $q$  приведен на рис. 3. При  $q > 0$   $G(x)$  имеет разрывы первого рода в точках  $x = i$  ( $i \in \overline{1, N-1}$ ). Областям непрерывности  $G(x)$  соответствуют указанные на рис. 1 зоны. Обозначим точку глобального минимума  $G(x)$

через  $\tilde{x}$ . По мере роста  $q$  локальный минимум в соседней зоне с параметром  $n = (N-1)/2$  приближается к глобальному и при

$$q = q^{(N-1)/2} = \frac{\sqrt{G_0(N+1)/2} - \sqrt{G_0(N-1)/2}}{\frac{N-1}{2} \sqrt{G_0 \left( \frac{N-1}{2} \right)} - \frac{N+1}{2} \sqrt{G_0 \left( \frac{N+1}{2} \right)}}$$

$G(x)$  достигает глобального минимума в двух точках:  $x = (N+1)/2$  и  $x = (N-1)/2$ , а соответствующие СМФ эквивалентны. По мере дальнейшего роста  $q$  глобальный минимум смещается в зоны с меньшим значением показателя  $n$ . Можно построить убывающую последовательность

$$q^i = \begin{cases} \frac{\sqrt{G_0(i)} - \sqrt{G_0(i-1)}}{(i-1)\sqrt{G_0(i-1)} - i\sqrt{G_0(i)}}, & i \in \overline{1, (N-1)/2}, \\ 0, & i \in \overline{1, (N+1)/2}. \end{cases}$$

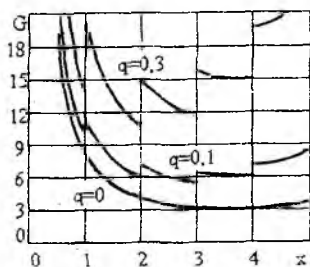


Рис. 3

Тогда при  $q^i < q < q^{i-1}$  оптимальным является СМФ с показателем  $n = i$ , а при  $q > q^1$  — СМФ с  $n = 1$ . Таким образом, СМФ, реализующее принцип временного уплотнения сигналов, оптимально только при больших отношениях сигнал/шум. Важную роль играет семейство демодулирующих функций (СДФ)  $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ , порожденное СМФ  $\{m_i\}$ .

Можно сформулировать следующие требования к семействам  $\{m_i\}$ ,  $\{\xi_i\}$ :

1. СМФ  $\{m_i\}$  должно быть оптимальным, т.е. минимизировать дисперсии оценок компонент вектора  $q$ .

2. Семейства  $\{m_i\}$ ,  $\{\xi_i\}$  должны состоять из ограниченных на интервале  $[0, \tau]$  функций.

3. Семейство  $\{m_i\}$  должно быть линейно независимым, т.е. определитель Грама  $\Gamma(\{m_i\}) = \det[\overline{m_i m_j}] > 0$ .

4. Семейство  $\{\xi_i\}$  должно быть ортогональным ансамблем  $\{m_i\}$ , т.е.

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \xi_{ii}(t) m_j(t) dt = \delta \delta_{ij} \quad (\delta > 0). \quad (11)$$

5. Желательно, чтобы семейство  $\{\xi_i\}$  было центрированным, т.е.  $\overline{\xi_i} = 0$  ( $i \in \overline{1, N}$ ), что облегчает их формирование из цифровых функций.

6. Желательно, чтобы СМФ обладало таким свойством, чтобы оценки компонент вектора  $q$  были взаимно некоррелированными.

7. Желательно, чтобы СДФ обладало групповой структурой относительно какой-либо операции, что упрощает формирование таких функций.

Построенные оптимальные СМФ из класса  $M_{0,1}^N$  удовлетворяют первым двум требованиям. Поскольку определитель Грама

$$\Gamma(\{m_i\}) = (p-s)[p + (N-1)s] > 0,$$

то эти семейства линейно независимы.

Построим семейство демодулирующих функций по правилу

$$\xi_i(t) = m_i(t) - \eta \overline{m_i} = m_i(t) - \eta p, \quad i \in \overline{1, N}, \quad \eta > 0.$$

Из условия ортогональности (11) вытекает, что  $\eta = s/p^2$ . Таким образом, для любого СМФ  $\{m_i\}$  можно построить ортогональное ему СДФ  $\{\xi_i\}$ , причем

$$\overline{\xi_i} = p(1 - s/p^2), \quad \overline{\xi_i \xi_j} = \begin{cases} p + (s/p^2 - 2)s, & i = j, \\ s + (s/p^2 - 2)s, & i \neq j. \end{cases}$$

Чтобы система  $\{\xi_i\}$  была центрирована, необходимо выполнение условия

$$s = p^2. \quad (12)$$

Тогда  $\overline{\xi_i \xi_j} = (p-s)\delta_{ij}$ , т.е. семейство  $\{\xi_i\}$  ортогонально. Используя выражения (1), (12), найдем соотношение

$$p = (x-1)/(N-1), \quad (13)$$

подставив которое в (2), получим, что для СМФ рассматриваемого класса

$$G_c(x) = \frac{x[N-2-(N-1)Q] + (N-1)Q + 1}{\{x[N(1-Q)-1] + NQ\}(x-1)(N-x)} (N-1)^2,$$

где  $x \in 2, (N+1)/2$ . Обозначим класс таких СМФ через  $M_{0,1}^{n,c}$ . Из анализа зависимостей  $G_0(2)(Q)$ ,  $G_c(2)(Q)$ , и  $G_0((N+1)/2)(Q)$ ,  $G_c((N+1)/2)(Q)$ , представленных на рис. 4, следует, что выигрыш в чувствительности радиометра, использующего оптимальное СМФ и СМФ из класса  $M_{0,1}^{n,c}$ , возрастает при уменьшении  $Q$  и убывании показателя  $n$ .

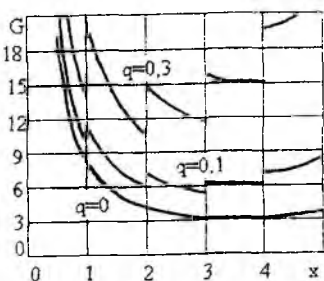


Рис. 4

Из формулы (6) работы [1] вытекает, что оценки составляющих вектора  $Q$  являются некоррелированными при выполнении условия  $\beta = Q\gamma^2$ , которое для СМФ  $\{m_i\} \in M_{0,1}^n$  принимает вид

$$s = Qp^2. \quad (14)$$

Можно показать, что для заданного  $x$  СМФ, удовлетворяющие свойству (14), существуют только при

$Q > N(x-1)/[x(N-1)]$ . Учитывая выражения (1), (14), найдем соотношение  $p = (x-1)/[Q(N-1)]$  подставив которое в (2), получим

$$G_{nc}(x)(Q) = \begin{cases} [N-1-(1-Q)], & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{Q(N-1)^2}{(N-x)(x-1)}, & 1 \leq x \leq x', \end{cases}$$

Из графика зависимости  $G_{nc}(2)(Q)$ , приведенной на рис. 4, вытекает, что СМФ рассматриваемого класса занимают промежуточное положение по чувствительности между оптимальными и СМФ класса  $M_{0,1}^{n,c}$ .

Пользуясь соотношением (6) работы [1] и учитывая (1), можно найти выражение для коэффициента взаимной корреляции канальных сигналов

$$r_0(x)(Q) = \begin{cases} \frac{x[N-(N-1)Q]-N}{x[N(N-2)-(N-1)^2]+N}, & x \in X, \\ \frac{N-x-w}{w(N-1)}, & x \notin X, \end{cases}$$

$$r_c(x)(Q) = \frac{(x-1)(1-Q)}{(x-1)[N-2-(N-1)Q]+N-1}.$$

На рис. 5 представлены зависимости  $r_0(2)(Q)$ ,  $r_c(2)(Q)$ ,  $r_0(4)(Q)$ ,  $r_c(4)(Q)$ . В области  $Q_0 \leq Q \leq 1$   $r_0(x) = \text{const}$  и оптимальные СМФ уступают по коэффициенту взаимной корреляции семействам класса  $M_{0,1}^{n,c}$  за исключением случая  $x = (N+1)/2$ , когда  $r_0 = 0$ .

Групповой структурой обладают только СМФ, составленные из биполярных функций Уолша относительно операции [2]

$$\text{wal}_i(t)\text{wal}_j(t) = \text{wal}_{i \oplus j}(t),$$

где двоичное разложение числа  $i \oplus j$  получается путем поразрядного сложения по модулю 2 двоичных разложений чисел  $i, j$ .

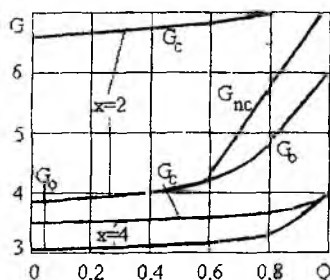


Рис.5

В результате анализа отношений

$$R_0 = G_0(4)(1) / G_0(4)(0) = (1 + 1/N)^2,$$

$$R_c = G_c(4)(1) / G_c(4)(0) = 1 + 1/N$$

получаем, что выигрыш в чувствительности радиометра с нешумящим усилителем по сравнению с приемником с неизвестным коэффициентом усиления резко падает при увеличении числа уплотняемых каналов, причем в первом случае всегда имеется остаточная взаимная корреляция канальных сигналов.

Таким образом, структуру многоканального радиометра целесообразно синтезировать по критерию максимального правдоподобия и использовать семейство модулирующих функций, построенное из однополярных функций Уолша, которое является оптимальным при малых отношениях сигнал/шум на входе приемника. В общем случае радиометр с такой системой незначительно уступает в чувствительности радиометру с оптимальным семейством и обладает более широкими возможностями практической реализации.

*Список литературы: 1. Антофеев В.И. Оптимизация семейства модулирующих функций в многоканальном радиометре. Сообщение 1 // Радиотехника. 1997. Вып.101.С.21-28 2. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и приложения. М.: Наука, 1987.*

*Поступила в редколлегию 10.01.97*

УДК 621.396.96

*В.Н. БЫКОВ, канд. техн. наук, А.И. ЗАДОНСКИЙ,  
В.Ю. МУСИЕНКО, А.С. СУЛТАНОВ, канд. техн. наук,  
Н.И. БЫКОВА*

## **ОБНАРУЖЕНИЕ МАЛОРАЗМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ НА РАДИОМЕТРИЧЕСКОМ ИЗОБРАЖЕНИИ**

Одним из известных способов повышения информативности радиометрических систем (РМС) навигации по картам местности является применение "подсветки" шумовым или детерминированным сигналом

малоразмерных объектов (МО), обладающих слабым радиометрическим контрастом из-за усреднения сигнала от МО по всей площади зондируемой поверхности [1]. Благодаря "подсветке" появляется возможность обнаруживать МО на радиометрическом изображении (РМИ), которое приобретает дополнительные информативные признаки.

Принцип обнаружения МО на РМИ можно пояснить с помощью структурной схемы и осциллограмм, приведенных на рис. 1 и 2.

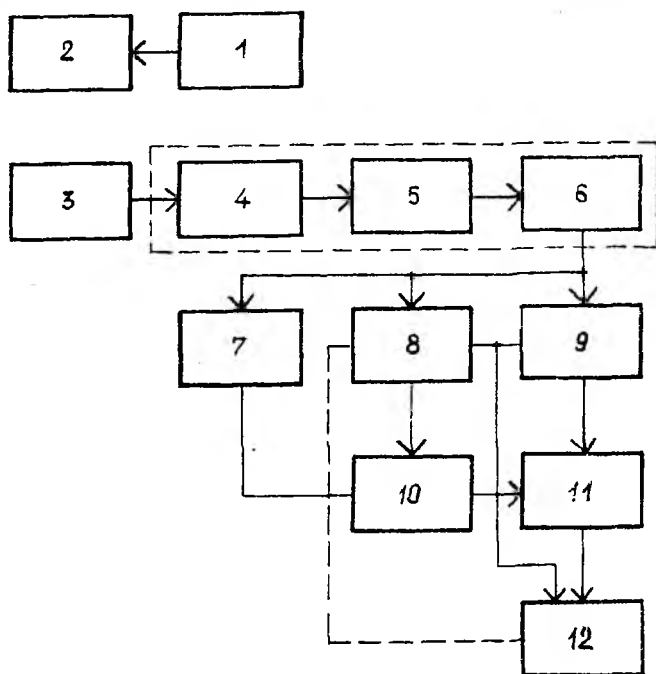


Рис. 1

Источник "подсветки" 1 (рис.1) формирует узкополосный шумовой или детерминированный немодулированный сигнал, который с помощью передающей антенны 2 излучается в направлении зондируемой поверхности. Ширина спектра зондирующего сигнала согласована с полосой пропускания приемника (радиометра) РМС и в миллиметровом диапазоне составляет величину от сотен мегагерц до единиц гигагерц. Уровень мощности сигнала "подсветки" должен быть меньше интенсивности естественного радиотеплового излучения поверхности, чтобы в случае отсутствия на ней МО отраженный сигнал не искажал РМИ. Диа-

граммы направленности передающей 2 и приемной 3 антенн должны перекрывать зондируемый участок поверхности.

При наличии на участке зондируемой поверхности (фона) МО на приемную антенну 3 поступает сигнал

$$u_0(t) = u_T(t) + u_{MO}(t), \quad (1)$$

где  $u_T(t)$  — сигнал, обусловленный естественным радиояркостным излучением фона;  $u_{MO}(t)$  — сигнал, отраженный от МО. Амплитуда отраженного сигнала находится из уравнения радиолокации и при заданных параметрах приемопередающей системы и выбранном режиме полета носителя РМС в сильной степени зависит от величины эффективной площади рассеяния (ЭПР) МО:  $u_{MO}(t) = \sqrt{A\sigma_{MO}(t)}$ , где  $\sigma_{MO}(t)$  — ЭПР МО;  $A$  — коэффициент пропорциональности из уравнения радиолокации. Количественные значения ЭРП конкретных МО, получаемых экспериментально или расчетным путем, зависят от угла визирования и пространственного положения МО, наличия или отсутствия влаги на поверхности МО и при сравнительно небольшом изменении перечисленных параметров могут случайно флуктуировать во времени в широких пределах (до 60 дБ и более [2]). Задача обнаружения МО и носителя РМС, от поворота поляризации сигнала при переотражении от МО, может быть решена путем регистрации выбросов напряжения суммарного сигнала, обусловленных флуктуациями ЭПР МО. С целью устранения влияния этих выбросов на значение измеряемой яркостной температуры фона из суммарного сигнала необходимо “вырезать” участки, соответствующие выбросам, и заполнить их сигналом, соответствующим радиотепловому излучению фона. Процедуру фильтрации выбросов и восстановления радиотеплового сигнала можно представить выражением

$$u_{\Sigma}(t) = \delta_1(u)u_0(t) + \delta_2(u)u_0(t - \tau), \quad (2)$$

где  $u_{\Sigma}(t)$  — результирующий радиотепловой сигнал;  $u_0(t - \tau)$  — задержанный на время  $\tau$  сигнал  $u_0(t)$ ;  $\delta_{1,2}(u)$  — символ Кроннекера,

$$\delta_1(u) = \begin{cases} 1, U_0(t) \leq U_{\text{пор}}; \\ 0, U_0(t) > U_{\text{пор}}; \end{cases} \quad \delta_2(u) = \begin{cases} 0, \delta_1(u) = 1; \\ 1, \delta_1(u) = 0; \end{cases}$$

где  $U_{\text{пор}}$  — пороговый уровень напряжения.

Процедура (2) реализуется в схеме (рис.1) следующим образом. Сигнал  $u_0(t)$  после приемной антенны 3 поступает в линейную часть радиометра 4, где усиливается и преобразуется по частоте, затем детектируется в квадратичном детекторе 5 и далее преобразуется в видеосигнал фильтром нижних частот (ФНЧ) 6 (радиометр на схеме обведен пунктиром). Суммарный сигнал (1) после фильтра 6 поступает одновременно на элемент задержки (ЭЗ) 7, пороговое устройство (ПУ) 8 и ключевую схему (КС) 9. В том случае, когда сигнал от МО отсутствует, амплитуда напряжения  $u_0(t)$  меньше порогового уровня  $U_{\text{пор}}$ , на выходе ПУ сигнал отсутствует, КС открыта, коммутатор (К) 10 закрыт. Радиотепловой сигнал фона через КС и сумматор 11 поступает в решающее устройство (РУ) 12, где формируется РМИ визируемой поверхности.

В случае превышения сигналом (1) порогового уровня  $U_{\text{пор}}$  (осциллограмма  $u_6$  на рис.2) на выходе ПУ формируется импульс напряжения длительностью, равной времени превышения порогового уровня ( $u_8$ ). Сформированный ПУ 8 импульс подается на: КС 9 и при этом закрывает ее; на К 10 и открывает его; на РУ 12 для регистрации наличия на участке зондируемой поверхности МО. Через К 10 в течение времени  $\tau$  проходит часть задержанного ЭЗ 7 сигнала ( $u_7$ ), предшествующая появлению выброса ( $u_{10}$ ). Таким образом, пороговое устройство и ключевая схема реализуют функцию  $\delta_1(u)$ , а пороговое устройство, элемент задержки и коммутатор — функцию  $\delta_2(u)$  выражения (2). В сумматоре 11 производится суммирование сигналов с выходов ключевой схемы ( $u_9$ ) и коммутатора, на выходе сумматора появляется результирующий сигнал ( $u_{11}$ ), который поступает в решающее устройство. В решающем устройстве — специализированном процессоре формируется РМИ зондируемой поверхности, а также фиксируется время и место появления на данном изображении МО, обладающих слабыми радиометрическими признаками, но обнаруживаемых в режиме

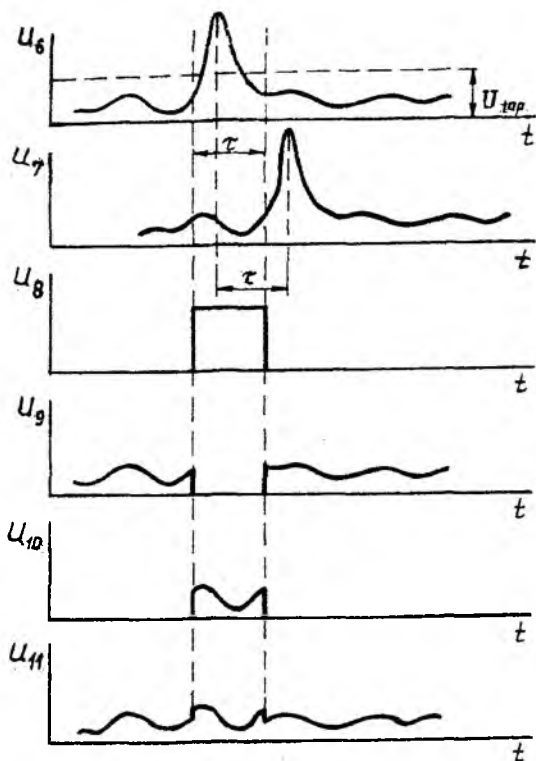


Рис.2

активного радиолокационного зондирования. По интенсивности и длительности выбросов отраженного сигнала можно судить о величине ЭПР объектов, а следовательно — об их принадлежности к тому или иному классу МО. Подстройка уровня порогового напряжения в ПО в соответствии с флуктуациями радиометрического сигнала осуществляется РУ (на рис. 1 показано пунктиром).

Полоса пропускания ФНЧ 6 выбирается из условия неискаженной передачи выбросов сигналов, переотраженного от МО. В работе [2] показано, что значительные флуктуации ЭПР МО появляются при угловом повороте носителя РМС относительно МО на угол  $\lambda / 2\Delta$ , где  $\lambda$  длина волны сигнала “подсветки”;  $\Delta$  - ширина элемента разрешения в плоскости визирования. Благодаря этому выводу, получено соотношение для длительности выбора сигнала  $\tau$ :

$$\tau = \frac{\lambda R}{2\Delta V_T} \approx \frac{\lambda R}{2R\theta_A V_T} = \frac{\lambda}{2\theta_A V_T}, \quad (3)$$

где  $R$  - наклонная дальность до МО;  $V_T$  - горизонтальная скорость носителя РМС;  $\theta_A$  - ширина диаграммы направленности приемной антенны. При  $\theta_A = 0,03$  рад,  $\lambda = 8$  мм,  $V_T = 0,5$  км.с,  $\tau = 0,5$  мс. Полоса пропускания фильтра должна быть не менее  $F \geq 2/\tau = 8$  кГц, что является приемлемым при реализации традиционных схем радиометров.

Учитывая, что в качестве признака обнаружения МО в данном случае выступают выбросы отраженного сигнала, обусловленные мгновенными флуктуациями ЭПР МО, а в качестве приемника используется приемник с высокой чувствительностью — радиометр, то выбранное значение мощности источника "подсветки" будет на 40...60 дБ меньше значения, необходимого при радиолокационном зондировании и построении радиолокационных изображений визируемой поверхности. Конкретное значение мощности определяется заданной вероятностью обнаружения МО, его размерами, значением ЭПР и дальностью до объекта. При дальности до МО от нескольких сотен метров до нескольких километров требуемое значение мощности может составлять от сотен милливатт до единиц ватт.

*Список литературы:* 1. *Радиолокационные методы исследования Земли* / Ю.М.Мельник, С.Г.Зубкович, В.Д.Степаненко и др. М., 1980. 262 с. 2. *Справочник по радиолокации* / Под ред. М.Скольника - Т.1. Основы радиолокации. М., 1976. - 456 с.

*Поступила в редколлегию 22.02.94*

УДК 621. 396. 96

*В. Н. БЫКОВ*, канд. техн. наук, *С. И. ИВАШОВ*, канд. техн. наук, *Ю. В. ОВСЯННИКОВ*, *Н.И.БЫКОВА*,  
*А.И. ЗАДОНСКИЙ*, *Б.А. ЮФРИКОВ*, канд. техн. наук

### **ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ БЛАГОДАРЯ ПРИМЕНЕНИЮ ШУМОВОЙ ПОДСВЕТКИ**

Информативность радиометрического изображения (РМИ) подстилающей поверхности с низким либо однородным радиоярким конт-

растом (лес, кустарник, поле, дороги) можно повысить при обнаружении и идентификации на РМИ металлических объектов (МО) сложной формы (строений с металлическими покрытиями) [1]. Такие объекты обладают невысоким радиояркостным контрастом в пассивном режиме, при "подсветке" МО широкополосным шумовым излучением величина контраста меняет знак и увеличивается пропорционально повышению мощности шумового излучения.

С целью оценки эффективности применения шумовой подсветки для обнаружения МО был создан экспериментальный измерительный комплекс, в состав которого вошли: радиометр 8-миллиметрового диапазона волн с параболической антенной, полоса пропускания высокочастотного тракта 800 МГц, постоянная времени интегрирования 0,1 и 1 с, ширина луча диаграммы направленности антенны 2°; источник шумовой подсветки (ИШП) 8-миллиметрового диапазона с рупорной антенной, спектральная плотность мощности шума не менее  $5 \cdot 10^{-11}$  Вт / Гц, полоса спектра шума не менее 1 ГГц; сканирующее устройство, сектор сканирования по азимуту  $\pm 17^\circ$ , по углу места  $-18 \dots +2^\circ$ , шаг сканирования по углу места при визировании "кадра"  $0,5^\circ$ , скорость сканирования в азимутальной плоскости 1 град/с, точность угломестных датчиков  $0,2^\circ$ ; телевизионная камера; персональная ЭВМ. Высота размещения РМ и ИШП 3,5 м, наклонная дальность до МО 10...60 м. РМ и ИШП жестко закреплены на платформе сканирующего устройства, что обеспечивает соосность направления их антенн. Пространственный разнос антенн исключает прямое просачивание излучения ИШП в канал РМ. Калибровка радиометра в пассивном режиме осуществляется по согласованной нагрузке, в активном режиме по небу.

В качестве тестовых были выбраны несколько площадок. На первой размещены 9 малогабаритных МО – металлические диски с фигурной поверхностью и габаритными размерами: диаметр 300 мм, высота 50 мм (рис. 1). На заднем плане находится ангар с наклонной крышей из гофрированного металла, металлическая мачта (вышка) и деревянные строения с металлическими крышами. МО правого ряда являются реперами (шар, уголковые отражатели), на рисунке заштрихованные кружки. Слева на асфальтовой дорожке (а) расположен рельс (Р). Поверхностью фона на данной площадке являются различные типы почв, покрытые травой. Вторая исследуемая площадка с МО – бетонная трасса, присыпанная песком. Измерения проводились на двух типах поляризации: горизонтальной и вертикальной, в условиях чистой атмосферы, в тумане, дожде и при наличии снежного покрова на тестовых площадках.



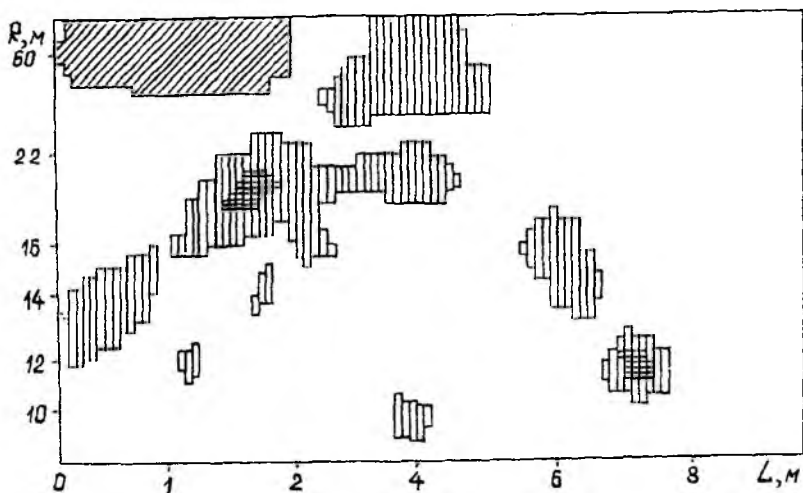


Рис.2

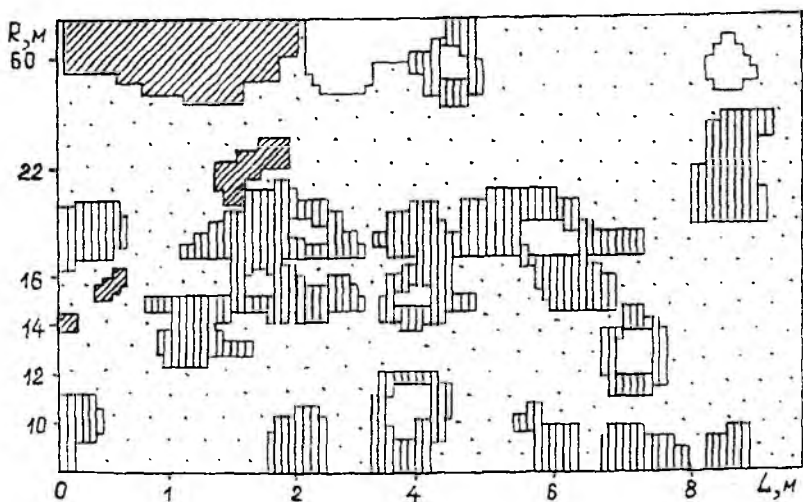


Рис.3

ния ИПП в режиме с подсветкой. Малогабаритные МО так же меняют контраст по отношению к фону при переходе от пассивного к активному режиму. Реперы имеют более высокий контраст по сравнению с другими

МО. Для обеспечения постоянного уровня отраженного сигнала в активном режиме при визировании всего кадра мощность ИШП увеличивалась от строки к строке с увеличением наклонной дальности.

Анализ изображений показывает, что в пассивном режиме с увеличением наклонной дальности радиояркостный контраст уменьшается и трудно выделить МО на фоне травы. В режиме с подсветкой контраст МО при той же дальности повышается, однако изображение становится неоднородным с большим числом блестящих точек. Часть этих точек представляет ложные отметки, связанные с появлением дополнительных уголковых эффектов. Одним из путей уменьшения числа ложных отметок является совместная обработка результатов пассивного и активного зондирования. Алгоритм совместной обработки должен использовать отличительные признаки изображения МО, такие, как наличие изображений определенных объектов только в одном из режимов, изменение знака контраста других МО при переходе из пассива в актив, ограничение на размеры, форму объектов и т. д. Рассмотрим разностный алгоритм, учитывающий изменение знака контраста "металл - трава" при переходе из пассивного в активный режим. Изображение с элементами  $\hat{a}_{i,k}$  строится по правилу

$$\hat{a}_{i,k} - a_{i,k}, \text{ при } \begin{cases} a_{i,k} - \bar{a}_{i,k} > 0; \\ a_{i,k}^* - \bar{a}_{i,k}^* < 0; \end{cases} \quad (1)$$

$$0,$$

где  $a_{i,k}$ ,  $a_{i,k}^*$  - элементы матрицы изображений в пассивном и активном режимах;  $\bar{a}_{i,k}$ ,  $\bar{a}_{i,k}^*$  - средняя яркость в строке изображения в пассивном и в активном режимах;

$$\bar{a}_k = \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n a_{i,k} \right), \quad k=1,2,\dots,k_s, \quad i=1,2,\dots,i_s.$$

Неравенства (1) записаны с учетом обратной шкалы регистрирующего устройства. В данном алгоритме фоном считается среднее значение яркости в строке. Результат фильтрации (1) представлен на рис.4. В результате фильтрации по правилу (1) резко сократилось число ложных отме-

ток, отсутствуют изображения крыши ангара, рельса на асфальте (рис.4)

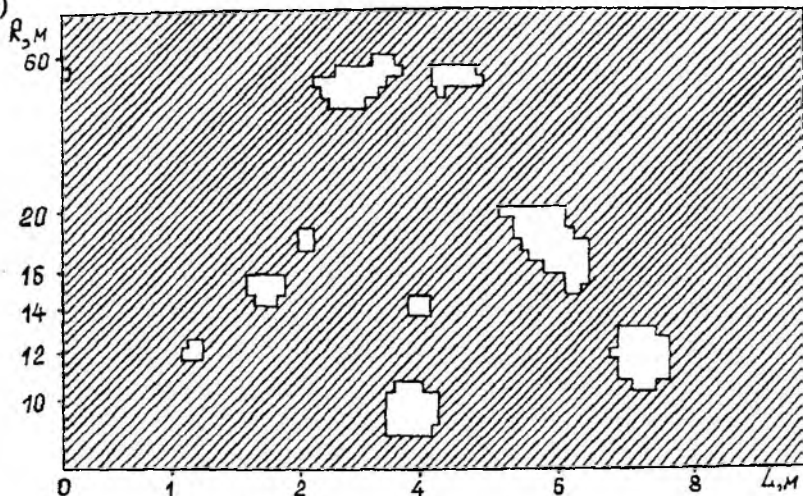


Рис.4

Измерения, проведенные на второй площадке, показали, что МО на фоне бетона обладают низким контрастом в пассивном режиме и большим устойчивым контрастом в активе. Обработка полученных изображений с помощью алгоритма (1) обеспечивает надежное обнаружение МО.

Наличие осадков (дождя, снега) уменьшает контраст при двух видах поляризации на обеих площадках, однако одновременный съём информации в пассивном и активном режимах с последующей обработкой информации по алгоритму (1) позволяет сформировать устойчивое изображение исследуемых МО.

Был проведен эксперимент по обнаружению МО на гладкой заснеженной поверхности. При этом использовался РМ с малым временем интегрирования (менее 40 мс). Скорость сканирования в азимутальной плоскости была увеличена до  $34^\circ/\text{с}$ , т. е. за 1 с записывалась одна строка. Результатом эксперимента явилось то, что РМ в пассивном режиме обнаруживал только МО-реперы. Применение шумовой подсветки позволило обнаружить весь набор МО.

По результатам натуральных экспериментов можно сделать следующие выводы. Недостаточная энергетика пассивного режима РМ (при больших наклонных дальностях) и наличие большого количества ложных откликов в активном режиме предопределяют совместную работу

(чередование) активного и пассивного режимов, причем опорным следует считать пассивный режим, как более стабильный (дающий минимальное количество ложных откликов), и совместную обработку изображений, например с помощью разностных алгоритмов (1). Последующие эксперименты должны быть направлены на увеличение дальности обнаружения МО, расширение диапазона углов визирования и номенклатуры исследуемых объектов, неисследованной является двух- и многопозиционное зондирование МО в пассивном и активном режимах.

Список литературы: Мур Р., Уайт В., Роуз Дж. Панхроматический и подпанхроматический радиолокаторы // ТИИЭР. 1969. № 57. С. 590–593.

Поступила в редколлегию 25.05.94

УДК 621.382.072.1

*Л.И.БИБЕРМАН, В.О. МУСИЕНКО, Л.Н.СТЕПАНОВА*

## **АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ**

---

### Часть 1

Разработка современной аппаратуры на качественно новой основе позволяет обеспечить переход к более высоким технико-экономическим характеристикам и делает ее конкурентноспособной на мировом рынке. Интерес к схемотехнике и микроэлектронике у разработчиков возрастает, подтверждением чего является расширение областей их применения, рост выпуска и появление новых приборов.

Развитие технологии и схемотехнических принципов построения позволило создавать новые многофункциональные приборы, практическое применение которых упрощает построение многих радиоэлектронных устройств, уменьшает их габаритные размеры и вес, а иногда открывает совершенно не традиционные области их применения. К их числу относятся негатроны устройства с отрицательным дифференциальным сопротивлением [ОДС]. Исследования, проведенные за последние годы у нас в стране, и за рубежом, позволили существенно улучшить технические характеристики, в результате чего расширилась область их практического применения. Известно, что полупроводниковые приборы и устройства с ОДС обладают большими функциональными возможностями, так как

могут работать в разнообразных режимах практически без изменения схемотехнических решений [1,2]. Патентный анализ, проведенный за последние десять лет, показал, что в Японии, ФРГ, США, Великобритании, Франции область использования синтезируемых устройств с ОДС существенно расширилась. Основное применение они находят при создании СВЧ-фильтров, генераторов, преобразователей, где в качестве реактивных элементов используются их электронно-управляемые аналоги (2).

В настоящей работе анализируются современные принципы построения приборов и устройств с ОДС.

Следует отметить, что из всей информации, относящейся к устройствам с ОДС, лишь [10-15%] составляют публикации, связанные с описанием приборов, полученных за счет разработки новых технологий. В [3] сообщается о разработке нового биполярно-униполярного прибора с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Новый прибор является трехэлектродным прибором. Величина отношения максимального тока к минимальному в N-образных вольт-амперных характеристиках (ВАХ) может изменяться с помощью приложенного к третьему электроду внешнего напряжения. При прямом смещении между базой и эмиттером  $U_{см} = 5 В$  величина этого отношения составляет  $n = 98$ . В данном приборе была изменена толщина базы от 100 до 175 Å и обнаружены явления перехода от биполярного режима к режиму полевого транзистора. Характеристики транзистора в основном зависят от качества пленки и ее однородности. Преимуществом нового прибора является хорошая стабильность и простота изготовления. На рис.1,а показана структура нового прибора, а на рис.1,б - вид его ВАХ.

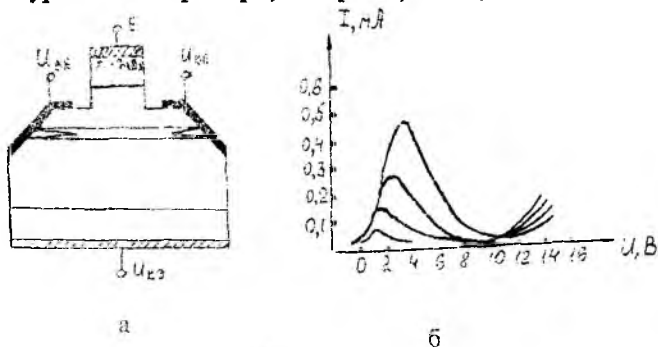


Рис.1

Эпитаксиальные слои арсенида галлия были выращены при температуре  $T = +580^{\circ}C$  со скоростью 1 мкм/час. В качестве легирующих

примесей  $n$  и  $p$  — типа использовались кремний и бериллий. При приложении смешения база-эмиттер  $U_{бэ}$  существует нейтральная область, обусловленная инжекцией носителя положительного заряда. Эта часть включает  $n^+ - i + p^+ - i - n^+$  — транзистор, тогда как другая часть (которая полностью истощена), образует каналный транзистор с барьерным слоем. Новый нелинейный элемент с ОДС рассмотрен в [4] и состоит из металлического проводника из молибдена, вольфрама, меди и железа с токовыми контактами. Кроме того, в нем имеется помещенный в жидкий азот нагреватель, соединенный спроводником теплоотводом. Вдоль рабочей части обеспечивается дополнительная теплопроводность, что изменяет условия, связанные с образованием домена, вследствие чего сопротивление нелинейного элемента можно увеличивать в широких пределах.

В [3] рассмотрен новый прибор с ОДС на основе арсенида галлия, в котором при подаче электрического поля высокой напряженности (порядка 3 КВ/см и более) образуется ВАХ с отрицательной крутизной. Этот прибор отличается стабильностью постоянного тока, что достигается за счет увеличения площади сечения элемента в области анода. Благодаря этому распределение электрического поля, возникающего внутри полупроводникового элемента, становится равномерным и увеличивает рабочую область с ОДС. В результате этого усиление, генерация, преобразование и другие операции выполняются с высоким коэффициентом полезного действия (КПД).

Данное решение позволило резко повысить ранее существовавший уровень элементов, использующихся в качестве усилителей и генераторов СВЧ-сигналов, что способствовало развитию техники связи и сверхскоростной обработки информации в Японии.

Прежде чем перейти к рассмотрению большого класса устройств с ОДС, полученных за счет схемотехнических решений, отметим следующее. Транзисторные эквиваленты приборов и устройств с ОДС состоят из стандартных биполярных транзисторов и резисторов и сравнительно легко могут быть изготовлены (в том числе в интегральном виде). Причем, транзисторный синтез таких устройств с заранее заданными параметрами ВАХ и ОДС следует рассматривать как первый этап к их интегральному исполнению. Технологически не составляет никаких проблем изготовление практически любой разновидности синтезируемых устройств с ОДС в интегральном виде. В отличие от приборов, выпускаемых промышленностью, например, таких как туннельные диоды, диоды Ганна, в которых диапазон изменения абсолютной величины ОДС ограничен, транзисторные эквиваленты таких устройств позволяют

получать варьируемое в широких пределах по величине и знаку дифференциальное сопротивление (положительное, нулевое, отрицательное).

Характерной особенностью приборов и устройств ОДС является наличие положительной обратной связи (ПОС) по току или напряжению. Это, как показано в [1], определяет характер реактивности (емкостный или индуктивный), а также — форму ВАХ  $\lambda$ ,  $N$  или  $S$  — типа). Однако наличие цепей положительной обратной связи, несмотря на то, что обеспечивает многофункциональность подобных устройств, негативно влияет, например, на такие параметры, как температурная стабильность, устойчивость, полоса пропускания, время переключения, уровень шумов, динамический диапазон. Исследования различных транзисторных вариантов устройств с ОДС показали, что эти недостатки можно существенно уменьшить (а иногда и исключить), если иметь возможность регулировать соотношения глубины положительных и отрицательных обратных связей. Такие изменения не всегда осуществимы практически, особенно, если устройство с ОДС выполнено в интегральном исполнении.

Для синтеза устройств с ОДС в качестве элементной базы чаще всего используются транзисторы (биполярные, полевые, МОП). Вместе с тем известен большой класс устройств с ОДС, выпускаемых на операционных усилителях (ОУ). Как правило, устройства на основе ОУ работают в частотном диапазоне, не превышающем десятки, сотни килогерц, так как в более широком частотном диапазоне наблюдается резкое уменьшение коэффициента усиления ОУ. В литературе анализируется способ синтеза частотно - зависимых отрицательных сопротивлений на основе ОУ. Отмечается, что основной областью применения таких устройств являются инверторы импеданса, фильтры, генераторы, аналоги катушек индуктивности. Для теоретического пояснения указанного способа представим себе заземленный шестиполусник. Он характеризуется матрицей гибридных параметров

$$\begin{bmatrix} I_y \\ U_x \\ I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_y \\ I_x \\ U_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Входная полная проводимость имеет вид

$$y_{\text{вх}} = \frac{y_1 \cdot (2y_4y_6 + y_5y_6 - y_3y_5)}{y_5 \cdot (y_1 + 2y_2)}. \quad (2)$$

Если в (2) подставить, то выражение для полного входного сопротивления примет вид

$$y_{\text{вх}} = \frac{2y_1 \cdot y_4 \cdot y_6}{y_5 \cdot (y_1 + 2y_2)}. \quad (3)$$

Если принять  $2y_2 = 2y_1$ , то соотношение (3) запишется как

$$y_{\text{вх}} = \frac{jC_4C_6S^2}{G_5}; \quad Z_{\text{вх}}(j) = -\frac{G_5}{jC_4C_6} \cdot \frac{1}{\omega^2}; \quad (4)$$

где

$$G_5 = y_5; y_4 = SC_4; y_6 = SC_6.$$

Из (4) следует, что частотно-зависимое отрицательное дифференциальное сопротивление находится из соотношения

$$|R_-| = \frac{G_5}{jC_4C_6}. \quad (5)$$

Таким образом, ОДС можно варьировать за счет  $C_4, C_5$  или  $j$ . Схема, реализующая этот элемент, состоит из двух токовых конверторов, трех сопротивлений и трех конденсаторов и включает два контура, первый из которых используется в качестве преобразователя отрицательных иммитансов, а второй реализует требуемую полную проводимость. Если в уравнении (3)  $y_5 = SC_5; y_4 = G_4; y_6 = SG_6$ , то входная полная проводимость

$$y_{\text{вх}} = \frac{2jG_4 \cdot G_6}{C_5 \cdot S}. \quad (6)$$

Уравнение (5) является полной проводимостью идеальной индуктивности:

$$L_3 = \frac{C_5}{2jG_4 \cdot G_6} \quad (7)$$

Таким образом, как видно из (7), данное устройство может имитировать заземленную индуктивность, которая варьируется в зависимости от  $G_4$  и  $C_5$ .

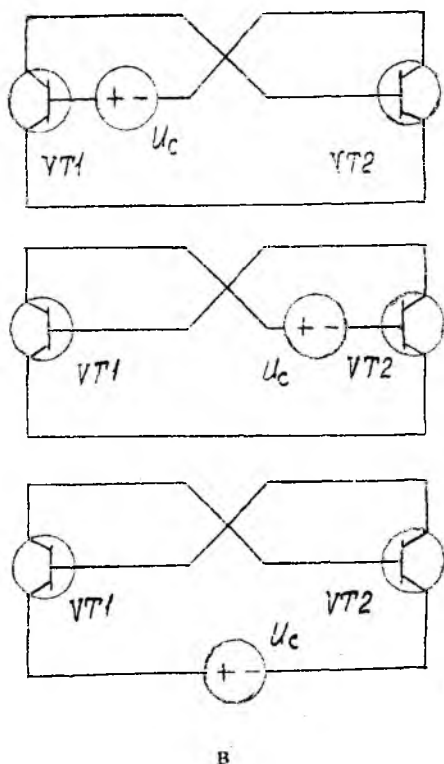


Рис. 1 (Продолжение)

торные эквиваленты  $p-n-p-n$  - структуры.

Рассмотрим методы синтеза устройств с ОДС на транзисторах. Начнем с простейших двухполюсников, являющихся комбинацией двух или более транзисторов с резисторами в цепях обратной связи. Ограничим рассмотрение схемами, которые не требуют внутреннего источника питания. Правильный выбор сопротивлений резисторов внешней цепи позволяет получить оптимальную ВАХ, необходимую для различных применений. Условно весь класс радиотехнических устройств с ОДС, выполненных на транзисторах, можно разделить на несколько групп. Причем, к первой группе относятся устройства, которые синтезируются на основе биполярных транзисторов одного типа проводимости. Ко второй группе - устройства, выполненные на биполярных транзисторах разного типа проводимости, но не составляющие эквивалент  $p-n-p-n$  - структуры, к третьей - транзис-

К четвертой группе относятся устройства, выполненные на полевых (или МОП) структурах, а к пятой — устройства, выполненные на смешанных (биполярных и полевых) транзисторах.

В данной статье мы подробно рассмотрим первые две группы указанных приборов. Устройства, относящиеся по классификации к третьей, четвертой и пятой группам, будут описаны во второй части публикации.

Схемотехника построения устройств с ОДС наиболее развита для структур, выполненных на биполярных транзисторах. В 1980 году Нильсоном и Уильсоном была предложена теорема, позволяющая систематизировать и разрабатывать приборы и устройства с ОДС, обладающие как S - , так N -образными ВАХ [1]. Согласно этой теореме, если двухполосник содержит два транзистора *n-p-n* и *p-n-p*- типа или их комбинацию (причем, в каждом из двухполосников резисторы могут быть заменены коротким замыканием или разомкнутой цепью), то он называется структурой с обратной связью, если короткозамкнутый двухполосник (или двухполосник с разомкнутыми связями), может быть представлен в виде, показанном на рис.1, в. Считаем, что каждый из транзисторов описывается уравнением Эберса-Молла:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & \alpha_T \\ \alpha_f & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1(v_1) \\ f_2(v_2) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где  $f_1(v_1), f_2(v_2)$  - функции, описывающие обычный закон соединения *p-n* - переходов диодов;  $\alpha_T, \alpha_f$  - прямое и обратное токовое усиление, где

$$0 < \alpha_f < 1, 0 < \alpha_T < 1.$$

Пусть уравнение по постоянному току для выбранной схемы запишется в общем виде как

$$A \cdot F(x) + B \cdot x = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) имеет единственное решение для всех величин резисторов ( $R_j > 0$ ), всех величин параметров транзисторов ( $0 < \alpha_T < 1, 0 < \alpha_f < 1$ ), всех значений входного напряжения  $U_C$  и входного тока  $I_C$  тогда и только тогда, когда схема имеет структуру с обратной связью. Таким образом, для того чтобы двухполосник обладал

ОДС и ВАХ N или S - типа, необходимо присутствие в структуре обратной связи. Несмотря на то, что данная теорема представляет как необходимое, так и достаточное условие существования двухполосника с ОДС, она не гарантирует, что устройства могут быть реализованы с использованием транзисторов.

Дело в том, что данная теорема позволяет принимать любые значения не только резисторам и источникам постоянного тока, но это условие распространяется и на транзисторы. При этом коэффициенты  $\alpha_T$  и  $\alpha_f$  могут иметь любые значения между 0 и 1. Для реальных биполярных транзисторов  $\alpha_T = 0.5$ ,  $\alpha_f = 1$ . Двухтранзисторная схема не может быть устройством с ОДС, если оба транзистора не могут одновременно работать в активном (линейном) режиме. Таким образом, если топология схемы и типы транзисторов таковы, что невозможно сместить одновременно оба транзистора в активный режим работы за счет приложения внешнего источника, то ОДС этим устройством не синтезируется.

В [4] приводится следующий алгоритм для синтеза приборов и устройств, обладающих ОДС - для того, чтобы двухполосник с двумя биполярными транзисторами имел отрицательное дифференциальное сопротивление, необходимо, чтобы в соответствующей структуре с обратной связью на рис.1, в два эмиттера были соединены между собой;

- для того, чтобы получить двухтранзисторный прибор с ОДС и ВАХ S - типа, транзисторы должны быть комплементарными, то есть один из них должен быть *n-p-n* - типа, а другой — *p-n-p* - типа;

- для того, чтобы получить двухтранзисторный прибор с ВАХ N-типа, два транзистора должны быть одного типа проводимости.

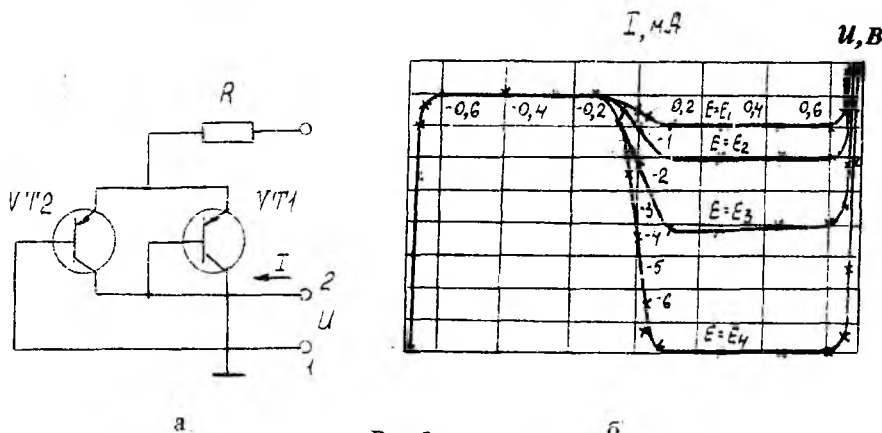
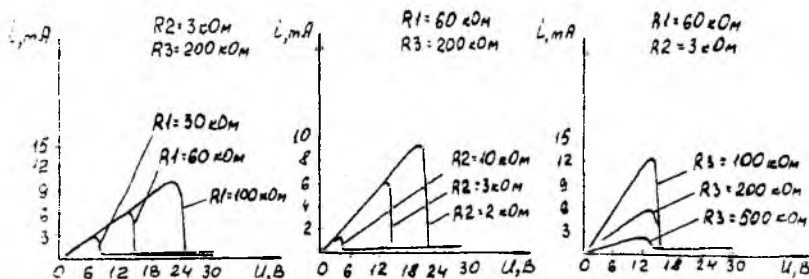
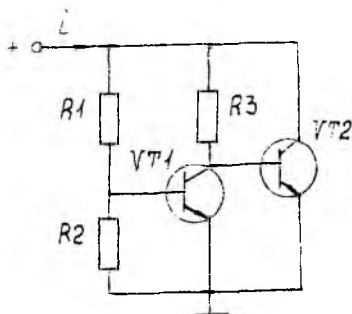


Рис.2

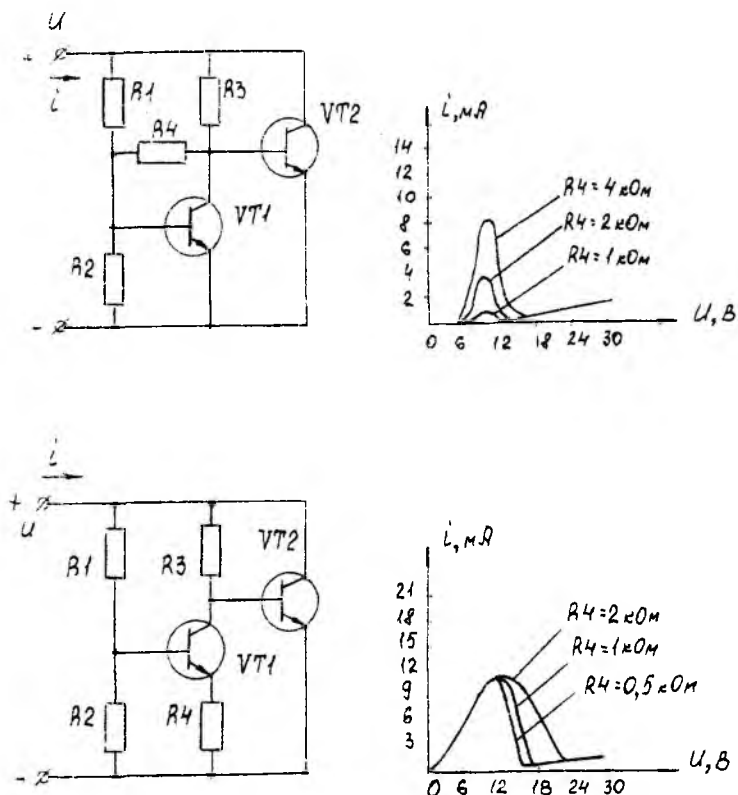
Группа устройств, составленная из транзисторов одного типа проводимости, сравнительно небольшая. Однако в последние годы эти устройства получают широкое распространение. Согласно теореме Нильсона-Уильсона устройства с ОДС, выполненные на транзисторах одного типа проводимости, обладают ВАХ N-типа и емкостным характером реактивности. На рис.2,а показана схема простейшего двухполюсника, относящегося к данной группе.

При нулевом напряжении на зажимах 1-2 между базой и эмиттером транзистора VT1 напряжение уменьшается, что в итоге приводит к его закрыванию. Это вызывает перераспределение токов между транзисторами, увеличение коллекторного тока транзистора VT2 и абсолютного значения тока через устройство.



В

Рис. 2 (Продолжение)

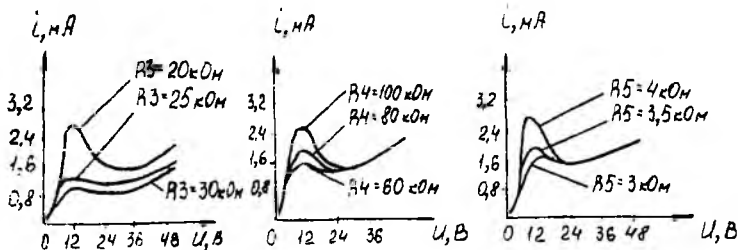
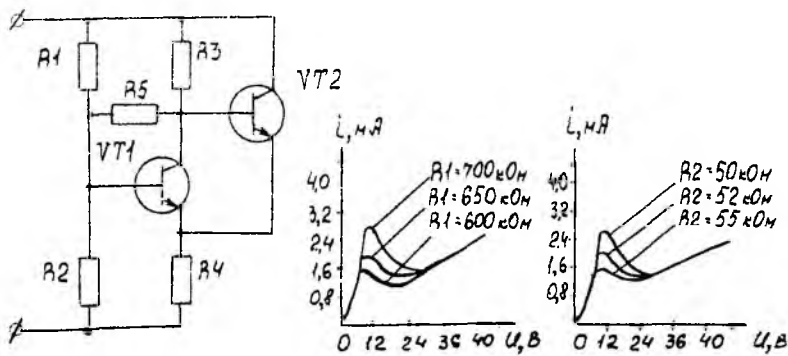


а

Рис. 3

Ток  $I$  нарастает до максимального значения, определяемого напряжением  $U$  и сопротивлением резистора  $R$ . Дальнейшее увеличение напряжения  $U$  не вызывает изменения тока  $I$  через структуру, что приводит к формированию пологой части ВАХ.

При дальнейшем увеличении напряжения  $U$  ( $U = 0,7\text{В}$ ) коллекторный ток увеличивается, коллекторный переход транзистора  $VT_2$  открывается, в связи с чем абсолютное значение тока  $I$  уменьшается до нуля. Ток  $I$  изменяет направление, а модуль его величины снова нарастает, в результате чего формируется правая восходящая ветвь характеристики рис.2,б.



б

Рис. 3 (Продолжение)

За счет изменения питающего напряжения  $U$  или сопротивления резистора  $R$  можно регулировать абсолютную величину ( $R_{-}$ ) ОДС.

Рассмотрим группу устройств с ВАХ N-типа, выполненных на двух транзисторах  $n-p-n$ -типа. Регулированием величин сопротивлений резисторов в цепях обратных связей, а также введением дополнительных обратных связей можно получать в данных устройствах самые разнообразные ВАХ от "колоколообразных" и "пилообразных" до "трапециидальных".

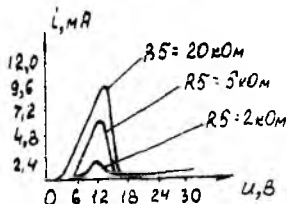
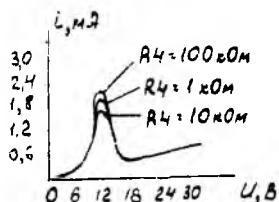
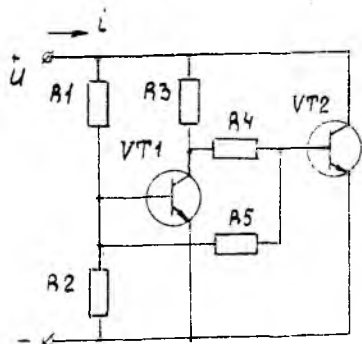
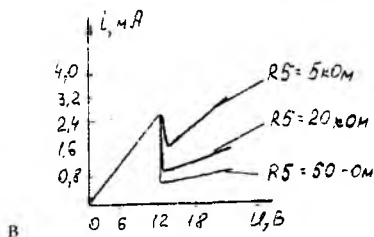
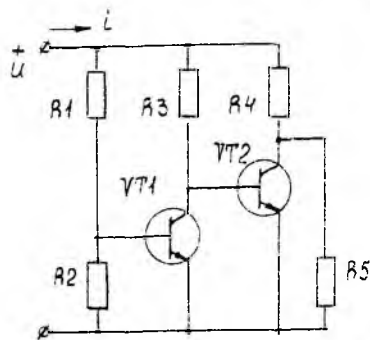
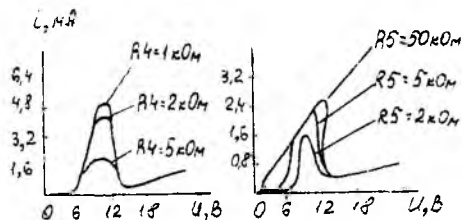
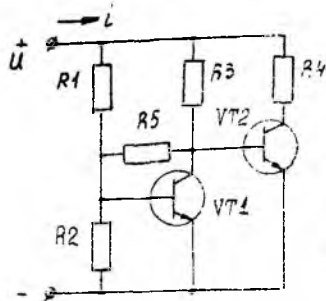


Рис. 3 (Продолжение)

Схемы из двух транзисторов и трех резисторов и ВАХ, полученные при изменении одного из резисторов, показаны на рис.2,в.

В данном устройстве ВАХ N - типа получены при сравнительно высоких питающих напряжениях. Причем, дифференциальное сопротивление участка ВАХ, на котором устройство обладает ОДС, очень мало. Изменением сопротивлений резисторов R1, R2 ВАХ N -типа можно перемещать вдоль оси напряжений. Схема устройства, показанного на рис.3,а, отличается от рассмотренной на рис.2, в только наличием резистора R4, вариация сопротивления которого резко отражается на форме ВАХ.

Если резистор R4 включить в цепь отрицательной обратной связи по току, то при этом можно варьировать в более широких пределах абсолютной величиной ОДС. В двухполюснике, схема которого приведена на рис.3,б, за счет введения резистора R5 между коллектором и базой транзистора VT1, получено семейство ВАХ N -типа с плавным изменением формы ВАХ. Подключением двух дополнительных резисторов R4, R5 получено схемотехническое решение, в котором форма ВАХ изменяется от "колоколообразной" до "трапециидальной" (рис.3,в).

Подключением резистора R5 между коллектором и эмиттером транзистора VT2 получены ВАХ "пилообразного" типа. Устройство, схема которого приведена на рис.3,г, при вариации сопротивлений резисторов R4, R5 обладает колоколообразной ВАХ N -типа.

В [2,5] также приведены разновидности двухполюсников с ВАХ N-типа, в которых за счет вариации сопротивлений резисторов в цепях обратных связей изменяются напряжения и токи включения и выключения ОДС.

Вторая группа устройств с ОДС, выполненных на транзисторах разного типа проводимости, но не состав-

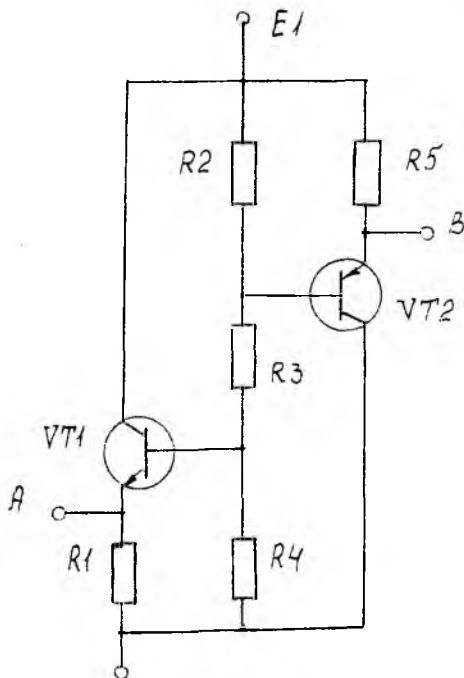


Рис. 4

ляющих эквивалент p-n-p-структуры, сравнительно небольшая.

В качестве примера рассмотрим работу устройства, схема которого приведена на рис. 4. В исходном состоянии транзисторы VT1, VT2 открыты, подключен источник E1. При пропускании тока от другого источника питания между полюсами устройства с ОДС, которыми являются эмиттеры транзисторов VT1, VT2, этот ток разветвляется на две составляющие. Первая составляющая тока протекает через резистор R3 и транзистор VT1, а вторая - через транзистор VT2 и резистор R2. За счет падения напряжения на резисторах R2, R3 напряжение коллектор-эмиттер  $k_{э1}, k_{э2}$  транзисторов VT2, VT1 уменьшается, в результате чего понижается выходное напряжение.

Таким образом, при положительном приращении тока выходное напряжение уменьшается, что соответствует отрицательному дифференциальному сопротивлению.

Подводя краткие итоги первой части статьи, отметим, что здесь приведен далеко не полный перечень всех разновидностей негатронов на транзисторах, а лишь 10-15% всевозможных вариантов схем с ОДС. В материалах статьи показано, что в современных устройствах за счет введения стабилизирующих отрицательных обратных связей и изменения их глубины можно уменьшить (до единиц Ом) отрицательное дифференциальное сопротивление, что существенно расширяет область их практического применения.

**Список литературы:** 1. Биберман Л.И. Широкодиапазонные генераторы на негатронах. М.: Радио и связь, 1982. 166 с. 2. Степанова Л.Н. Принципы построения управляемых устройств с отрицательным и нулевым дифференциальным сопротивлением // Электронная техника. Сер.3. Микроэлектроника. 1990. Вып.3 (37). 3. Пат. Японии № 54-3352. Схема с отрицательным сопротивлением / Катаэки Тэрухидэ, Татэно Хироэи. Опубл. 21.09.79 (Япон.) 4. Гаряинов С.А., Абезгауз И.Д. Полупроводниковые приборы с отрицательным сопротивлением. М.-Л.: Энергия, 1966. 5. Молотков В.И., Зайцев М.И. Вольт-амперные характеристики негаваристора // Радиотехника. 1987. №7. 6. Степанова Л.Н. Обратные связи в двухполюсниках и четырехполюсниках *p-n-p-n*-структуры // Полупроводниковая электроника в технике связи // Под ред. И.Ф.Николаевского. М.: Радио и связь. 1986. Вып.26. 7. Серьезнов А.Н., Арефьев А.А., Степанова Л.Н. Транзисторные эквиваленты приборов с отрицательным сопротивлением и интегральные схемы на их основе // Полупроводниковая электроника в технике связи / Под ред. И.Ф.Николаевского. М.: Радио и связь. 1988. Вып.27.

*Поступила в редколлегию 15.12.94*

## В ПОРЯДКЕ ДИСКУССИИ

УДК 621.371

*Н.Д. КОЛПАКОВ*, д-р техн. наук

### ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ

#### 1. Введение

1.1. В настоящее время используется один энергоинформационный носитель в свободном пространстве — электромагнитные волны (ЭМВ), теоретически предсказанные 120 лет тому назад Максвеллом и 20 лет спустя экспериментально зарегистрированные Герцем. В результате человечество получило радиосвязь, телевидение, радиолокацию и многое другое. Однако некоторые наблюдаемые явления не могли быть объяснены на базе теории ЭМВ (биологическая связь, телепатия и др.), поэтому продолжались поиски других энергоносителей.

В Харьковском государственном техническом университете радиоэлектроники (ХТУРЭ) открыты поляризационные волны (Р-волны), которые, по-видимому, могут являться искомым энергоинформационным носителем [1,2,3].

1.2. Р-волны — резонансные возмущения внутренней структуры частиц материальных сред, их механизм заключается в передаче энергии резонансно возбужденных частиц соседям через поля связи.

1.3. Групповые скорости Р-волн могут существенно превышать скорости света. Ниже будет показано, что при этом противоречий с теорией относительности не возникает.

#### 2. Р-волны в веществе

2.1. Рассмотрим механизм распространения Р-волн на примере цепочки одноэлектронных атомов. При переходе электрона из верхнего возбужденного состояния  $E_v$  в нижнее  $E_n$  энергия возбуждения соседу передается через диполь-дипольное взаимодействие. Механическая модель такой цепочки для случая, когда скорость распространения поля связи (в данном случае электромагнитного поля) много больше скорости Р-волн, представлена на рис.1, а уравнение движения при учете взаимодействия атома только с ближайшими соседями имеет вид

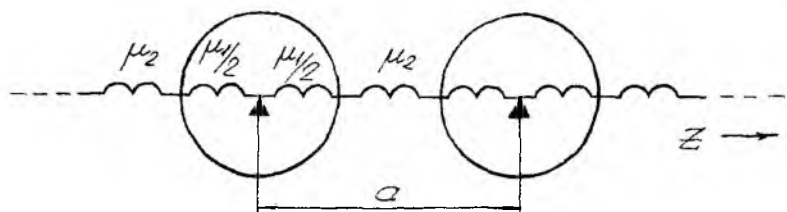


Рис.1

$$m q_n = -\mu_1 \left[ q_n + k_{св} (q_{n-1} + q_{n+1}) \right] \quad (1)$$

где  $q_n$  — плечо диполя  $n$ -го атома,  $\mu_1 = m\omega_{\Pi}^2$ ,  $\omega_{\Pi} = (E_B - E_H) / \hbar$ ,  $m$  — масса электрона,  $k_{св} = \mu_2 / \mu_1$ .

2.2. При длине волны  $\lambda \gg a$ , переходя к континуальному описанию процессов распространения волн в цепочке, получаем

$$q_{n-1} + q_{n+1} \Rightarrow a^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} q(z) + 2q(z).$$

Тогда уравнение (1) преобразуется к виду

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{эт}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_0^2 \right) \cdot q(z, t) = 0, \quad (2)$$

$$v_{эт}^2 = a^2 \omega_{\Pi}^2 k_{св}, \quad \mu_0^2 = 1/a^2 k_{св}.$$

2.3. Коэффициенты связи будут зависеть от направления осей диполей относительно направления распространения волны (оси  $Z$ , рис.2).

Получаем для продольных волн :

$$E_z(0) = \frac{2e}{\pi \epsilon_0 d_0^2}, \quad E_z(a) = \frac{8ad_0 e}{\pi \epsilon_0 (4a^2 + d_0^2)^2},$$

$$\text{для поперечных волн: } k_{св}^{\perp} = \left[ 1 + \left( \frac{2a}{d_0} \right)^2 \right]^{-3/2}.$$

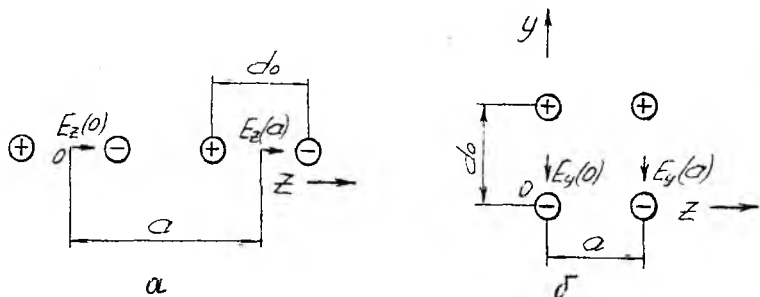


Рис.2

В случае плоской волны  $k_{св} \sim 1$ .

2.4. Решениями уравнения (1) являются бегущие волны с законом дисперсии

$$\omega_k^2 = v_{эТ}^2 (\mu_0^2 + k^2), \quad k = 2\pi n / (aN), \quad (3)$$

$N$  — число атомов в цепочке, и с групповыми и фазовыми скоростями

$$v_{ГК} = v_{эТ} k / (\mu_0^2 + k^2)^{-1/2}, \quad v_{фк} = v_{эТ}^2 / v_{ГК}. \quad (4)$$

2.5. Описанные волны возбуждались и экспериментально регистрировались. Параметры их приведены ниже в п.4. Однако наибольший интерес представляют,  $P$ -волны в "свободном" пространстве (эфире).

### 3. $P$ -волны в "свободном" пространстве (эфире)

3.1. Существование  $P$ -волн в "свободном" пространстве (эфире) с необходимостью следует из уравнения Максвелла для "свободного" пространства.

Действительно, из уравнения

$$\text{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \text{— удельная электрическая}$$

поляризация "свободного" пространства,

следует, во-первых, что эфир — материальная среда, и, во-вторых, что эта материальная среда электрически поляризуема. А из рассмотренного выше механизма  $P$ -волн следует, что поляризуемость частиц эфира — основное условие существования  $P$ -волн.

3.2. Теория вакуума (эфира) как материальной среды разрабатывалась многими учеными (Максвелл, Томпсон, Лоренц, Мицкевич). Структура элементарных частиц при представлении эфира газоподобной средой рассматривалась В.А.Ацюковским [4]. "Элементарные" частицы представляются вихревыми образованиями из этой газоподобной среды — вращающимися тороидальными кольцами. На базе такого представления по известным опытным данным вычисляются параметры эфира (частицы эфира еще Демокритом названы амерами). Будем использовать этот подход.

3.3. Поскольку частицы эфира (амеры) обладают свойством поляризуемости, то между зарядами эквивалентного диполя существует, как минимум, электрическое поле, а это значит, что эфир содержит еще более тонкую компоненту, чем амеры, возбуждениями которой и является электрическое поле. Назовем частицы этой компоненты эфира америной.

3.4. Для определения частоты и скорости распространения Р-волн необходимо знать массу и заряды амеров и количество амеров в единице объема эфира.

Волнами связи между амерными диполями являются америнные звуковые волны. Необходимо, чтобы скорость этих волн была много больше групповой скорости Р-волн.

3.5. Плотность амерного газа можно определить из условия равновесия механической и электрической сил в вихревой модели протона (рис.3).

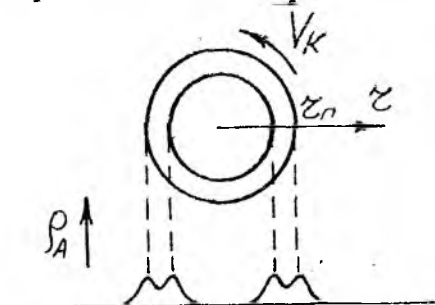


Рис.3

Скорость амерной среды, увлекаемой вращающимся кольцом амерного газа,  $v = v_k r_p^2 / r$ .

Энергия поля скоростей при постоянной плотности амерного газа и энергия электрического поля протона

$$\mathcal{E}_v = \int_0^\infty \rho_A \frac{v^2}{2} dv = 2\pi\rho_A v_k^2 r_p^2 \int_0^\infty \frac{dr}{r^2} = 2\pi\rho_A v_k^2 r_p^3,$$

$$\mathcal{E}_e = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_p}.$$

Из сопоставления этих энергий получаем

$$\rho_A(v_k S_{\Pi}) = \varepsilon_0(\epsilon / \varepsilon_0)^2, \quad S_{\Pi} = 4\pi r_{\Pi}^2, \quad \rho_A = \varepsilon_0. \quad (5)$$

3.6. Давление амерного газа  $P_A$  можно оценить через силы протон-нейтронного ядерного взаимодействия, считая, что эти силы уравниваются давлением амерного газа. Для ядра дейтерия при энергии взаимодействия 2.2 МэВ и при расстоянии, на котором сила убывает до приблизительно нулевого значения (1 Ферми), получаем:

$$F = \partial \mathcal{E} / \partial r \sim 4 \cdot 10^2 \text{ н.}$$

Следовательно, давление в эфире:

$$P_A = F / S_{\Pi} \sim 2 \cdot 10^{32} \text{ н м}^{-2}, \quad S_{\Pi} = \pi r_{\Pi}^2, \quad r_{\Pi} = 8 \cdot 10^{-16} \text{ м.} \quad (6)$$

$r_{\Pi}$  — эффективный радиус нуклона.

3.7. Звуковая скорость в амерном газе

$$v_{зв}^A = \sqrt{\gamma P_A / \rho_A} \sim 5 \cdot 10^{21} \text{ м с}^{-1}, \quad 1,0 \leq \gamma \leq 1,4. \quad (7)$$

3.8. Динамическую вязкость (коэффициент внутреннего трения) эфира можно определить из уравнения Ньютона [5] применительно к пограничному слою между вращающимися оболочками в нейтроне (по вихревой концепции нейтрон - это тот же протон, электрический заряд в котором нейтрализован еще одной вихревой оболочкой).

$$\eta_A = (dF / dS)(dz / dv) \sim P_A \Delta z / \Delta v,$$

$\Delta v$  — разность скоростей протонной и нейтронной оболочек,

$\Delta z$  — толщина пограничного слоя между этими оболочками.

При зарядовом радиусе протона  $r_{\Pi} = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ , эффективном радиусе нейтрона  $r_{\text{н}} = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}$  и  $\Delta v \sim 2 \cdot 10^{21} \text{ м с}^{-1}$ , получаем  $\eta_A \sim 10^{-6} \text{ к м}^{-1} \text{ с}^{-1}$ .

3.9. Средняя длина свободного пробега амера

$$\bar{\lambda} = 3\eta_A / (\rho_A v_{ТА}) \approx 5 \cdot 10^{-17} \text{ м}, \quad v_A \sim 1,2 v_{зв}^A. \quad (8)$$

3.10. Диаметр амера можно определить из соотношения максимальной и минимальной плотностей эфира, наблюдаемых в природе. При условии, что основной компонентой плотности эфира является амерная, и приняв за максимальную плотность

протона (амеры лежат всюду плотно), а за минимальную — плотность свободного эфира, получаем

$$d_A = \bar{\lambda}(\rho_{\text{мин}} / \rho_{\text{мак}})^{1/3} \approx 10^{-26} \text{ м.}$$

3.11. Число амеров в единице свободного эфира  $n_A = (\sqrt{2} \cdot \bar{\lambda} \sigma_A)^{-1} \sim 10^{68} \text{ м}^{-3}$ .

3.12. Масса амера  $m_A = \rho_A / n_A = \rho_{\text{мин}} / n_A \sim 10^{-73} \text{ к.г.}$  (9)

3.13. Для определения дипольных амерных зарядов представим амер диполем Герца (рис.4) с зарядом  $|Q| = \frac{|Q_{AO}|}{d_A} |\Delta z|$  и плечом  $d_D = d_A$ .

Учтем, что при критическом значении внешнего электрического поля  $E_{\text{кр}}$  заряды амеров разъединяются (амер диссоциирует). В то же время  $E_{\text{кр}}$  удерживает формирующиеся при этом пары электрон-позитрон на расстоянии  $r_{\text{эфф}}$  (при меньшем значении этого расстояния пары аннигилируют). За величину  $r_{\text{эфф}}$  можно обоснованно принять “классический” радиус электрона  $r_0 = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ , который и определяется при представлении электрона заряженной сферой из условия равенства энергии этой сферы энергии электрона.

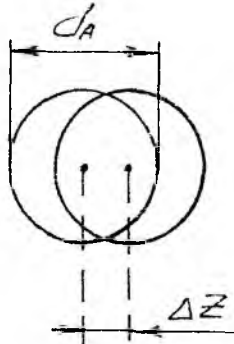


Рис.4

Получаем:  $E_{\text{кр}} = e / (4\pi \epsilon_0 r_0^2) \text{ в м}^{-1}$ .

Тогда  $|Q_{AO}| = \epsilon_0 E_{\text{кр}} / (2d_A n_A) \sim 10^{-38} \text{ Кл.}$  (10)

3.14. Коэффициент  $\mu_1 = \mu_{1A}$  в уравнении (1) будет равен

$$\mu_{1A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{A0}^2}{d_A^3} \sim 10^4, \text{ а собственная частота амерного диполя}$$

$$\omega_A = (\mu_{1A} / m_A)^{1/2} \sim 3 \cdot 10^{41} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}. \quad (11)$$

3.15. Как уже отмечалось в п.3.4, волнами связи являются америнные звуковые волны. Представляя амер сферическим излучателем америнных звуковых волн, получаем для коэффициента связи  $k_{св}^A = d_A / a_A = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $a_A = n_A^{-1/3} \sim 5 \cdot 10^{-22} \text{ м}$ . (12)

3.16. Необходимые данные для оценки частоты и скорости распространения Р-волн в "свободном" пространстве, таким образом, имеются. Получаем

$$\omega_B \sim \omega_A = 3 \cdot 10^{41} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}, \quad (13)$$

$$v_B \sim v_{эт(в)} = a_A \omega_A k_{св}^{1/2} \sim 2,5 \cdot 10^{19} \text{ мс}^{-1} \quad (14)$$

В случае плоской волны  $k_{св} \sim 1$ .

$$\text{Тогда } v_B \cong 2 \cdot 10^{21} \text{ мс}^{-1}.$$

3.17. Необходимо также отметить, что вместе с америнными Р-волнами, скорости которых определяются соотношением (14), возбуждаются медленные компоненты Р-волн, волнами связи в которых являются ЭМВ. Скорости этих волн определяются соотношением

$$v_{вм} = c / \left(1 + \frac{c}{v_B}\right). \quad (15)$$

Поскольку  $v_B \gg c$ , то  $v_{вм} \sim c$ .

Назовем эти компоненты медленными, а компоненты, скорости которых определяются соотношениями (14), — быстрыми и будем обозначать  $v_B = v_{вб}$ .

#### 4. Экспериментальное определение скорости Р-волн.

4.1. В веществе (кристаллах рубина и др.) Р-волны возбуждались на электронных оптических переходах импульсными лазерами (рис.5).

На противоположном торце кристалла часть энергии Р-волн через атомные диполи снова излучалась наружу в виде ЭМВ на той же

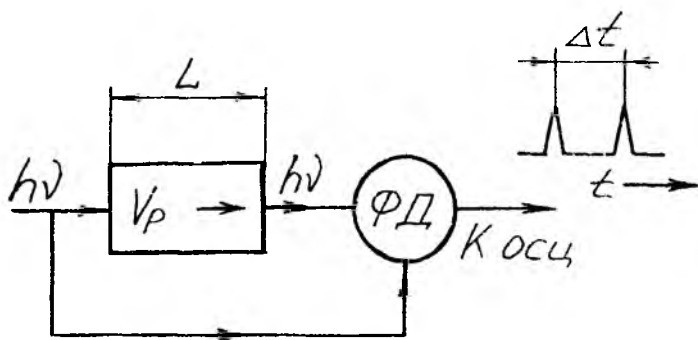


Рис.5

частоте. Эти сигналы подавались на фотодетектор. На тот же фотодетектор подавались сигналы непосредственно от лазера.

Скорость R-волн оценивалась по времени прохождения их через кристалл. Поскольку в этом случае  $v_p \ll c$ , то

$$v_p = L / \Delta t. \quad (16)$$

Измеренные скорости R-волн были близки к расчетным и для разных кристаллов составляли по величине от 80 до 120  $\text{мс}^{-1}$ .

4.2. Для оценки скорости R-волн в свободном пространстве (эфире) использовался астрономический эффект профессора Н.А. Козырева [6]. Этот эффект заключается в том, что одна и та же звезда одновременно наблюдается под двумя углами  $\theta$  (рис.6).

В качестве чувствительного элемента при наблюдениях использовался резистор, включенный в мост Уитстона. Специально с целью проверки достоверности этого эффекта эксперимент был повторен в Институте математики Сибирского отделения АН СССР [7].

Эффект Н.А. Козырева получает объяснение, если предположить, что звезда излучает быстрые с  $v_{\text{вб}}$  и медленные  $v_{\text{вм}}$  компоненты R-волн. Это предположение основывается на том, что эффект наблюдался и в том случае, когда вход телескопа закрывался листом алюминия

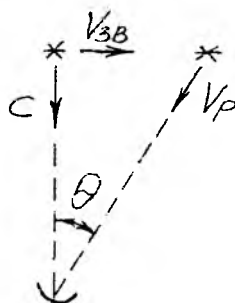


Рис.6

$$V_{вБ} = \frac{1}{\frac{1}{c} - \frac{\theta}{V_{зв}}} \quad (17)$$

В силу ошибок измерения  $\theta$  и определения по таблицам  $V_{зв}$  величины

$\theta / V_{зв}$  лежали вокруг точки  $\frac{\theta}{V_{зв}} = \frac{1}{c}$ , в которой  $V_{вБ} = \infty$ .

Малое число отсчетов  $\frac{\theta}{V_{зв}}$  при большом разбросе их значений дает

основание только для качественной оценки величины  $V_{вБ}$ , т.е. что  $V_{вБ} \gg c$ , для количественной же оценки  $V_{вБ}$  требуется большее число измерений.

## 5. Обсуждение полученных результатов

5.1. Полученные результаты показывают, что Р-волны — одна из форм резонансного возбуждения тонкой структуры материи — физического вакуума (эфира). Существование этих волн с необходимостью следует из уравнений Максвелла.

5.2. Одна из основных особенностей Р-волн — распространение со скоростями, существенно превышающими световые, не противоречит теории относительности. Дело в том, что ограничение скоростей относится к материи и в форме вещества, т. е. к материи, состоящей из заряженных частиц ("нейтральные" атомы состоят из заряженных частиц противоположного знака). В механизме Р-волн сверхсветовые скорости имеют только истинно нейтральные частицы.

5.3. Характеристики Р-волн (сверхсветовые скорости и частоты, большие проникающие способности, материальная структурность) предрекают им большое будущее в науке, технике и медицине, особенно в психофизике.

**Список литературы:** 1. *Колпаков Н.Д.* Волны суперпозиционных состояний атомных электронов. Деп. ГНТБ Украины 10.01.94. N58. 2. *Колпаков Н.Д.* Поляризационные волны в материальных средах. Тезисы докладов на 2-й Межд. конф. "Теория и техника передачи, приема и обработки информации". Харьков-Туапсе, 1996. 3. *Kolpakov N.D., Kolpakova L.N.* Polarization waves - psychophysical information medium // Материалы 3-й Междунар. конференции "Физические явления твердого тела". 21-23 янв. 1997. Харьков: ХГУ, 1997. 4. *Ароковский В.А.* Общая эфиродинамика. М. Энергоиздат, 1990. 5. *Яворский Б.М., Деллаф А.А.* Справочник по физике. ГИФМЛ, М, 1963. 6. *Козырев Н.А., Насонов В.В.* О некоторых свойствах времени, обнаруженных посредством астрономических наблюдений. Проявление космических факторов на Земле и звездах. М: Изд-во Всесоюз. астрономо-

УДК 621.373.8

*В.М. ВАНЦАН*, канд. физ.-мат. наук, *А.Г. ПАЩЕНКО*

### **К РЕШЕНИЮ КВАНТОМЕХАНИЧЕСКИХ СКОРОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИНЖЕКЦИОННЫХ ЛАЗЕРОВ**

---

В ранних работах отечественных и зарубежных ученых для расчета параметров и характеристик полупроводниковых инжекционных лазеров использовались упрощенные математические модели, основанные на применении общих положений теории полупроводников и скоростных балансных уравнений, которые оказались наиболее эффективными при рассмотрении многих явлений, протекающих в лазере.

Чтобы проанализировать работу лазера, необходимо как можно полнее промоделировать динамику его возбуждения. При этом уравнение, описывающее изменение концентрации электронов на некотором энергетическом уровне  $a$  со временем может быть записано так [1]:

$$\frac{dn_a}{dt} = R_{нака} - \gamma_{спонт,a} - ig_{вынужд} \langle P \rangle_{ab} E^* + \left( \frac{\partial n_a}{\partial t} \right)_{столк}, \quad (1)$$

где  $R_{\text{нак}}$  — скорость накачки,  $\gamma_{\text{спонт,а}}$  — скорость радиационного распада,  $g_{\text{вынужд}} \langle P \rangle_{ab} E^*$  — член, обусловленный вынужденными переходами (поглощение и вынужденное испускание). Слагаемое  $\left( \frac{\partial n_a}{\partial t} \right)_{\text{столк}}$  в правой части уравнения (1) соответствует переходам

между уровнями вследствие электронных и других столкновений.

Среднее значение электрической поляризации активной среды полупроводникового лазера может быть получено, как известно, из уравнения для недиагональных элементов матрицы плотности

$$\left( -i\omega_{ab} + \Gamma_{ab} + \frac{d}{dt} \right) \langle P \rangle_{ab} = -ig_{\text{вынужд}} E^* (n_a - n_b) \quad (2)$$

где  $\langle P \rangle_{ab}$  — недиагональные матричные элементы оператора дипольного момента,  $\omega_{ab}$  — частота перехода между двумя состояниями, рабочего вещества лазера,  $n_a, n_b$  — концентрации электронов на энергетических уровнях а и b,  $\Gamma_{ab}$  — спектральная ширина уровня.

Временная эволюция электромагнитного поля фотонов описывается уравнением типа:

$$\frac{dE}{dt} - i(\omega + i\chi)E = ig_{\text{вынужд}} \langle P \rangle_{ab} \quad (3)$$

где  $\omega$  — частота генерируемых колебаний,  $\chi$  — амплитудный коэффициент затухания поля в резонаторе.

С помощью этих уравнений довольно точно могут быть рассчитаны следующие процессы и величины: плотность фотонов, распространяющихся вдоль положительного и отрицательного направлений оси резонатора; статические характеристики инжекционных лазеров; релаксационные колебания и влияние спонтанного излучения; переходные характеристики лазеров; модуляционные характеристики в приближении слабого сигнала; модуляционные характеристики при высокочастотной модуляции сильным сигналом и при импульсной кодовой модуляции.

Однако существует ряд явлений и параметров инжекционных лазеров, которые трудно описать в приближении скоростных уравнений.

Таковыми являются: условия, определяющие частоту генерации; квантовые шумы (амплитудные и фазовые); ширина линии генерации; длина когерентности; конкуренция мод; гистерезис; бистабильность; синхронизация мод.

Некоторые из них можно изучать и в рамках уравнений (1) - (3), однако явления, связанные с флуктуациями электромагнитного поля на квантовом уровне, можно анализировать только с помощью квантовомеханической теории лазеров, включающей квантование поля.

При построении теории полупроводниковых лазеров, основанной на квантовомеханическом описании процессов, электромагнитное поле, излучаемое квантовым ансамблем, должно быть представлено с помощью операторов рождения  $b$  и уничтожения  $b$  фотонов.

Записывая в уравнениях (1) - (3) физические величины в квантовом представлении, получим следующую систему операторных уравнений относительно концентрации электронов  $n_{ck_1}$ , поляризуемости  $a_{ck_1}^+ a_{vk_2}$  и оператора фотонов  $b^+$  [2]:

$$\frac{dn_{ck_1}}{dt} = \sum_k \left( -ibg_{kk_2}^* a_{ck_1}^+ a_{vk_2} \right) + H.C. - \gamma_{спонт, k_1} - R_{након, k_1} + \left( \frac{d}{dt} \right)_{столк}^{a_{ck_1}} + F_{ck_1, ck_2} \quad (4)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \gamma_{k_1 k_2} - i\omega_{k_1 k_2} \right) a_{ck_1}^+ a_{vk_2} = -ib^+ g_{k_1 k_2} (n_{ck_1} - n_{vk_2}) + F_{ck_1, ck_2} \quad (5)$$

$$\left( \frac{d}{dt} + \chi - i\omega \right) b^+ = \sum_{k_1, k_2} g_{k_1 k_2}^* a_{ck_1}^+ a_{vk_2} + F^+(t), \quad (6)$$

где  $n_{ck_1}$  — оператор концентрации электронов в зоне проводимости;

$n_{vk_2}$  — оператор концентрации электронов в валентной зоне;  $a_{ck_1}^+$  —

оператор рождения электронов в зоне проводимости;  $a_{ck_1}$  — оператор уничтожения электронов в валентной зоне;  $b^+$  — оператор рождения фотонов;  $b$  — оператор уничтожения фотонов;  $\omega_{k_1k_2} = \omega_{ck_1} - \omega_{vk_2}$  — частота перехода между состоянием  $ck_1$  с волновым вектором  $k_1$  в зоне проводимости или ее примесном “хвосте” и состоянием  $vk_2$  с волновым вектором  $k_2$  в валентной зоне или примесной зоне, обусловленной акцепторами;  $\omega$  — частота незаполненного открытого резонатора;  $\chi$  — амплитудный коэффициент затухания поля в резонаторе;  $\gamma_{k_1k_2}$  — коэффициент затухания, который определяется всеми процессами нарушения фазы;  $\xi_{k_1k_2}$  — оптический матричный элемент между состояниями с волновым вектором  $k_1$  в зоне проводимости (с) или ее примесном “хвосте” и состоянием  $vk_2$  с волновым вектором  $k_2$  в валентной зоне (v) или примесной зоне, обусловленной акцепторами;  $\left(\frac{dn_{ck_1}}{dt}\right)_{\text{столк}}$  — член, связанный с переходами между уровнями при электрон-электронных и других взаимодействиях, здесь  $n_{ck_1} = a^+_{ck_1} d_{ck_1}$ ; Н.С. — эрмитовосопряженный член;  $F_{ck_1, vk_2}$  — оператор флуктуаций межзонных переходов;  $F_{ck_1, ck_2}$  — оператор флуктуаций концентрации носителей, который связан с накачкой и спонтанным излучением. Он описывает важные процессы электрон-электронного рассеяния и зависит от вероятности перехода между состояниями в зоне проводимости и флуктуационных процессов;  $\gamma_{\text{спонт}}$ ,  $k_1$  — скорость спонтанного излучения в континуум всех световых мод за исключением лазерных.

Квантовомеханические скоростные операторные уравнения (5-6) в результате несложных преобразований приводятся к виду:

$$\frac{dS}{dt} = \left(\frac{db^+}{dt}\right)_b + b^+ \left(\frac{db}{dt}\right) = -2\chi S + E_{cv} + GS + F(t), \quad (7)$$

$$\frac{dn}{dt} = P_{\text{накач}} - R_{\text{спонт}} - GS - E_{\text{св}} + F_c(t), \quad (8)$$

где  $S$  — концентрация фотонов;  $n$  — полная концентрация электронов;  $2\chi S$  — величина, обратно пропорциональная времени жизни фотона;  $E_{\text{св}}$  — скорость спонтанного излучения в лазерную моду;  $GS$  — скорость вынужденного излучения;  $P_{\text{накач}}$  — полная скорость накачки;  $R_{\text{спонт}}$  — полная скорость спонтанного излучения;  $F(t), F_c(t)$  — операторы флуктуаций концентрации фотонов и электронов соответственно.

Для решения скоростных уравнений (7) и (8) целесообразно использовать метод линеаризации, предложенный в работе [3]. Суть метода состоит в том, что концентрации фотонов и электронов представляются в виде сумм их равновесных значений и флуктуаций, т.е.

$$\begin{aligned} S(t) &= \bar{S} + \delta S(t), \\ n(t) &= \bar{n} + \delta n(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Для стационарного состояния уравнения (7), (8) переписуются в виде

$$-2\chi\bar{S} + \bar{E}_{\text{св}} + \bar{GS} + \bar{F}(t) = 0, \quad (10)$$

$$\bar{P}_{\text{накач}} - \bar{R}_{\text{спонт}} - \bar{GS} - \bar{E}_{\text{св}} + \bar{F}_c(t) = 0. \quad (11)$$

Полагая в стационарном состоянии  $\bar{F}(t) = 0, \bar{F}_c(t) = 0$ , получим

$$\bar{E}_{\text{св}} = \bar{S}(2\chi - G), \quad (12)$$

$$\bar{P}_{\text{накач}} - \bar{R}_{\text{спонт}} = \bar{GS} + \bar{E}_{\text{св}}. \quad (13)$$

Подставляя в уравнение (13) значение  $\bar{E}_{\text{св}}$  из (12), получим

$$\bar{P}_{\text{накач}} - \bar{R}_{\text{спонт}} = \bar{GS} + \bar{S}(2\chi - G). \quad (14)$$

После несложных преобразований (14) имеем

$$\bar{P}_{\text{накач}} - \bar{R}_{\text{спонт}} = 2\chi N \quad (15)$$

Решение уравнений (12) и (15) приводит к следующим квадратным уравнениям для определения количества фотонов  $N$  и положения квазиуровня Ферми  $\xi$  в околороговой области [4]:

$$\begin{aligned} \xi^2 + 2\xi\left[(R_1 - P - \chi)kT/(R_2) - \xi_{th}\right] = \\ = -\xi_{th}^2 + (kT/R_2)\left[2\chi(2kT - \Delta) - \xi_{th}(P - R_1)\right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$4\chi N^2 + 2N(\chi + R_1 - P) = P - R_1 - (R_2/kT)(\xi_{th} + \Delta - 2kT) \quad (17)$$

Здесь  $\Delta = \hbar\Omega - E_g$ ,  $E_g$  — энергия запрещенной зоны.

Решая квадратные уравнения (16) и (17) относительно  $\xi$  и  $N$ , получим их зависимости от скорости накачки и температуры в виде

$$\begin{aligned} \xi_{1,2} = \left[ (R_1 - P - \chi)kT/R_2 - \xi_{th} \right] \pm \\ \pm \sqrt{\left[ (R_1 - P - \chi)kT/R_2 - \xi_{th} \right]^2 + \xi_{th}^2 - (kT/R_2)\left[ 2\chi(2kT - \Delta) - \xi_{th}(P - R_1) \right]}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} N_{1,2} = \frac{1}{4\chi} \left[ -(\chi + R_1 - P) \pm \right. \\ \left. \pm \sqrt{(\chi - R_1 - P)^2 - 4\chi(R_1 - P + (R_2/kT)(\xi_{th} + \Delta - 2kT))} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

При рассмотрении процессов, протекающих ниже порога, когда  $P < R_1$  и  $N$  остается малым, уравнение (17) преобразуется к виду

$$N = \left[ R_2/(R_1 - P) \right] (\xi_{th} - \Delta + 2kT)/(kT) - 1. \quad (20)$$

Величина  $\xi$  может быть получена прямо из (15), если пренебречь  $2\chi N$ :

$$\xi = \xi_{th} - \left( \frac{kT}{R_2} \right) (R_1 - P). \quad (21)$$

Выражения (20) и (21) справедливы в том случае, когда  $N$  и  $\xi$  вычисляются в области немного ниже порога, так как при значительном удалении в область ниже порога условие  $(\xi - \xi_{th})/kT < 1$  не выполняется.

При  $0,5 < P/R_1 < 0,98$  выражения (20) и (21) дают хорошую аппроксимацию протекающих процессов.

В области выше порога при  $P/R_1 > 1,04$  удовлетворительные результаты расчета числа фотонов можно получить из соотношения

$$N = (P - R_1) / 2\chi. \quad (22)$$

Из уравнения (16) учитывая, что  $\xi - \xi_{th} \ll kT$ , находим

$$\xi = \xi_{th} - \left( \frac{\chi}{P - R_1} \right) (2kT - \Delta). \quad (23)$$

Наибольший интерес при рассмотрении динамики в полупроводниковых инжекционных лазерах представляют процессы, протекающие в пороговой области и немного выше порога, т.е. момент перехода полупроводникового лазера от режима суперлюминесценции к генерации. При этом все переменные величины, характеризующие работу лазера, достигают порогового значения. Определение этих величин представляет существенный интерес для описания режимов генерации и усиления в лазерном диоде.

Известно, что коэффициент усиления  $G$  инжекционного лазера прямо пропорционален плотности тока

$$G = \beta j, \quad (24)$$

где  $j$  — плотность тока инжекции;  $\beta$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от температуры.

Коэффициент усиления возбуждаемых мод в открытом резонаторе равен:

$$G_r = \alpha_r + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2}, \quad (25)$$

где  $\alpha_r$  — внутренние потери в резонаторе;  $L$  — длина резонатора;  $r_1, r_2$  — коэффициенты отражения зеркал резонатора.

В действующем диоде основной величиной, управляющей его работой, является инжектируемый ток.

Приравняв усиление (24), коэффициенту усиления (25), получим выражение для пороговой плотности инжектируемого тока

$$j = \frac{G}{\beta} = \frac{1}{\beta} \left( \alpha_r + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{r_1 r_2} \right) \quad (26)$$

Пренебрегая, как и ранее, спонтанным излучением, можно считать, что

$$j_{\text{пор}} = 2\chi/\beta. \quad (27)$$

Для случая стационарного состояния находим

$$G = (2\chi N - E_{cv})/N = 2\chi - E_{cv}/N. \quad (28)$$

Согласно [2]:

$$E_{cv} = \left[ A\Delta^{1/2} f_c(1-f_v) \right] / N. \quad (29)$$

Тогда (28) можно записать в виде

$$G = 2\chi - \left[ A\Delta^{1/2} f_c(1-f_v) \right] / N. \quad (30)$$

Таким образом

$$j_{\text{пор}} = \frac{1}{\beta} \left( 2\chi - \frac{A\Delta^{1/2} f_c(1-f_v)}{N} \right). \quad (31)$$

Здесь

$$A = 2\pi\hbar\rho'|\mathbf{g}|^2, \quad (32)$$

где  $\rho'$  — плотность состояний;  $|\mathbf{g}|^2$  — квадрат модуля матричного элемента. Величины  $\rho'$  и  $|\mathbf{g}|^2$  определяются так:

$$\rho' = \left[ V(2m_{\Gamma}^3)^{1/2} \right] / \pi^2 \hbar^3, \quad (33)$$

$$|\mathbf{g}|^2 = \frac{\pi e^2}{6V\eta^2 m_c} - \frac{(Eg/\hbar\Omega)(Eg + \sigma)}{Eg + 2\sigma/3}, \quad (34)$$

где  $V$  — объем активной области;  $m_{\Gamma}$  — уменьшенная масса,

$$m_{\Gamma}^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}, \quad (35)$$

$\eta$  — коэффициент преломления активной области;  $\sigma$  — спин-орбитальное расщепление;  $\Omega$  — лазерная частота, равная  $(\Delta - Eg) / \hbar$ ;  $f_c, f_v$  — квазиуровни Ферми для зон проводимости и валентной соответственно

$$f_c = \left( 1 + \exp(\Delta - \xi)\alpha^* / kT \right)^{-1},$$

$$f_v = \left( 1 + \exp(\xi - \Delta)\beta^* / kT \right)^{-1},$$

здесь

$$\alpha^* = m_{\Gamma} / m_c; \quad \beta^* = m_{\Gamma} / m_v.$$

На основании теоретического анализа пороговой плотности тока, проведенного Лашером и Стерном в работе [5], феноменологический коэффициент

$$\beta = \frac{\pi^2 \hbar^3 c^2 \eta_i \Gamma}{n^2 (\hbar\omega)^2 \Delta (\hbar\omega) \epsilon d \gamma}, \quad (36)$$

где  $\hbar\omega$  — энергия кванта;  $n$  — коэффициент преломления;  $\Delta(\hbar\omega)$  — ширина полосы данного лазера;  $\eta_i$  — внутренний квантовый выход;  $\Gamma$  — коэффициент оптического ограничения, определяемый молярной долей легирующего материала;  $d$  — толщина активного слоя;  $\gamma$  — коэффициент пропорциональности, учитывающий влияние температуры на степень вырождения носителей тока;  $e$  — заряд электрона;  $c$  — скорость света.

Были разработаны алгоритмы и программы для расчета зависимости количества фотонов  $N$  и положения квазиуровня Ферми  $\xi$  от скорости накачки и температуры. Этот расчет является базовым для последующих численных оценок коэффициента усиления  $G$ , порогового тока, выходной мощности, спектральных и шумовых характеристик и т. д.

Было установлено, что для чистого слаболегированного GaAs полученные зависимости достаточно хорошо совпадают с результатами теоретических и экспериментальных исследований, приведенными в [1,2] и других работах.

**Список литературы:** 1. *Физика полупроводниковых лазеров*: Пер. с япон. / Под ред. Х.Такумы. М.: Мир, 1989. 310 с. 2. *Naug H., Phys. Rev., 184, 338, 1969.* 3. *Lax M., IEEE J. Quantum Electron., QE-3, 37, 1967.* 4. *Ванцан В.М., Пащенко А.Г.* Разработка математических моделей для расчета и проектирования инжекционных лазеров. Часть I. Расчет коэффициента усиления и порогового тока. Деп. в ГНТБ Украины, №15-Уж 96. 5. *Lasher G., Stern F., Phys. Rev., 133, 533, 1964.*

*Поступила в редколлегию 23.12.94*

УДК 621.373.8

*В.М. ВАНЦАН*, канд. физ.-мат. наук,  
*А.Г. ПАЩЕНКО*

### **ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ КВАНТОМЕХАНИЧЕСКИХ СКОРОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИНЖЕКЦИОННЫХ ЛАЗЕРОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЭФФЕКТИВНОЙ МАССЫ**

---

Как известно, в первых полупроводниковых лазерах на основе гомоструктур пороговая плотность тока быстро увеличивалась с ростом тем-

пературы. Это создавало серьезные трудности при реализации режима непрерывной генерации при температуре 300 К и выше, а также для получения высокоскоростной модуляции как малым, так и большим сигналом.

Для определения порога генерации и характеристик полупроводникового лазера в большинстве случаев в качестве теоретической модели применяются классические скоростные уравнения, которые оказались наиболее эффективными.

Однако ряд параметров полупроводниковых инжекционных лазеров, таких как частота генерации, квантовые шумы (амплитудные и фазовые), ширина линии генерации и т.д., трудно описать в приближении скоростных уравнений несмотря на большое количество работ, выполненных в этой области.

В начале 60-х годов Хаугом были проведены детальные исследования лазера на арсениде галлия [1]. Его теория основывалась на замене классических переменных скоростных уравнений квантовыми. Это позволяет достаточно точно описать зависимость концентрации фотонов, положения квазиуровня Ферми, усиления и спектра шумов от уровня накачки и температуры.

В данной работе предложено численное решение стационарных квантовомеханических уравнений для полупроводниковых инжекционных лазеров в приближении эффективной массы.

Аналитические выражения для расчета положения квазиуровня Ферми и количества фотонов в допороговой, пороговой и выщепороговой областях, полученные при решении квантовомеханических скоростных уравнений, приведены в работе [1].

Схема алгоритма программы расчета положения квазиуровня Ферми, количества фотонов и усиления как функции скорости накачки и температуры представлена на рис.1. Назначение блоков этой схемы следующее.

Б2 — ввод в программу исходных данных:

#### 1. Физических постоянных

$h = 6,576 \times 10^{-16} \text{ эВ}\cdot\text{с}$  — постоянная Планка;

$k = 8,621 \times 10^{-5} \text{ эВ}\cdot\text{с}$  — постоянная Больцмана;

$c = 2,9979 \times 10^8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  — скорость света в вакууме;

$m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ кг}$  — масса свободного электрона.

2. Параметров полупроводникового материала активной области, в данном случае:

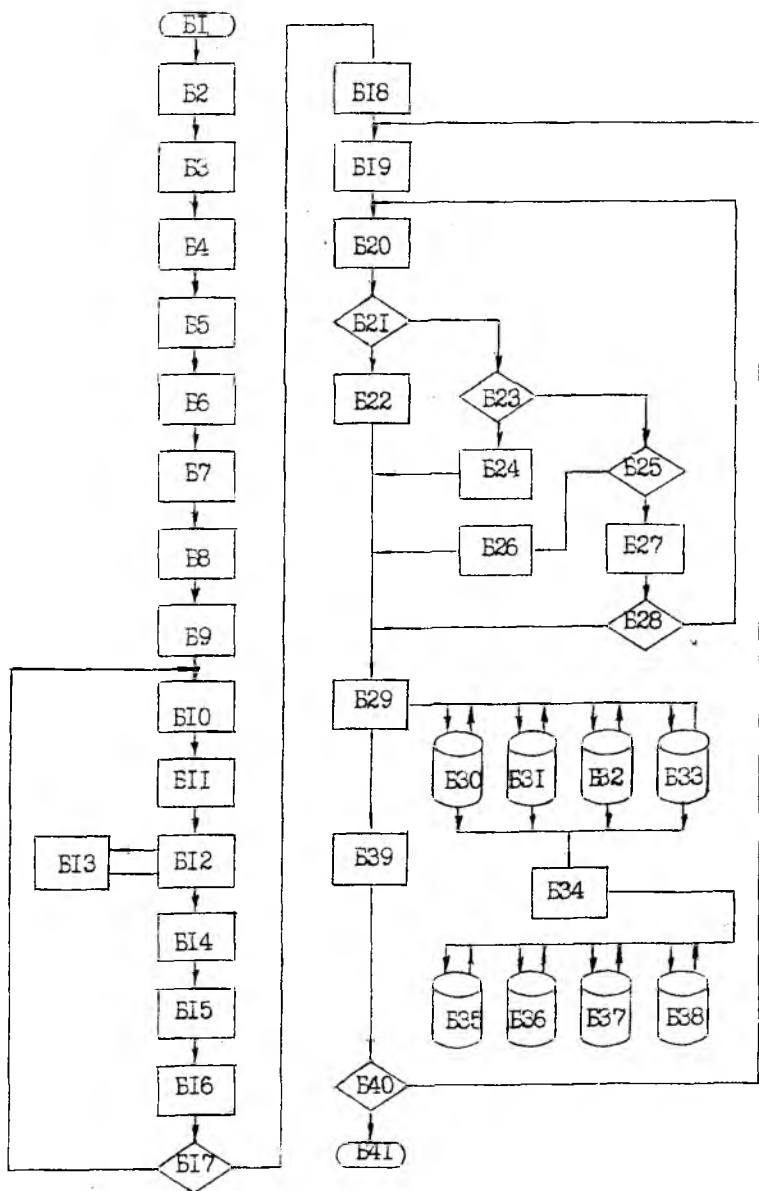


Рис. 1

$E_g = 1,437 \text{ эВ}$  — ширина запрещенной зоны нелегированного GaAs;  
 $\delta = 0,33 \text{ эВ}$  — величина спин-орбитального рабочего вещества;  
 $\eta = 3,5$  — коэффициент преломления рабочего вещества;  
 $\chi = 1 \times 10^{11}$  — коэффициент оптических потерь в материале;  
 $V = 1 \times 10^{-14} \text{ м}^3$  — объем активной области;  
 $T = [60 - 330 \text{ К}]$  — диапазон рабочих температур;  
 $P_n = [1 \times 10^{17} - 10^{19} \text{ с}^{-1}]$  — диапазон измерения скорости накачки  
 (количества электронов в секунду);  
 $\lambda = 0,78 \times 10^{-6} \text{ м}$  — рабочая длина волны.

### 3. Математических констант, необходимых при расчетах:

$$\pi = 3,141526; S = 2/3; S_1 = 3/2.$$

БЗ — расчет массы электрона;

— в зоне проводимости MC  $m_c = 0,072 m_0$ ;

— в валентной зоне MV  $m_v = 0,5 m_0$ ;

— редуцированная масса электрона MR  $m_r = 0,063 m_0$ .

В любом полупроводниковом материале носители заряда — электроны и дырки характеризуются эффективными массами, значения которых определяются структурой энергетических зон данного полупроводникового материала и значительно отличаются от массы свободного электрона. Важно отметить, что для данного полупроводникового материала эффективные массы являются константами, характеризующими этот материал. В частности для GaAs эффективная масса электрона  $m_e^* = 0,067 m_0$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона. Эффективная масса дырки не может быть определена столь однозначно, поскольку в арсениде галлия существует разделение валентной зоны на подзоны легких и тяжелых дырок, которые вырождаются в точке  $k = 0$  в центре зоны Бриллюэна.

Таким образом, каждая подзона характеризуется своей эффективной массой дырки, но для объемного полупроводника можно принять усреднение  $m^{*P} = 0,5 m_0$ . Подобное усреднение приемлемо поскольку, согласно правилам отбора по волновому вектору и энергии, излучаемый переход может происходить лишь в случае когда  $k = 0$ , что в прямозонном полупроводнике, каким является GaAs, соответствует переходу электрона из минимума зоны проводимости в максимум валентной зоны, т.е. в ту точку в  $k$  пространстве, где происходит вырождение подзон легких и тяжелых дырок, имеющих здесь одинаковую энергию.

Б4 — расчет отношения масс электрона, находящегося в различных состояниях, и круговой частоты генерации  $\alpha = m_r/m_c$ ;  $\beta = m_r/m_v$ ;

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot c / \lambda.$$

Б5 — расчет феноменологического множителя  $\rho_L$

$$\rho_L = V E^2 g \eta^3 / 2 \pi^2;$$

Б6 — расчет квадрата матричного элемента усиления

$$|g|^2 = \frac{\pi e^2}{6 V \eta^2 m_c} \cdot \frac{(E_g / \hbar \Omega) \cdot (E_g + \sigma)}{E_g + \frac{2}{3} \sigma};$$

Б7 — расчет плотности состояний для параболических зон

$$\rho' = V (2 m_r^3)^{1/2} / (\pi^2 \hbar^3);$$

Б8 — расчет феноменологического множителя

$$A = \pi \hbar \rho' |g|^2;$$

Б9 — оговаривается начало цикла по температуре для десяти фиксированных значений.

Б10 — расчет энергии фотона для данной температуры

$$\Delta = (4 k \chi T / A)^{2/3};$$

Б11 — расчет нижнего предела интегрирования по формуле

$$BL = -3 \Delta / k T;$$

Б12 — обращение к подпрограмме численного интегрирования DCARTE.

Б13 — вычисление соотношений

$$z = \int_{-3\Delta/kT}^{\infty} (x + 3\Delta/kT)^{1/2} (e^x + e^{\alpha x} + e^{\beta x} + 1)^{-1} dx,$$

$$z1 = \int_{-3\Delta/kT}^{\infty} (x + 3\Delta/kT)^{1/2} (e^x + e^{\alpha x} + e^{\beta x} + 1)^{-1} \times \\ \times \left[ \alpha (1 + e^{-\alpha x})^{-1} + \beta (1 + e^{-\beta x})^{-1} \right] dx.$$

Б14 — расчет коэффициентов разложения скорости спонтанной релаксации R1 и R2

$$R1 = A\rho_L (kT)^{3/2} z,$$

$$R2 = A\rho_L (kT)^{3/2} z1;$$

Б15 — расчет порогового значения квазиуровня Ферми для каждого значения температуры  $\xi_{th} = 3 \cdot \Delta$ , где  $\Delta$  — энергетическая ширина лазерного перехода, зависящая от температуры.

Б16 — приращение счетчика цикла по температуре.

Б17 — проверка счетчика цикла на переполнение.

Б18 — начало цикла по скорости накачки  $P_n$  (по его начальному значению).

Б19 — начало цикла по T (по первому элементу массива температур).

Б20 — расчет нормированного коэффициента  $otn(I)$  для каждой температуры по формуле

$$otn(I) = P_n / R1(I);$$

Б21, Б23, Б25 — проверка принадлежности скорости накачки для данной температуры к допороговой и вышепороговой области по нормированному коэффициенту  $otn(I)$ .

В случае принадлежности  $P_n$  к допороговой области величины N, G1, G2 и  $\xi$  рассчитываются в Б22 по формулам

$$N = \left[ \frac{-(\chi + R1 - P_n) + \sqrt{(\chi + R1 - P_n)^2 - (4\chi(R1 - P_n + R2/kT))\chi}}{\sqrt{\chi(\xi_{th} + \Delta - 2kT)}} \right] / 4\chi.$$

$$\xi = (R1 - P_n - \chi)kT/R2 - \xi_{th} + \sqrt{\left( (R1 - P_n - \chi)/kT / R2 - \xi_{th} \right) + \xi_{th}^2 - (kT/R2)\chi} + \sqrt{\chi(2\chi(2kT - \Delta) - \xi_{th}(P_n - R1))}$$

В случае принадлежности  $P_n$  к выпепороговой области  $N$  и  $\xi$  рассчитывается в Б26 по формулам:

$$N = \frac{(P - R1)}{2\chi};$$

$$\xi = \xi_{th} - \left( \frac{\chi}{P - R1} \right) \chi(2kT - \Delta)$$

Величины  $G1$  и  $G2$  в пороговой и выпепороговой областях вычисляются в Б24 и Б26 по формулам (1) и (2). Различия в результатах вычисления достигаются за счет того, что  $N$  и  $\xi$ , входящие в эти выражения в допороговой, пороговой и выпепороговой областях определяются из различных соотношений.

Б27 — приращение переменной цикла по температуре.

Б28 — проверка переменной цикла по температуре на переполнение, если оно не достигнуто, то цикл повторяется заново с Б20.

Б29, Б30, Б31, Б32, Б33, — вывод рассчитанных значений двумя потоками;

- первый поток — в текстовом, табличном виде для лучшего восприятия и вывод на печать;

- второй поток — в цифровом виде сохраняется в файлах на диске для представления в виде графиков с помощью графического пакета GRAFER, обращение к которому отражено в Б34.

Б35, Б36, Б37, Б38 — вывод рассчитанных значений в виде графиков и сохранение данного графического представления в файлах на диске.

Б39 — приращение внешнего цикла по скорости накачки на переменную цикла.

Б40 — проверка переменной цикла по скорости накачки на переполнение, если оно достигнуто, цикл повторяется с Б19.

После завершения цикла по скорости накачки Б41 завершает выполнение программы.

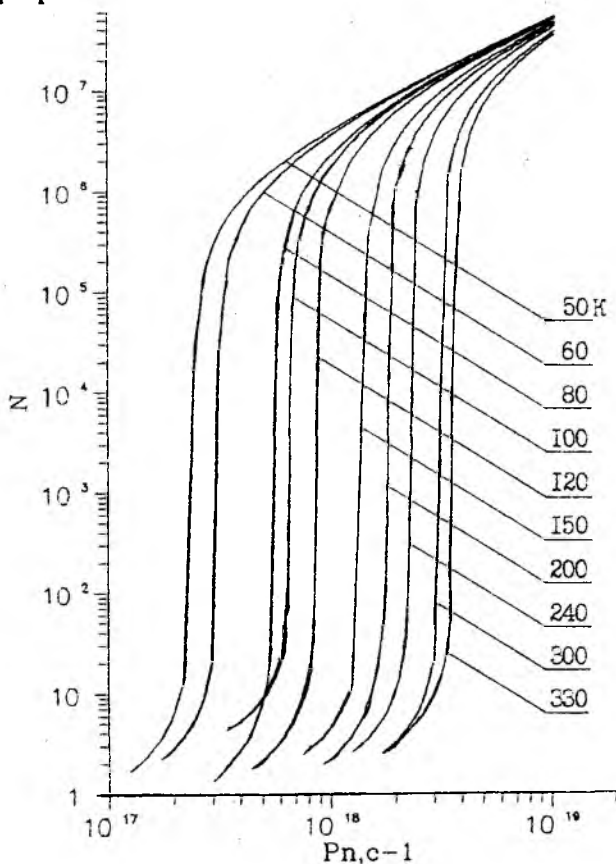


Рис. 2

По предложенному алгоритму была разработана программа расчета зависимости положения квазиуровня Ферми ( $k_{si}$ ) и концентрации фотонов  $N$  от скорости накачки  $P_n$ , на языке FORTRAN версии 5.1.

На рис.2 и 3 представлены графики рассчитанных зависимостей, полученные с помощью графического пакета GRAFER. Эти зависимости отражают реальные физические процессы, протекающие в полупроводниковом инжекционном лазере на различных стадиях инжекции. Увеличение концентрации фотонов до порога, резкий скачок на пороге и монотонное насыщение выше порога.

Как показано на рис.3, на пороге не наблюдается резкий переход от допороговых, быстро возрастающих значений  $\xi$  (*ksi*) к послепороговым насыщенным значениям. Для некоторых температур, например, 50—120 и 300—330 К, в пороговой области наблюдается переход пикового характера, а при температурах 120—300 К — плавный переход.

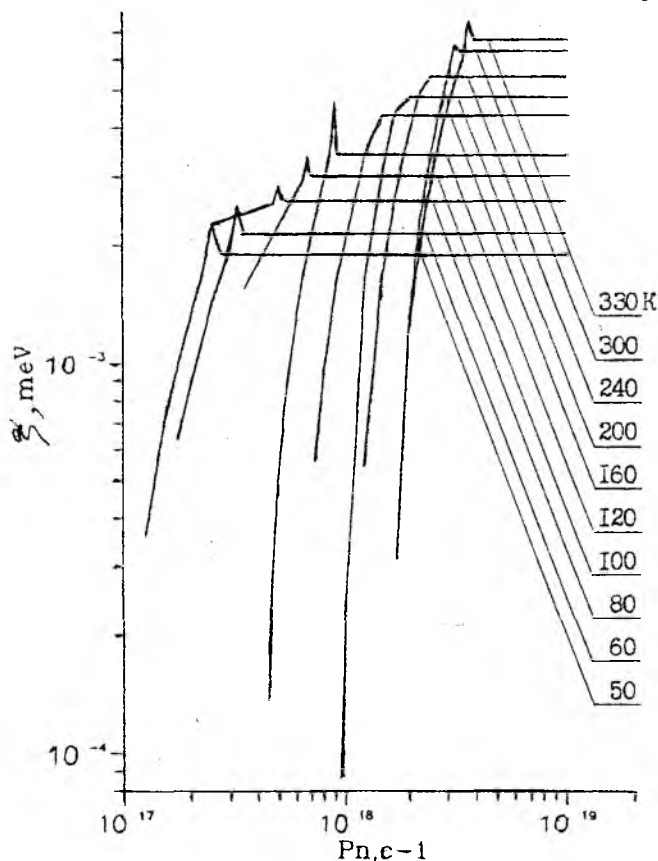


Рис. 3

Подобный характер зависимости  $\xi(ksi) = f(P_n)$  в пороговой области был предсказан в работе [1].

Диапазон изменения скорости накачки от  $10^{17}$  до  $10^{19}$  с<sup>-1</sup> был выбран не случайно, т.к. именно при такой скорости накачки достигается инверсия населенности в кристаллах GaAs, необходимая для поддержания генерации.

Изменение скорости накачки в указанных пределах присуще любому способу создания инверсной населенности в полупроводниковых лазерах и выполняется для любых конструкций и внутренних структур самого лазерного диода. Поэтому полученные решения можно распространить на инжекционные лазеры на основе квантоворазмерных структур (КРС).

При переходе от обычных гетероструктур к гетеропереходам с квантовым ограничением — квантоворазмерным структурам аналитические выражения для плотности фотонов и положения квазиуровня Ферми нуждаются в уточнении.

Общность полученных решений обусловлена тем, что как в классических, так и в квантовомеханических скоростных уравнениях сохраняется связь между количеством инжектированных носителей и излучаемых в лазерную моду фотонов в единицу времени, баланс которых и подводят скоростные уравнения в любом представлении. При этом характер данной зависимости не меняется с изменением механизмов создания инверсной населенности, способов электронного и оптического ограничения, условий распространения генерируемого излучения в полупроводнике, будут лишь изменяться коэффициенты и множители в слагаемых уравнений, учитывающие влияние того или иного физического процесса на механизм генерации, условия распространения и т.д.

В этом смысле, величины, входящие в выражения для определения количества фотонов и положения квазиуровня Ферми, в плане описания процессов в КРС изменяются следующим образом:

- в связи с тем, что КРС уровни энергии электронов имеют не непрерывный, а дискретный спектр значений и переходы разрешены лишь для уровней энергии с одинаковой четностью, а не со дна зоны проводимости, функция плотности состояний для зон существенно изменяется. Согласно теории КРС она станет не параболической, а ступенчатой;

- наряду с изменениями плотности состояний изменяются также и матричные элементы перехода и усиления, которые зависят от нее.

- возникает необходимость переопределения величин R1 и R2 — коэффициентов разложения функции скорости рекомбинации в ряд Тейлора с учетом принятых изменений;

- резко уменьшается объем активной области, т.к. в случае КРС он будет включать в себя только объем квантовых ям, а не всей гетероструктуры.

Определение положения квазиуровня Ферми становится для КРС вопросом еще более актуальным, чем для объемных гетероструктур, поскольку из всех возможных разрешенных состояний для электрона в зоне проводимости, полученных в результате решения уравнения Шредингера, реально занятыми окажутся только те, которые по значению своей энергии окажутся ниже энергии квазиуровня Ферми.

Следовательно, последующую оценку этих уровней на предмет их устойчивости и возможности создания на них инверсной населенности необходимо проводить не только по правилам отбора, но и по вероятности нахождения на них электронов, задаваемой положением квазиуровня Ферми.

В КРС возникает также необходимость более точного определения эффективных масс носителей с учетом распада валентной зоны на подзоны легких и тяжелых дырок как в области квантовых ям, так и в области ограничивающих и разделяющих барьеров, так как от их отношения будут зависеть уровни энергии частиц в квантовых ямах, а значит и времена жизни частиц и частоты переходов.

**Список литературы:** 1. *Haug H., Phys. Rev., 184,338, 1969. № 15 Уж 96.* 2. *Васицын В.М., Пащенко А.Г. Разработка математических моделей для расчета и проектирования инжекционных лазеров. Часть I. Расчет коэффициента усиления и порогового тока. Дел. в ГНТБ Украины.*

*Поступила в редколлегию 05.12.95*

УДК 621.373.826

*А.Г. ПАЩЕНКО*

## **РАСЧЕТ ПОЛОЖЕНИЯ КВАЗИУРОВНЯ ФЕРМИ И КОЛИЧЕСТВА ФОТОНОВ В СИЛЬНО ЛЕГИРОВАННОМ АРСЕНИДЕ ГАЛЛИЯ**

---

В полупроводниковых инжекционных лазерах на основе гомо-, гетеро- и квантоворазмерных структур для создания активной области наряду с чистыми используются сильно легированные полупроводниковые материалы, с ярко выраженными донорными или акцепторными уровнями.

Как известно, атомы элементов второй группы (Zn, Cd, Hg), а также Cu, Ag, Au, Na, Ca замещают галлий в кристаллической решетке и создают дырки в валентной зоне, поскольку они имеют меньше валентных электронов, чем галлий, следовательно, они являются акцепторами, сообщающими кристаллу проводимость р-типа. Наиболее эффективными акцепторами в арсениде галлия являются цинк и кадмий. На практике чаще всего используют цинк ввиду его большей предельной растворимости (примерно  $10^{20}\text{см}^{-3}$ ), а также значительного коэффициента диффузии. Акцепторный уровень цинка расположен в запрещенной зоне на 0,08 эВ выше максимума валентной зоны.

Наиболее эффективными донорами являются селен и Те, растворимость которых велика (коэффициент распределения при кристаллизации для Se равен 0,5, для Те — 0,3, тогда как для Zn он равен 0,1). Атомы этих элементов замещают мышьяк. Энергетический уровень, который они создают при концентрации примеси более  $5 \cdot 10^{17}\text{см}^{-3}$ , сливается с зоной проводимости.

Атомы элементов IV группы являются амфотерными примесями, т.е. могут быть либо донорами либо акцепторами. При малых концентрациях они занимают места только в одной из подрешеток (либо галлия, либо мышьяка), но с увеличением концентрации начинают занимать места и в подрешетке другого элемента. Например, кремний при малых концентрациях занимает места галлия и является донором, а в сильно легированном материале занимает и места мышьяка, образуя донорно-акцепторные пары [1].

Из теории лазеров известно, что генерация лазерного излучения в системе энергетических уровней возможна лишь при создании инверсной населенности на более высоком из них. Помимо этого, в случае полупроводника необходимо достаточно большое количество вакансий, которые могли бы занять частицы после рекомбинации. При инжекционном механизме накачки электроны попадают в область полупроводника, где они являются неосновными носителями и далее излучательно рекомбинируют с дырками. Следовательно, для осуществления излучательной рекомбинации как можно большей интенсивности, для преодоления потерь на поглощение необходимо, чтобы полупроводник с р-типом проводимости был сильно вырожден, т.е. сильно легирован акцепторной примесью. В случае GaAs наиболее широко применимой акцепторной примесью является цинк. Помимо этого, повышение концентрации носителей в области рекомбинации приведет к увеличению коэффициента преломления и, следовательно, к улучшению условий канализации оптического излучения в той области полупроводника, где оно, по сути, возникает. Поэтому при разработке источников лазерного

излучения на основе полупроводников с р-п-переходами представляют интерес не только чистые материалы, где преобладают зона-зонные излучательные переходы, но и материалы сильно легированные, где преобладают зона-примесные или примесь-зонные переходы (для полупроводников, легированных акцепторами и донорами соответственно). Но независимо от механизма излучательной рекомбинации энергии переходов как и в чистом полупроводнике будут лежать в пределах  $h\nu = E_c - E_v$  для межзонных переходов и  $h\nu = F_n - F_p$  — для переходов с участием примеси, где  $F_n$  и  $F_p$  — уровни Ферми для электронов и дырок соответственно, которые в случае сильно легированного полупроводника будут определяться концентрацией введенной примеси, а не только условиями нарушения термодинамического равновесия, как в случае чистого полупроводника. Соответствующее изменение будет претерпевать и количество излучаемых фотонов, поскольку пороговая скорость накачки зависит от количества введенной примеси.

Цель данной работы — расчет положения квазиуровня Ферми  $\xi$  и количества фотонов  $N$  в сильно легированном GaAs.

Для расчета использованы выражения, полученные при решении стационарных квантовомеханических скоростных уравнений [2]: на пороге генерации

$$\xi_{th} = E_0 \left[ 1 + \ln(2\chi kT / BE_0) \right] \quad (1)$$

$$N = \frac{1}{8\chi} \cdot 2(\chi + R_1 - P) + [4(\chi + R_1 - P)^2 + 16(P - R_1 + (R_2 / kT)(\xi_{th} + \Delta - 2kT))]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

выше порога генерации

$$\xi = \xi_{th} - \left[ \chi / (P - R_1) \right] (2kT - \Delta), \quad (3)$$

$$N = (P - R_1) / 2\chi, \quad (4)$$

ниже порога генерации

$$\xi = \xi_{th} - (kT / R_2)(R_1 - P), \quad (5)$$

$$N = [R_2 / (R_1 - P)] (\xi_{kt} - \Delta + 2kT) / kT - 1. \quad (6)$$

Схема алгоритма программы расчета положения квазиуровня Ферми и количества фотонов в зависимости от скорости накачки и температуры приведена на рис. 1.

Назначение блоков следующее

A1 — ввод в программу исходных данных:

### 1. Физических постоянных

$h = 6,576 \cdot 10^{-16}$  эВ/с — постоянная Планка;

$k = 8,621 \cdot 10^{-5}$  эВ/к — постоянная Больцмана;

$c = 2,9979 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме;

$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг — масса свободного электрона.

2. Параметры полупроводникового материала активной области в данном случае

$E_g = 1,437$  эВ — ширина запрещенной зоны;

$\sigma = 0,33$  — величина спин-орбитального расщепления;

$\eta = 3,5$  — коэффициент преломления рабочего вещества;

$\chi = 1 \cdot 10^{11}$  — коэффициент оптических потерь в материале;

$V = 12 \cdot 10^{-8}$  — объем активной области;

$T = 60-320$  — диапазон рабочих температур;

$P = 10^{17}-10^{19}$  — диапазон изменения скорости накачки;

$\lambda = 0,78 \cdot 10^{-6}$  — рабочая длина волны.

### 3. Математические константы, необходимые при расчете

$\pi = 3,14152$ ;  $S = 2/3$ ;  $S1 = 3/2$ .

A3 — создание цикла по  $j, j = 1$ .

A4 — расчет множителя  $kT/E_0$ .

A5 — расчет суммы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{-2n}}{x - n},$$

первому слагаемому присваивается значение "ноль".

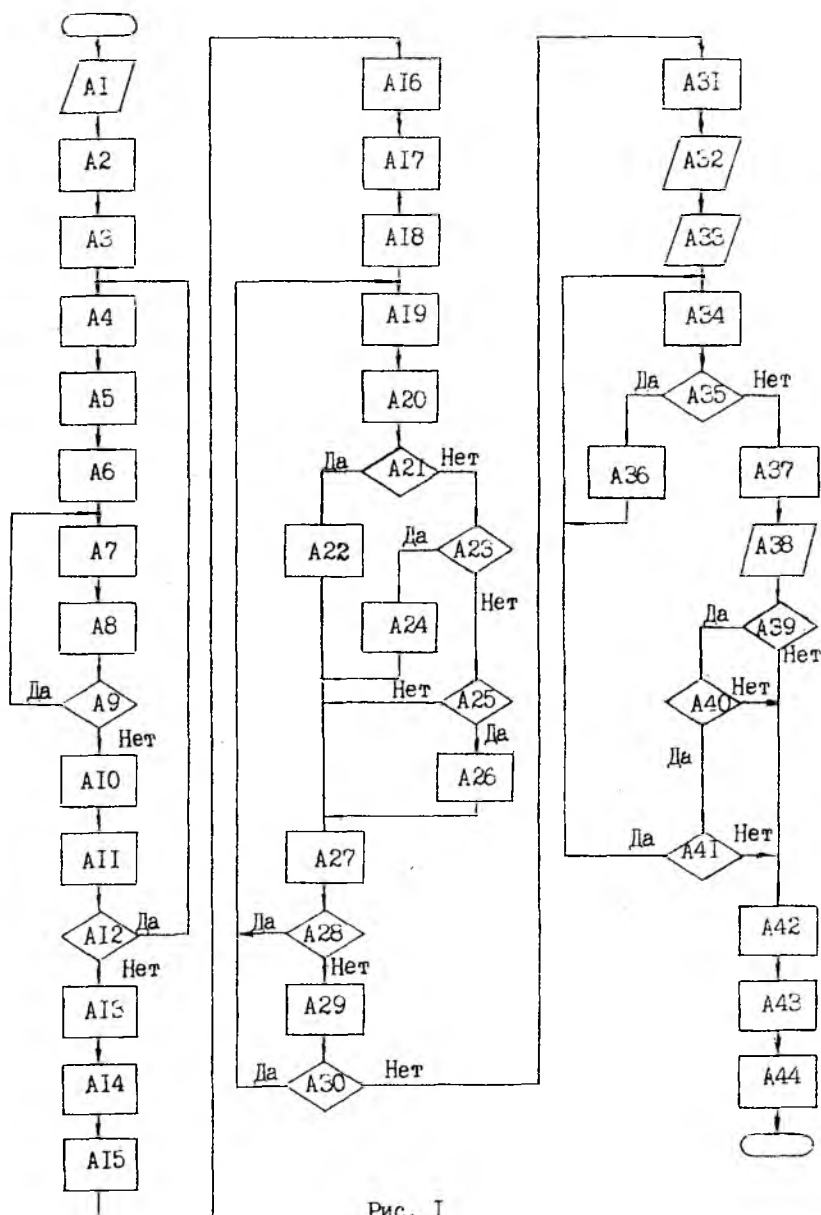


Рис. I

A6 — создание цикла по  $n$ ,  $n_1 = 1$ . Максимальное значение  $n = 4$ , т.к. при  $n > 4$  сумма стремится к нулю.

A7, A8, A9 — вычисление суммы при  $n = 1$ ; приращение шага по  $n = n + 1$ ; при  $n \leq 4$  цикл закрывается.

A10 — расчет коэффициентов  $I_1, I_2$  по формулам

$$I_1 = E_0 I_1^{\text{th}/E_0} \left( \frac{\pi \chi}{\sin \pi \chi} - XI_1^{2\chi} \sum_{n=1} \frac{(-1)^n \ell^{-2n}}{x - n} \right),$$

$$I_2 = XI_1 - \frac{x E_0 \ell^{2x + E_{\text{th}}/E_0}}{1 + \ell^2}.$$

A11, A12, A13 — приращение цикла по  $j$ ,  $j = j + 1$ ; проверка переменной цикла  $j$  на переполнение,  $j \leq 3$ , если оно достигнуто, цикл повторяется с A4; вывод результатов расчета  $I_1, I_2$  на печать.

A14 — расчет величин, необходимых для нахождения решений уравнений (1) — (6):

1) определение круговой частоты

$$\Omega = c/2\pi\lambda,$$

2) определение кратности вырождения энергетических уровней

$$|g|^2 = \frac{\pi e^2}{6 V_{\eta}^2 m_c} \cdot \frac{(E_g/h\Omega)(E_0 - \sigma)}{E_g - 2\sigma/3},$$

3) расчет  $|\hbar|^2$

$$|\hbar|^2 = (64\pi a^3/V)|g|^2,$$

4) расчет  $B$  по формуле

$$B = \pi \hbar z \rho_0 |\hbar|^2 / 2,$$

5) расчет энергии фотона для данной температуры

$$\Delta = E_0 \ln(2\chi kT/BE_0),$$

6) расчет феноменологического множителя  $\rho_L$

$$\rho_L = VE_g^2 h^3 / 2\pi\lambda^3,$$

7) расчет коэффициента разложения спонтанной релаксации

$$R_1 = 2B\rho_L I_1, \quad R_2 = 2B\rho_L I_2.$$

A15 — блок вывода на печать значений  $B$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ .

A16 — вывод численных значений скорости накачки  $P$ :  $P_1 = 5 \cdot 10^{17}$ ,  
 $P_2 = 2,5 \cdot 10^{18}$ ,  $P_3 = 10 \cdot 10^{18}$ .

A17 — открывается внешний цикл по температуре:  $i = 1$ .

A18 — открывается внешний цикл по энергии  $E_0$ :  $j = 1$ .

A19 — значения  $\xi$  и  $N$  приравниваются нулю.

A20 — расчет отношений  $\vartheta = P/R_1$ .

A21, A23, A25 — проверка принадлежности накачки для данной температуры к допороговой, пороговой и вышепороговой области по отношению  $P/R_1$ .

A22 — в случае, если  $0,5 \leq P/R_1 \leq 0,98$ , выполняется расчет положения квазиуровня Ферми и концентрации фотонов по формулам (1) и (2) в блоке A1.

A24 — в случае, если  $0,98 \leq P/R_1 \leq 1,04$ , то расчет выполняется по формулам (3) и (4) в блоке A14.

A26 — если  $1,04 < P/R_1$ , то расчет выполняется по формулам (5) и (6).

A27, A28 — выполняется приращение цикла  $j$ ,  $j + 1$ ; проверка переменной цикла по энергии  $E_0(j)$  на переполнение, если оно не достигнуто  $j \leq 3$ , то цикл повторяется.

A29, A30 — выполняется приращение внешнего цикла по температуре  $i = i+1$ ; проверка переменной цикла по температуре на переполнение  $i \leq 3$ .

A31 — блок вывода на печать результатов расчета положения квазиуровня Ферми и концентрации фотонов в околопороговой и пороговой областях.

A32 — блок вывода значений, полученных в результате расчета (по программе нахождения квазиуровня Ферми или концентрации фотонов), в программу построения графиков зависимости  $\xi$  и  $N$  от скорости накачки и температуры.

A33 — блок ввода постоянных и вещественных переменных, необходимых для создания программы построения графиков.

A34 — блок реализации построений графиков с помощью специальных операторов графических построений.

A35 — блок логической проверки построения графиков, если результаты работы программы неудовлетворительны, то на экран поступает сообщение о неправильности ввода значений.

A36 — печать сообщения “ошибка в графиках”.

A37 — блок, задающий код штриховки графиков.

A38 — блок ввода значений для получения графиков в цветном режиме.

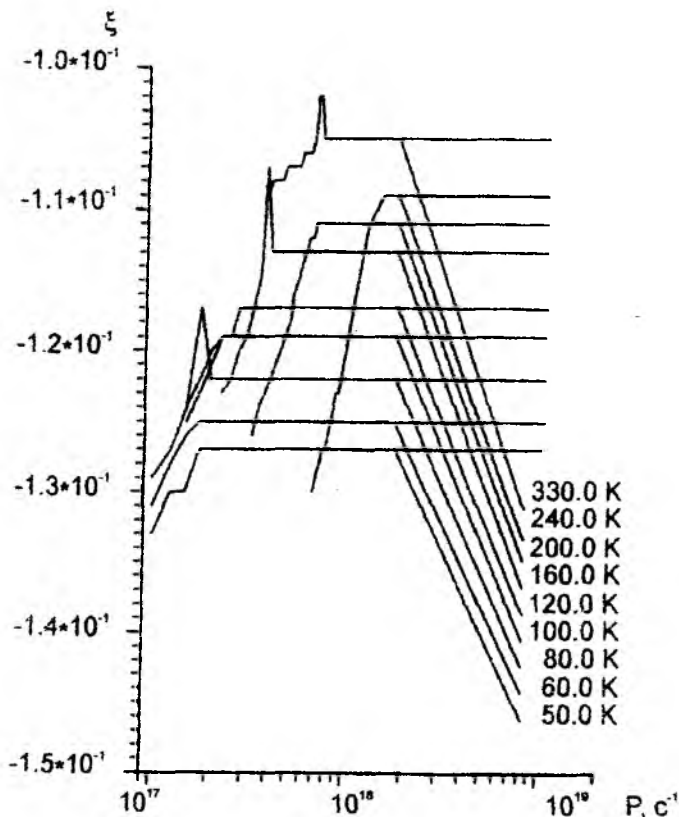


Рис. 2

A39 — блок проверки счетчика на переполнение, если  $x = 1$ , то первый график рисуется красным цветом, если нет, то программа переходит к блоку A40.

A40, A41 — блок построения второго графика зеленым цветом, если нет, то переход к блоку A41; блок построения графика синим цветом, если нет, то программа возвращается к началу.

A42 — блок сохранения полученных результатов в файле.

A43 — блок вывода на печать графиков.

Результаты расчетов количества фотонов  $N$  и положения квазиуровня Ферми  $\xi$  в зависимости от скорости накачки  $P$  и температуры  $T$  представлены на рис. 2 и 3 соответственно. Можно сделать вывод, что с ростом температуры количество фотонов возрастает приблизительно на порядок с увеличением температуры на 100 К.

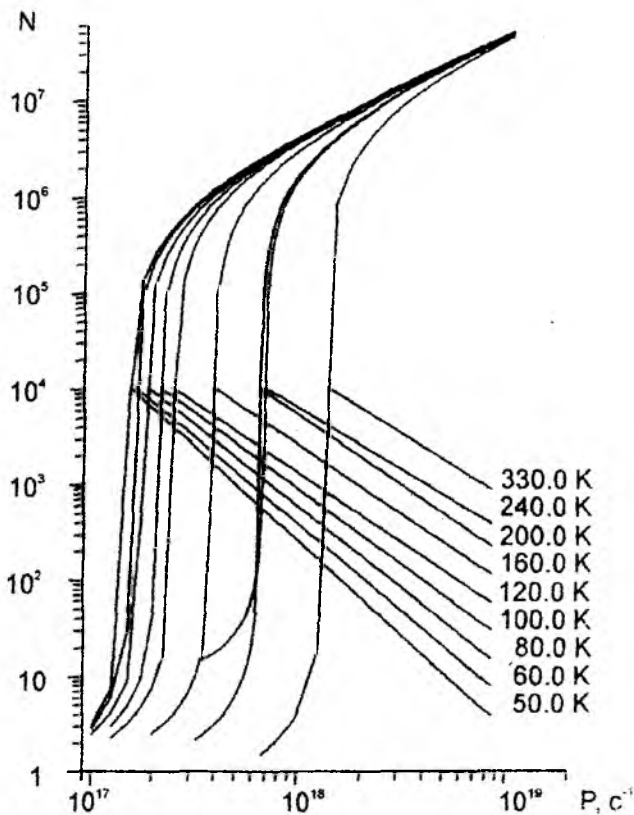


Рис. 3

Значительный рост количества фотонов наблюдается в области выше порога.

До порога возрастание количества фотонов не столь значительно.

Это связано с тем, что в сильно легированном полупроводнике в режиме суперлюминисценции возникает сильная конкуренция между носителями при зона-зонных переходах, благодаря чему преобладают бе-

ызлучательные переходы на глубокий акцепторный уровень. В пороговой области наблюдается скачок количества фотонов на 4-5 порядков. Этот скачок обусловлен накоплением носителей на глубоком акцепторном уровне и приводит к созданию инверсной населенности при дальнейшем увеличении скорости накачки.

Медленное возрастание положения квазиуровня Ферми с увеличением скорости накачки в допороговой области обусловлено прежде всего тем, что полупроводник сильно легирован и большое количество примесных дырок задает высокое положение квазиуровня Ферми. Переход от режима суперлюминисценции к генерации вследствие небольшого превышения количества неосновных носителей оказывает на положение квазиуровня Ферми значительное влияние. По этой причине пороговая область на рис.3 выражена не резко.

Полученные результаты могут быть использованы при расчете порогового тока и коэффициента усиления, а разработанный алгоритм и программа включены в библиотеку программ расчета полупроводниковых инжекционных лазеров.

Список литературы: 1. Рабцев Н.Г. Материалы квантовой электроники. М.: Сов. радио. 1972. 384 с. 2. Вацман В.М., Пащенко А.Г. Численное решение стационарных квантовомеханических скоростных уравнений для полупроводниковых инжекционных лазеров в приближении эффективной массы // Радиотехника. 1997. № 101. С. 82-90.

*Поступила в редакцию 17.04.96*

УДК 621.373.826

*И. А. СУХОИВАНОВ*, канд. техн. наук

### **ТРЕХУРОВНЕВАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ С РАЗДЕЛЬНОЙ ОБЛАСТЬЮ ОГРАНИЧЕНИЯ**

---

Для оптической связи в настоящее время применяют в качестве источников света прямомодулированные по интенсивности полупроводниковые лазеры. Центральное место в создании систем оптической связи занимает вопрос о том, как быстро может изменяться интенсивность света при его излучении в лазерном диоде. Квантово-размерная (КР) технология с использованием многочисленных слоев толщиной, сравнимой с длиной волны де Бройля, позволяет изготовить лазеры с чрезвычайно широкой полосой модуляции, достигающей

в малосигнальной области полосы порядка 40 ГГц.

Для разработки полупроводниковых квантоворазмерных лазеров со все более увеличивающейся полосой модуляции необходимо создание более точной динамической модели КР лазера, которая бы адекватно отражала действительное поведение лазера, особенно при режиме большого сигнала, т.е. скачкообразного изменения тока накачки.

### **Формирование динамической модели КР лазера**

Анализ современного состояния теоретических исследований КР лазеров показывает, что пока не существует приемлемой модели, которая бы с достаточной точностью описывала сложные динамические процессы в них, давала бы результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными, и имела бы приемлемый набор параметров. Численные модели, предназначенные для возможно более точного описания физических процессов [1] очень сложны для практического применения, требуют больших вычислительных мощностей. Их применение тем более усложнено, что они требуют использования параметров, полученных из экспериментов. Более простые модели, состоящие из трех [2] или четырех [3,4] скоростных уравнений, имеют либо слишком упрощенный характер, либо содержат ряд искусственно введенных параметров, физическое содержание и количественная оценка которых не поддаются определению. Тем не менее, несмотря на сложность интерпретации некоторых феноменологических параметров, в большинстве случаев используют трехуровневую модель для описания работы КР лазера.

Области активной зоны КР лазеров, где носители заряда (волновой вектор) имеют три степени свободы, называют трехмерными (3D), а носители - 3D носителями. Для КР области используется понятие соответственно 2D области и 2D носителей. Теория амбиполярного переноса [2] с двухуровневой энергетической схемой использует для связи обоих уровней понятие местного захвата. Однако предположение об амбиполярном переносе и неизменности числа носителей вдоль области ограничения приводит к чрезмерному упрощению и искажению реальной физической картины.

С целью уточнения модели было высказано предположение [3] о наличии промежуточного энергетического состояния (уровня) (состояние - gateway) в области квантового слоя, но энергетически соответствующего 3D состояниям области ограничения. В трехурвневой модели 3D носители разделяются на две части: одна описывается транспортными механизмами в области ограничения  $N_K$ , другая, непосредственно взаимодействует с КР слоем  $N_F$ . Следует отметить, что точное физическое содержание промежуточного 3D состояния КР слоя до сих пор

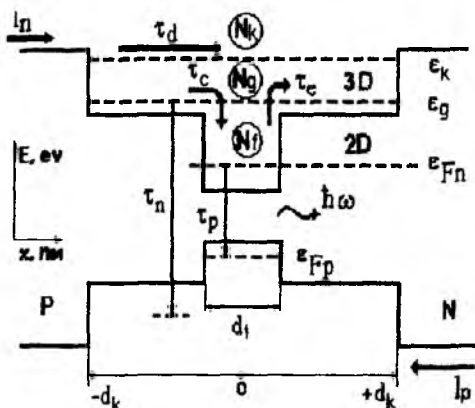


Рис. 1

неясно.

Рассмотрим процессы переноса и рекомбинации носителей при их переходе между слоями в КР структуре, которые описываются соответствующими временными постоянными. От того, насколько полно учитываются процессы переноса в динамической модели; зависит ее адекватность реальным характеристикам КР лазера. На рис. 1 показана энергетическая диаграмма квантоворазмерной пятислойной гетероструктуры с отдельным ограничением активной зоны (SCH область) шириной  $d_K$  с одним узким квантовым слоем шириной  $d_F$ , толщиной активной области  $b$  и длиной  $L$ ;  $\epsilon_{Fn}$  ( $\epsilon_{Fp}$ ) - квазиуровни Ферми, электронов и дырок. Типичные данные [5] для структуры  $(Ga_{1-x}Al_x)As$ , генерирующей на длине волны  $\lambda = 0,85$  мкм, следующие:  $d_K = 100$  нм;  $d_F = 7$  нм;  $b = 3$  мкм;  $L = 200$  мкм. Пороговое значение плотности носителей  $n_{K0} = 2,5 \times 10^{16}$  см<sup>-3</sup>,  $p_{F0} = 4,4 \times 10^{18}$  см<sup>-3</sup>. Следовательно, среднее расстояние между носителями на пороге  $\delta = \sqrt[3]{n}$  составляет в области ограничения  $\delta_K = 34$  нм, в квантоворазмерном слое  $\delta_F = 6$  нм.

Носители заряда поступают через контактные области в активную зону ( $N_K$ ), где распространяются за счет диффузии и дрейфа. Количественная оценка, выполненная исходя из представления об амбиполяр-

ной диффузии [2] для выбранной нами структуры, дает  $\tau_d = 5,5$  пс. Из-за высокой степени легирования контактных областей, по сравнению с активной зоной, механизм дрейфа имеет много большую величину временной постоянной, чем процесс диффузии ( $\tau_{df} \approx \infty$ ). Поэтому в динамической модели учитывается только диффузия носителей в SCH области  $\tau_d$ .

Локальное время захвата  $\tau_c$  (*cap* - захват, англ) является функцией концентрации носителей и зависит от энергетической структуры и материала [6]. Для выбранных нами параметров лазерной структуры  $\tau_c = 1$  пс. Обратный процесс характеризуют постоянной времени  $\tau_e$  (*esc* - выход, англ.). Обычно принимают  $\tau_e = 5,6$  пс, хотя строгой оценки этого параметра до сих пор нет. На каждом из уровней существует также спонтанная рекомбинация носителей с постоянной времени  $\tau_n$ , зависящей от концентрации

$$\tau_n^{-1} = A + Bn + Cn^2, \quad (1)$$

где  $A$  - коэффициент безызлучательной рекомбинации, принимается равным его значению в объемном материале,  $A = 2$  нс<sup>-1</sup>;  $B$  - коэффициент бимолекулярной зона-зонной рекомбинации,  $B = 7 \times 10^{-10}$  см<sup>3</sup>/с;  $C$  - коэффициент Оже рекомбинации. В структуре (GaAs)As Оже рекомбинация отсутствует ( $C = 0$ ), а в (InGa)(AsP)  $C = 4 \times 10^{-29}$  см<sup>6</sup>/с. Подстановка значений в (6) дает при пороговой концентрации  $n_K = 4,4 \times 10^{18}$  см<sup>-3</sup> и позволяет считать  $\tau_n^{-1} \cong A^{-1} = 0,5$  нс.

Основной проблемой при формулировании динамической модели КРС лазера является необходимость установить правильные соотношения между уровнями и временными постоянными. Существует несколько путей решения этой проблемы. Чаще всего в формулируемой модели учитывается максимальное число механизмов посредством только двух параметров - числа носителей заряда и соответствующего времени жизни [7]. Недостатком этого способа является использование большого числа феноменологических параметров, например  $\tau_p$ ,  $\tau_e$ . Более строгим является метод, применяемый в [1,4], где учитывается не только пропорциональность числа носителей и объемов соответствующих областей, но вводится дополнительный коэффициент, определяемый соотношением числа носителей в состоянии 2D и 3D КР зоны.

Таким образом, трехуровневая схема лазерного процесса выражается с учетом вклада спонтанной рекомбинации следующей системой урав-

нений для пространственно усредненных значений числа носителей  $N_K$ ,  $N_g$ ,  $N_F$ , а также числа фотонов  $N_P$ :

$$\frac{dN_K}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N_K - N_g/\eta_K}{\tau_d} - \frac{N_K}{\tau_n}, \quad (2)$$

$$\frac{dN_g}{dt} = \frac{N_K - N_g/\eta_K}{\tau_d} - \frac{N_g}{\tau_n} - \frac{N_g - N_F/\eta_F}{\tau_c}, \quad (3)$$

$$\frac{dN_F}{dt} = \frac{N_g - N_F/\eta_F}{\tau_c} - \frac{N_F}{\tau_n} - g(n_K, N_P) \frac{N_P}{1 + \varepsilon N_P}, \quad (4)$$

$$\frac{dN_P}{dt} = \Gamma g(n_K, N_P) \frac{N_P}{1 + \varepsilon N_P} + K_e \Gamma \frac{N_F}{\tau_n} - \frac{N_P}{\tau_P}. \quad (5)$$

Уравнения (2) - (5) содержат два упомянутых выше "весовых" параметра. Первый параметр  $\eta_K$  зависит от геометрических размеров КР лазера, но в отличие от объемно-пропорционального множителя  $\delta$  принимает в расчет изменение концентраций носителей вдоль области ограни-

чения  $\eta_K \sim \frac{N_g d_F}{N_K d_K}$ . Уровни  $N_K$  и  $N_g$  взаимодействуют со

скоростью  $(N_K - N_g/\eta_K)/\tau_d$ .  $\eta_F$  есть отношение между числом 2D носителей КР слоя и числом 3D носителей непосредственно над КР слоем. Взаимодействие уровней  $N_F$  и  $N_g$  происходит со скоростью  $(N_g - N_F/\eta_F)/\tau_c$  через процессы локального захвата и термического выброса (при этом  $\eta_F = N_F/N_g$ ). В уравнениях (2) - (5) оптическое усиление  $g(n_K, N_P) = g(n_K)(1 + \varepsilon \Gamma N_P/V)^{-1}$ ,  $\Gamma$  - коэффициент ограничения оптической моды в активном слое,  $K_e$  - доля спонтанного излучения в оптической моде,  $I$  - инжекционный ток,  $e$  - элементарный заряд,

Параметры  $\eta_F$ ,  $\eta_K$  позволяют отказаться от понятий время жизни термического выброса из КР слоя ( $\tau_e$ ) и время жизни уровня захвата ( $\tau_g$ ), что улучшает физическую интерпретацию динамической модели. Однако определение численных значений  $\eta_F$  и  $\eta_K$  требует решения точной расширенной системы уравнений [1], и в зависимости от структуры эти параметры существенно изменяются. Для лазера на структуре

InGaAs/InGaAsP с параметрами  $d_K = 100$  нм;  $d_F = 8$  нм величина  $\eta_F$  для электронов лежит в области от 2 до 3.

### Численные результаты

Численное решение системы уравнений (2) - (5) позволяет получить характеристики КР лазера как при малосигнальной модуляции (аналоговый сигнал), так и при модуляции большим сигналом (ступенька тока, последовательность импульсов). Результаты численного расчета системы уравнений (2) - (5) методом Рунге-Кутты 4-го порядка [9]

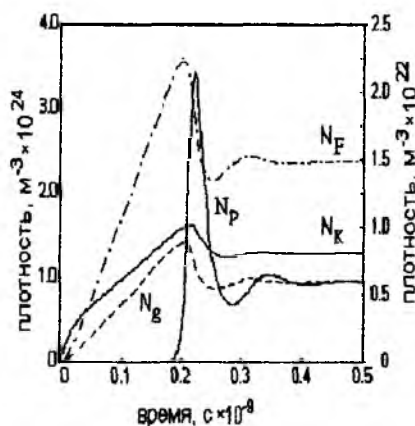


Рис. 2

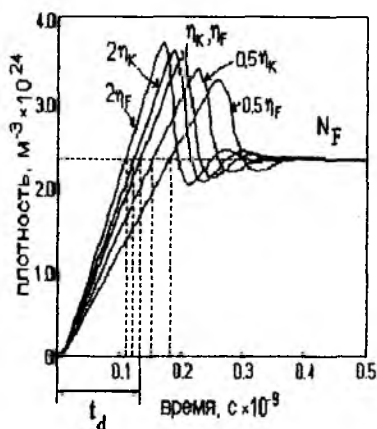


Рис. 3

представлены на рис. 2. Здесь показан отклик отдельно для каждого из состояний модели лазера  $N_K$ ,  $N_B$ ,  $N_F$ , и оптической плотности  $N_P$  на ступеньку тока 50 мА. Параметры КР лазера приняты при расчете следующие:  $g_0 = 2,5 \times 10^{-12}$  м<sup>3</sup>/с;  $\Gamma = 0,06$ ;  $K_e = 3 \times 10^{-4}$ ;  $\epsilon = 1,2 \times 10^{-23}$  м<sup>3</sup>;  $\tau_p = 3$  пс;  $\tau_n = 3$  пс;  $\tau_d = 15$  пс;  $\tau_K = 1$  пс. Параметры  $\eta_K$  и  $\eta_F$  соответственно 1,225 и 2,57 [1].

Следует обратить внимание на динамику перераспределения носителей между уровнями (областями структуры) и влияние 3D состояния КР слоя на динамическое поведение лазерного диода. Если вначале (в пределах периода времени  $t \leq 0,2$  нс) основная часть носителей была сосредоточена в области ограничения, а 2D область КР слоя имела наименьшее число носителей, то через промежуток времени  $t \approx 50$  пс

большая часть носителей была сосредоточена в КР слое. В то же время задержка оптического отклика (рис. 2) составила  $t_d = 0,2$  нс.

Начальное время задержки оптического отклика оказалось также сильно связанным с феноменологическими параметрами  $\eta_{к,ф}$ . Влияние параметров  $\eta_{к}$  и  $\eta_{ф}$  показано на рис. 3. Увеличение любого из них приводит к уменьшению времени задержки, и наоборот. Кроме того, реакция  $t_d$  на изменение  $\eta_{ф}$  более существенна по сравнению с реакцией на изменения  $\eta_{к}$ . При двукратном увеличении  $\eta_{ф}$  время задержки изменяется на 40%.

Аналогичное сильное влияние значений параметров  $\eta_{ф}$ ,  $\eta_{к}$  демон-

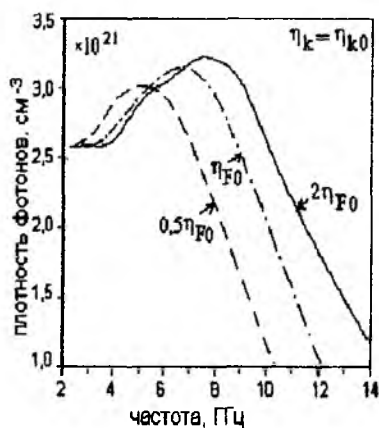


Рис.4

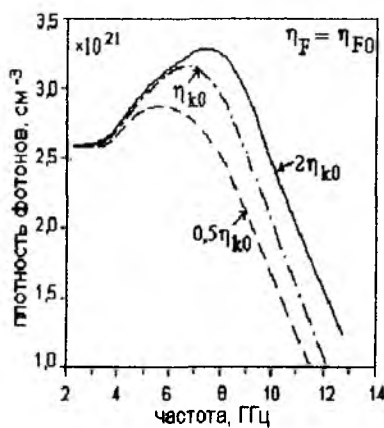


Рис.5

стрируют модуляционные характеристики, показанные на рис. 4, 5. Эти модуляционные характеристики получены для тех же параметров лазерной структуры из уравнений (2) - (6). Причем рост значений как параметра  $\eta_{ф}$ , так и  $\eta_{к}$  приводит к увеличению полосы модуляции, хотя и в разной степени. Увеличение  $\eta_{ф}$  по сравнению с базовым значением  $\eta_{ф0} = 2,57$  дает рост полосы по уровню 3 дБ с 11,7 ГГц до 13,75 ГГц. Аналогично, для  $\eta_{к} = 2\eta_{к0}$ , где  $\eta_{к0} = 1,225$ , частоты составляют  $f_{10} = 11,7$  ГГц и  $f_{12} = 12,3$  ГГц. Влияние  $\eta_{ф}$ , следовательно, более существенное. Снижение значений параметров  $\eta_{ф}$ ,  $\eta_{к}$  также уменьшает полосу соответственно до 10,2 ГГц при  $\eta_{ф} = 0,5\eta_{ф0}$  и до 11,1 ГГц при  $\eta_{к} = 0,5\eta_{к0}$ . Для области изменений параметра  $\eta_{ф}$ , указанной выше,

изменение полосы составляет  $\Delta f = 1,2$  ГГц. В силу того, что параметры  $\eta_F$  и  $\eta_K$  зависят от структуры слоев и не могут быть измерены, их применение для расчета имеет ограничения, связанные со структурой.

Следовательно, модель в виде системы уравнений (2)-(5) требует дальнейшего совершенствования и поиска новых форм описания параметров в скоростных уравнениях.

**Заключение.** Численные исследования динамики импульсного отклика и модуляционных характеристик показали, что использование весовых коэффициентов для описания носителей заряда области ограничения непосредственно над КР слоем при частотах выше 5 - 7 ГГц так же проблематично, как и применение феноменологических параметров квази-3D уровня. Для формулировки адекватной модели высокоскоростного КР лазера целесообразно:

а) учесть эффекты переноса носителей заряда, которые зависят от величины тока инжекции. Эти эффекты связаны с действительно измеряемыми параметрами лазерного процесса;

б) уточнить модель насыщения усиления;

в) ввести указанные решения в систему скоростных уравнений.

Решение этих задач выходит за рамки настоящей работы и станет предметом последующих публикаций.

**Список литературы:** 1. *Tessler N., Eisenstein G.* Modelling carrier dynamics and small signal modulation response in quantum-well lasers. *Opt. and Quantum Electron.* 1994. P.767-787 2. *Nagarajan R., Ishikawa M.* High speed quantum-well lasers and carrier transport effects. *IEEE J. Quant. Electron.* 1992. P.1990-2008. 3. *Brum J.A. Bastard G.* Resonant carrier capture by semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. B.* 1986. P.1420-1423. 4. *Tessler N., Nagar R., Eisenstein G.* Structure dependent modulation responses in quantum well lasers. *IEEE J. Quant. Electron.* 1992. P. 2242-2250. 5. *Nagarajan R.* Carrier transport effects in quantum well lasers. *Opt. and Quantum Electron.* 1996. P.666-676. 6. *Tsai C.* Nonlinear gain coefficients in semiconductor quantum well lasers. *IEEE J. Select. Top. in Quant. Electronics* 1995. P.316-330. 7. *McDonald D., O'Dowd R.F.* Comparison of two- and tree level rate equations in the modelling of quantum well lasers. *IEEE J. Quant. Electron.* 1995. P. 1927-1934. 8. *Tessler N., Eisenstein G.* On carrier injection and gain dynamics in quantum well lasers. *IEEE J. of Quant. Electron.* 1993. P. 1586-1595. 9. *Manshura A.N., Sukhoivanov I. A.* Dynamic properties of a quantum well laser. Numerical research of one well modell. *Proc MMTT'96, Lviv, 1996.* P. 256-259.

*Поступила в редакцию 13.01.97*

**ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА ЭФФЕКТА СПЕКТРАЛЬНОГО  
ВЫЖИГАНИЯ ДЫР ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ  
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ**

Предельные значения полосы модуляции полупроводниковых гетеролазеров в значительной степени определяются нелинейными эффектами насыщения усиления, которые присутствуют в виде коэффициента нелинейности в динамической модели, состоящей из системы скоростных уравнений. Для анализа модели усиления и динамических характеристик гетеролазера на основе структуры InGaAsP эффективно применяют формализм матрицы плотности. Представляет интерес применение этого формализма и для анализа эффекта насыщения усиления, особенно если учесть необходимость сравнения нескольких существующих форм представления в скоростных уравнениях нелинейного коэффициента усиления, обусловленного эффектом спектрального выжигания дыр [1].

Эффект спектрального выжигания дыр включают в одномодовые скоростные уравнения путем представления коэффициента усиления в форме  $g = g_L(1 - P/P_S)$  [2] или  $g = g_L / (1 + P/P_S)$  [3], где  $g_L$  - линейный коэффициент усиления,  $P_S$  - мощность насыщения,  $P$  - выходная мощность лазера. Типичное значение  $P_S$  находится в области 0,1 - 1 Вт и зависит от длины волны и материала. Приведенные формы описания коэффициента усиления основаны на теории насыщения усиления в равномерно распределенных двухуровневых системах [1] и правильно описывают модель при значениях  $P < 10$  мВт [4]. Поэтому для больших мощностей модель нелинейного коэффициента усиления должна быть усовершенствована.

Определим, используя приближение матрицы плотности, выражение для нелинейного оптического усиления включая эффекты насыщения [1] и обсудим проблему применения различных форм его представления для моделирования динамических характеристик при высокочастотной модуляции.

В приближении матрицы плотности [1, 4] структура полупроводника состоит из неравномерно распределенной двухуровневой системы. Этот метод рассматривает взаимодействие двухуровневой системы с электро-

магнитным полем в электрическом диполе. В предположении плоской волны электрическое поле  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и вызванная им поляризация  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  связаны параметром восприимчивости  $\chi$ . Если пренебречь влиянием на поляризацию переходов из валентной зоны в зону проводимости, можно воспользоваться упрощенной формулой [4]

$$P(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \left[ \chi E_0 U(\mathbf{r}) \exp(-i\omega_0 t) + \text{с.с.} \right],$$

где  $E_0$  - амплитуда электрического поля,  $U(\mathbf{r})$  - пространственное распределение основной моды, поддерживаемое в лазерном волноводе,  $\epsilon_0$  - вакуумная восприимчивость,  $\omega_0$  - частота перехода при  $k=0$ .

При этом восприимчивость

$$\chi = - \int_a^\infty \frac{1 + \Delta^2}{1 + \Delta^2 + I} \frac{f(\Delta) d\Delta}{\Delta - i}, \quad (1)$$

где  $a = (\omega_K - \omega_0) \tau_{in}$  - нормированный параметр расстройки,  $\omega_K$  - частота  $k$ -перехода,  $\tau_{in}$  - время поляризации,  $I$  - нормированная интенсивность, или средняя интенсивность внутри активной зоны, а  $I_S$  - интенсивность насыщения:

$$I = \frac{|E_0|^2}{I_S}, \quad I_S = \left[ \left( \frac{\mu}{\hbar} \right)^2 \langle |U(\mathbf{r})|^2 \rangle (\tau_C + \tau_V) \tau_{in} \right]^{-1}, \quad (2)$$

где  $\tau_C$ ,  $\tau_V$  - времена внутризонной релаксации для электронов и дырок соответственно,  $\langle |U(\mathbf{r})|^2 \rangle$  - среднее значение уровня поля вдоль активного объема,  $\mu$  - дипольный момент, формируемый между электронами зоны проводимости и тяжелыми дырками валентной зоны [2].

Входящая в (1) функция  $f(\Delta)$  описывает процессы в электрическом диполе:

$$f(\Delta) = \Gamma \mu^2 D (\bar{\rho}_{11} - \bar{\rho}_{22}) / \epsilon_0 \hbar, \quad (3)$$

где  $\bar{\rho}_{11}$ ,  $\bar{\rho}_{22}$  - вероятности нахождения электронов и дырок при температурном равновесии, определяемом как функция распределения Ферми;  $D$  - общая плотность состояний;  $\Gamma$  - фактор ограничения оптической моды.

Оптическое усиление может быть найдено из известного выражения [4]:

$$\chi = 2n(\Delta n - ig / 2k); \quad (4)$$

где  $n$  - коэффициент преломления на границе раздела сред;  $g$  - оптическое усиление;  $\Delta n$  - изменение коэффициента преломления. Разделяя линейную и нелинейную части восприимчивости и проведя некоторые математические вычисления, получим выражения для полного коэффициента оптического усиления, также включающего линейную  $g_L$  и нелинейную  $g_{NL}$  составляющие:  $g = g_L + g_{NL} = \frac{g_L}{\sqrt{1+I}}$ . Введем параметр нелинейности  $\epsilon$ , равный обратной величине плотности насыщения фотонов. Тогда

$$g = \frac{g_L}{\sqrt{1 + \epsilon S}}. \quad (5)$$

Для плотности фотонов, значительно меньших плотности насыщения  $S \ll S_S$ , выражение для оптического коэффициента усиления  $g \sim g_L / (1 + S / 2S_S)^{-1}$ . Как видно, значение плотности увеличилось в 2 раза, следовательно, при том же значении плотности насыщения эффект насыщения будет проявляться при большей плотности фотонов.

Используем модифицированное выражение (5) в системе скоростных уравнений [2] для исследования динамических характеристик типового лазера с двойной гетероструктурой:

$$\dot{N} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_n} - \frac{g_0(N - N_{th})S}{\sqrt{1 + \epsilon S}}, \quad (6)$$

$$\dot{S} = \frac{\Gamma g_0(N - N_{th})S}{\sqrt{1 + \epsilon S}} - \frac{S}{\tau_s} + \frac{\Gamma \beta N}{\tau_n}, \quad (7)$$

где  $\dot{N}$ ,  $\dot{S}$  - изменение плотности электронов  $N$  и фотонов  $S$ ;  $I$  - ток накачки;  $q$  - заряд электрона;  $V$  - объем активной области;  $\tau_n, \tau_s$  - время рекомбинации электронов и фотонов;  $N_{th}$  - пороговая плотность элект-

тронов;  $g_0$  - дифференциальное усиление;  $\beta$  - коэффициент спонтанной рекомбинации.

Параметры, использованные при численном интегрировании [2]:

$$V = 2 \times 10^{-17} \text{ м}^3, \quad \Gamma = 0,34, \quad I = 40 \text{ мА}, \quad N_{\text{th}} = 7 \times 10^{23} \text{ м}^{-3}, \\ \tau_n = 10^{-9} \text{ с}^{-1}, \quad \tau_s = 10^{-13} \text{ с}^{-1}, \quad g_0 = 1,8 \times 10^{-12} \text{ м}^3 / \text{с}, \quad \beta = 3 \times 10^{-4}.$$

Чтобы ответить на вопрос, какая модель предпочтительна, мы получили модуляционные характеристики для различных значений  $\varepsilon$  из области от 0 до  $2 \times 10^{-23} \text{ м}^3$  для  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-1}$ , и от 0 до  $4 \times 10^{-23} \text{ м}^3$  для  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$ . Результаты представлены на рис. 1. Точками обозначена экспериментальная модуляционная характеристика [2]. Пунктирная линия соответствует усилению вида  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$ , сплошная - виду  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-1}$ .

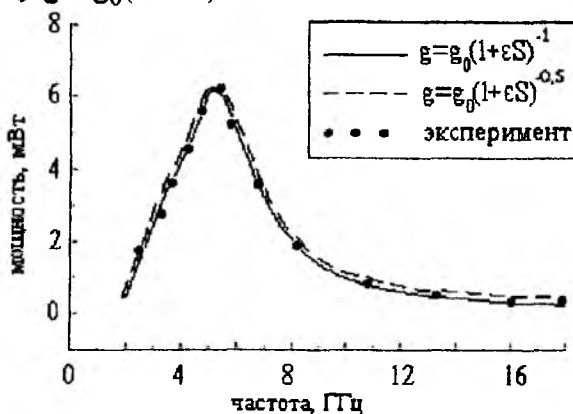


Рис.1

Из рисунка видно, что при малом уровне накачки характер обеих кривых практически совпадает и расчетные данные совпадают с экспериментальными для усиления вида  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-1}$  при  $\varepsilon = 1,2 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ , а для  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$  при  $\varepsilon = 2,4 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ , т.е. значения параметра нелинейности  $\varepsilon$  для различных форм представления

отличаются друг от друга в 2 раза, как мы и отметили ранее. В режиме модуляции большим сигналом ток накачки возрастает и модуляционные характеристики имеют расхождения.

На рис. 2 представлены модуляционные характеристики для двух рассмотренных ранее форм представления коэффициента оптического усиления при различных токах накачки. Сплошной линией показаны характеристики для усиления вида  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-1}$  при  $\varepsilon = 1,2 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ , пунктирной - для вида  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$  при  $\varepsilon = 2,4 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ . Таким образом, при значениях тока больше 100 мА модуляционные характеристики заметно отличаются друг от друга.

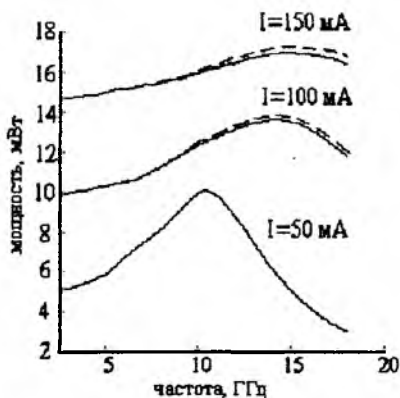


Рис. 2

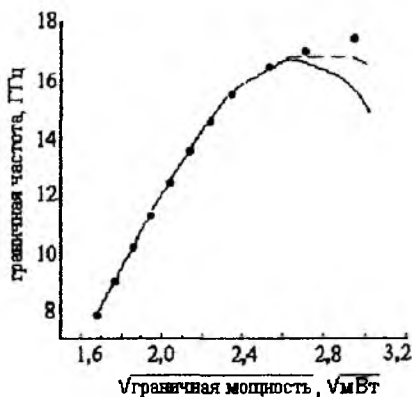


Рис. 3

Влияние формы представления коэффициента оптического усиления также хорошо отражают мощностные характеристики (зависимость граничной частоты от квадратного корня граничной мощности), которые показаны на рис.3. Сплошной линией представлена мощностная характеристика для модели усиления  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-1}$  при  $\varepsilon = 1,2 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ , пунктирной линией - для  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$  при  $\varepsilon = 2,4 \times 10^{-23} \text{ м}^3$ , точками показаны экспериментальные данные [5].

Как можно заметить, при малой мощности характеристики для всех форм представления совпадают, а при увеличении мощности более 7 мВт для модифицированной модели усиления уменьшение граничной частоты происходит не так резко, как для традиционной характеристики.

В реальных полупроводниках в мощностных характеристиках не наблюдается характерного уменьшения граничной частоты при увеличении мощности [5], следовательно, вторая форма представления коэффициента усиления более точно описывает динамическое поведение лазера при большой мощности излучения.

Таким образом, в данной работе проанализирована методика определения коэффициента оптического усиления с использованием формализма матрицы плотности. Проведены численные исследования математической модели для различных форм коэффициента усиления и определено значение параметра нелинейности, при котором теоретические модуляционные характеристики совпадают с экспериментальными.

На мощностных характеристиках показано, что модель коэффициента усиления  $g = g_0(1 + \varepsilon S)^{-0,5}$  более точно отражает поведение лазера при высокочастотной модуляции и большой выходной мощности.

**Список литературы:** 1. Agrawal G.P. Gain nonlinearities in semiconductor lasers: theory and application to distributed feedback lasers. IEEE Journal of Quantum Electronics. 1987. N. 6. P. 860-868. 2. Bowers J. E. Modulation properties of semiconductor lasers. Research in Optoelectronics (B): reprints Prof. Bowers J. E. and Collaborators BCE Technology Santa Barbara, California 1993. P. 109 - 141. 3. Tysker R. S. High-speed modulation of semiconductor lasers. Journal of Lightwave Technology. N. 3. P. 1180-1192. 4. Agrawal G. P. Spectral hole-burning and gain saturation in semiconductor lasers: Strong-signal theory. J. Appl. Phys. N. 4. 1988. P. 1232-1235. 5. Nagarajan R., Mirin R.P. Reynolds T.E., and Bowers J.E. Effect of the confinement-layer composition on the internal efficiency and modulation response. IEEE Photonics technology letters. 1992. N. 8. P. 832-834.

*Поступила в редакцию 13.01.97*

УДК 551.510.522: 551.396

*Н.Г. МАКСИМОВА*

## **ТОЧЕЧНЫЕ АНГЕЛ - ЭХО В АКУСТИКЕ. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИХ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Изучение тонкой структуры тропосферы уже давно привлекает внимание исследователей. Знание пространственно-временных особенностей тропосферы помогает понять происходящие в ней физические процессы и имеет важное прикладное значение (при прогнозировании загрязнения атмосферы, для обеспечения устойчивой радиосвязи, для повышения надежности при взлете и посадке летательных аппаратов и т.д.).

Наблюдение за этими процессами производится контактными (с помощью датчиков метеовеличин, установленных на метеомачтах, шарпилотах и т.п.), и дистанционными методами (радиолокационными, акустическими, с помощью лазера и т.п.).

Одним из источников информации о неоднородностях тропосферы являются наблюдаемые на индикаторах радиолокационных систем различных размеров и форм отражения от этих неоднородностей, получившие название "ангел-эхо". Радиолокационный метод зондирования позволяет получать информацию в реальном времени в пределах всей тропосферы, но при исследовании нижних слоев тропосферы — атмосферного пограничного слоя (АПС) — этот метод бессилён. Это обусловлено тем, что протяженность "мертвой зоны" и разрешающая способность радиолокаторов соизмеримы со всем пограничным слоем.

Получить информацию о процессах, происходящих в столь важном для жизни человека слое, позволяют акустические методы. Связано это с тем, что звуковые волны взаимодействуют с атмосферой значительно сильнее, чем электромагнитные. Это дает возможность уверенно наблюдать ангел-эхо на регистрирующих устройствах недорогих и сравнительно простых акустических локаторов с небольшими антеннами. Важным достоинством акустических локаторов является также высокое пространственное разрешение (порядка единиц метров по вертикали) и малых значений "мертвой зоны". Следует отметить и то, что аппаратура, использующая звуковое излучение, не подвержена влиянию низкой облачности, туманов, запыленности атмосферы. Сама эта аппаратура не создает помех радиосвязи, а при использовании в аэропортах — и помех летательным аппаратам (в отличие от контактных средств наблюдения).

Сказанное позволяет заключить, что при исследовании пограничного слоя атмосферы безусловное предпочтение следует отдать акустическим локаторам (сонарам). На регистрирующих устройствах их, в частности, можно наблюдать точечные отражения, по форме напоминающие радиолокационные точечные ангел-эхо.

Исследования акустических точечных ангел-эхо проводились нами в течение ряда лет в прибрежной зоне (в районе г. Одессы, с 1989 по 1993 г.) [1], в Харькове и Харьковской области (1993—1995 гг.) и в Подмоскowie (с 1995 года) во время экспедиций, продолжавшихся по 2-3 недели несколько раз в году в различные сезоны. Для этих целей использовался модернизированный нами моностатический акустический локатор ИРЭ РАН. Последний был доработан с тем, чтобы повысить дальность его действия и для определения направления движения

изучаемых неоднородностей. Основные характеристики этого содара даны в таблице, а схема его приведена на рис.1.

### Технические характеристики содара

Технический параметр	Значение
Рабочая длины волны	5 - 20 см
Излучаемая акустическая мощность	10 Вт
Длительность зондирующего импульса	0,05; 0,1; 0,2 с
Период следования звуковых посылок	1 - 7 с
Минимальное разрешение по высоте	8,5 м
Минимальная мощность эхо-сигнала	$1,2 \cdot 10^{-16}$ Вт
Максимальная расчетная высота эхо-сигнала	1500 м

Синхронизация всех процессов в акустическом локаторе осуществляется с помощью формирователя опорных частот и синхронизатора. Вырабатываемые передатчиком зондирующие звуковые посылки через антенный переключатель поступают на электроакустический преобразователь 3, который расположен в фокусе параболической антенны 4, установленной на крыше автофургона. Антенна защищена от шумового влияния окружающей среды блендой 1, покрытой изнутри поглощающим материалом 2. Эхо-сигнал, принятый антенной, с антенного переключателя после усиления и фильтрации поступает на вход блока амплитудно-частотного преобразования. Последний формирует сигналы записи, поступающие на регистратор. Регистратор включает самописец уровня и факсимильное регистрирующее устройство (или компьютер). Самописец уровня фиксирует уровень мощности принятого сигнала в координатах амплитуда-высота. Модернизированный факсимильный регистратор позволяет получить изображение как в обычных координатах амплитуда-время-высота, так и в координатах частота-время-высота в виде яркостных градаций.

Применение ЭВМ с цветным дисплеем и принтером для анализа и регистрации результатов акустического зондирования увеличивает объем получаемой информации, что дает возможность более полной оценки происходящих в тропосфере процессов.

Малые массогабаритные параметры антенны (1-1,5) м и содара в целом делают это устройство мобильным. Это позволило провести эксперименты в разных регионах. Благодаря тому, что содар был дооснащен анализатором температуры и звукового давления для контроля степени загрязнения зеркала антенны или ее оледенения, а также

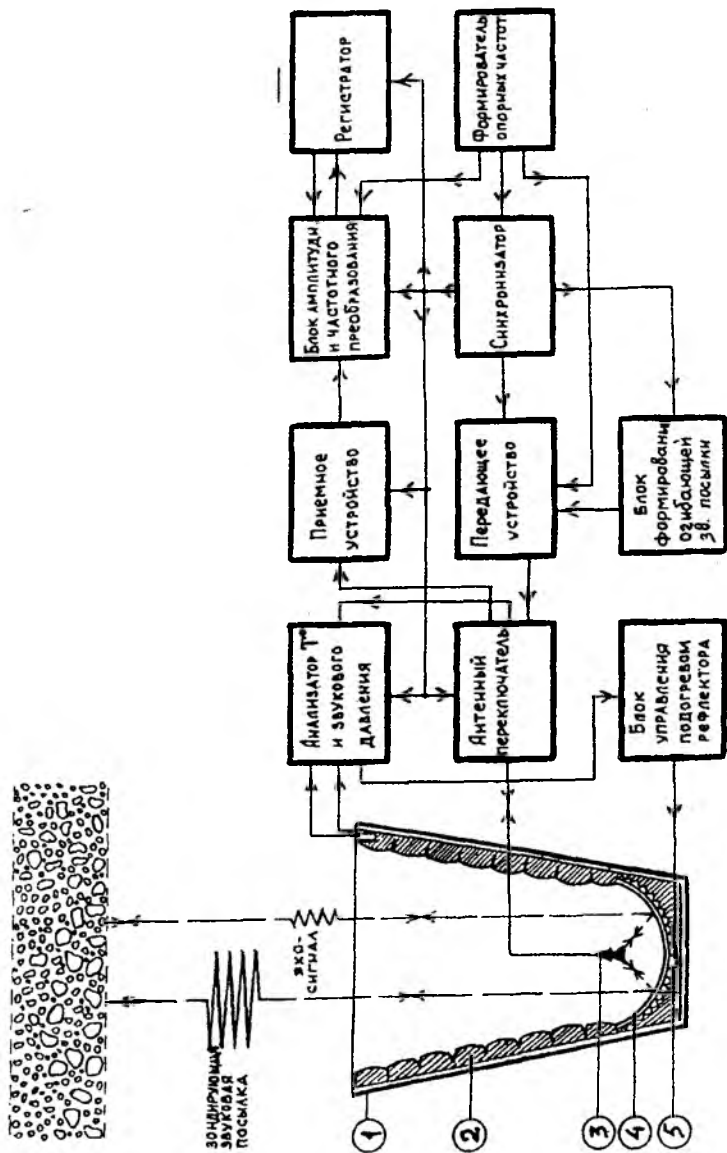


Рис. 1

блоком управления подогревом рефлектора для удаления льда и снега, исследования можно было проводить практически в любую погоду.

Во время экспедиций содар работал почти непрерывно.

Типичные эхограммы с точечными ангел-эхо изображены на рис.2.

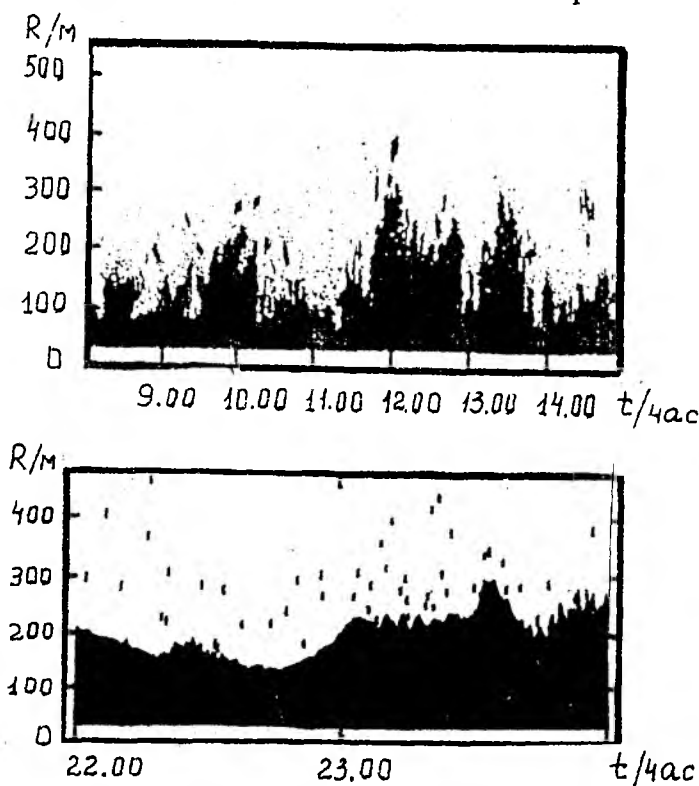


Рис.2

Для выяснения возможного источника таких отражений проводился постоянный контроль в "зенитном направлении" видимых отражателей (скопления насекомых, птиц, дымовых струй и т.п.). Он осуществлялся с помощью наземного импульсного светового измерителя высоты нижней границы облаков ИВО-1М. Записи, которые соответствовали наличию видимых отражателей, далее не рассматривались.

Точечные отражения от "ясного неба" систематизировались по частоте, времени появления, размерам, форме и по степени концентрации

их в поле эхограмм, а также по величине и форме отраженного сигнала. Основное внимание уделялось точечным антел-эхо, которые регистрировались на самописце уровня в виде импульсов, превышающих по амплитуде другие отраженные сигналы в несколько раз. Отличаются эти импульсы также крутыми фронтами и срезами.

Эхограммы с такими сигналами несут в себе информацию о пространственно-временной структуре АПС и, в том числе, о возникающих при тех или иных условиях дискретных неоднородностях. Появление этих неоднородностей естественно было связать со специфическими физическими процессами, происходящими в тропосфере.

Важнейшей характеристикой физических процессов, происходящих в тропосфере, является распределение по высоте и характер изменения во времени основных метеовеличин — температуры и влажности воздуха, скорости и направления ветра, атмосферного давления.

Основную роль в изучении поля распределения температур и ветра во время одесских экспедиций выполняла разработанная в ХТУРЭ при нашем участии система радиоакустического зондирования (РАЗ) дециметрового диапазона [1—3]. При радиоакустическом зондировании атмосферы тоже используется звуковое зондирующее излучение, однако, в этом случае регистрируется и анализируется не рассеянный атмосферными неоднородностями акустический сигнал, а электромагнитные волны, отраженные от созданных звуковыми посылками искусственных неоднородностей.

Во время экспериментов с помощью системы РАЗ каждый час измерялись амплитуда и доплеровская частота радиоволн, отраженных от искусственных неоднородностей на фиксированных заданных высотах. По измеренным данным вычислялись дискретные значения температуры воздуха, скорости и направления ветра, по которым строились профили этих величин. На основании массивов высотных профилей воссоздавались пространственно-временные поля скорости ветра и температуры в диапазоне высот от 20 до 300 м.

Помимо этого, при анализе результатов экспериментов использовалась информация о температуре и влажности воздуха, скорости и направлении ветра по данным радиозондирования, осуществлявшегося 4 раза в сутки в 7 км от полигона на высотах, превышающих достижимые системой РАЗ. Учитывались также приземные значения метеоданных, полученных с помощью стандартных метеоприборов (ветромер 8100-М; анемо-румбомер М-63МР; анемометр М-92; термограф М-16АС; термометр ТМ-3; психрометр МВ-4М; гигрограф М-21АС; датчик давления ДДУ; барометр-анероид М-67), степень облачности, а также данные гидрометеообсерватории о прохождении фронтов.

Проведенное по большому числу эхограмм сопоставление факсимильных записей с точечными ангул-эхо со всей совокупностью данных о метеорологической и синоптической обстановке позволило сформулировать определенные соображения о природе дискретных неоднородностей, ответственных за появление точечных ангул-эхо. Детальное обсуждение этих вопросов — предмет следующей нашей статьи.

**Список литературы:** 1. Ульянов Ю.Н., Максимова Н.Г. Обнаружение объемных неоднородностей и влажности воздуха в нижней части тропосферы совместным акустическим и радиоакустическим зондированием // Тез. докл. XVI Всесоюз. конф. по распространению радиоволн, Харьков, 1990. 2. Ульянов Ю.Н., Панченко А.Ю., Максимова Н.Г., Прошкин Е.Г., Ветров В.И. Результаты совмещенного акустического и радиоакустического зондирования атмосферы на границе суша - море. Препринт ИФА АН СССР "Исследования пограничного слоя атмосферы над сушей и океаном акустическими методами. Ч.1. 1990. 3. Ульянов Ю.Н., Прошкин Е.Г., Максимова Н.Г. и др. Мобильная радиоакустическая система для определения основных метеорологических величин // Информационный листок. Харьков. 1986. 2 с.

*Поступила в редколлегию 10.02.97*

УДК 621.372.821

*Л.П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук*

### **ВНУТРЕННИЕ ПРОВОДИМОСТИ ПРОДОЛЬНЫХ ЩЕЛЕЙ В ВОЛНОВОДЕ СО СЛОИСТЫМ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКОМ**

---

Узкие щели в стенках волноводов используются в технике СВЧ как излучатели в антенных устройствах или как элементы связи смежных электродинамических объемов. Для миниатюризации устройств СВЧ в ряде случаев применяется заполнение волноводов диэлектриком или магнитодиэлектриком. Частичное или слоистое заполнение волновода диэлектриком увеличивает число степеней свободы для управления его частотными характеристиками, позволяет получить выигрыш в весе, по сравнению с полным заполнением, расширить рабочую полосу частот, если слой диэлектрика расположен симметрично в центральной части волновода.

Элементы матрицы рассеяния щели в волноводе легко определяются, если известна тангенциальная составляющая электрического поля  $\vec{E}_s$  на

ее поверхности. Поле  $\vec{E}_s$  в большинстве работ по щелевой тематике определяется методом наведенных магнитодвижущих сил (МДС) [1], являющимся одним из вариантов метода Галеркина. Матричные элементы системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), к которой сводится задача определения  $\vec{E}_s$ , включают в себя внутренние собственные и взаимные частичные проводимости щели  $Y_{pq}^i$  по пространственным гармоникам  $\vec{E}_q$  и  $\vec{E}_p$  функции распределения поля вдоль щели. Чтобы найти  $Y_{pq}^i$ , необходимо решить задачу возбуждения волновода полем  $\vec{E}_q$  в области расположения щели, иными словами, в области источника. При однородном заполнении волновода с поперечным сечением, в котором переменные разделяются, эта задача легко решается с помощью тензорной функции Грина для векторного потенциала. Когда же волновод заполнен слоистым диэлектриком или магнитодиэлектриком, исключается построение полной системы независимых поперечных и продольных собственных векторных функций координат поперечного сечения. Это препятствует построению полной тензорной функции Грина для векторного потенциала.

Известен ряд публикаций по построению тензорных функций Грина для поля прямоугольного волновода со слоистым диэлектриком [2—5]. В [2,3] при построении функций Грина используется теория цепей и представление зависимостей от продольной координаты вдоль оси волновода в виде интегралов Фурье. Функции Грина в [2,3] представлены в непринтегрированном виде. Для использования их в конкретных задачах требуется нетривиальная математическая доработка. В [4,5] получены только электрические функции Грина для поля. Их структура такова, что решение для поля, определяемое с их помощью, как и в случае метода собственных волн [6], содержит внесуммарное слагаемое вида  $-\vec{Z}^0 J_Z^c / (i\omega \epsilon_a)$  или  $-\vec{Z}^0 J_Z^m / (i\omega \mu_a)$  в задачах возбуждения волновода электрическим или магнитным током. Здесь  $J_Z^c$ ,  $J_Z^m$  - проекция на ось Z (вдоль оси волновода) векторов плотности электрического и магнитного токов  $\vec{J}^c$ ,  $\vec{J}^m$ ;  $\vec{Z}^0$  — орт вдоль оси Z;  $\epsilon_a, \mu_a$  — абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости;  $i$  — мнимая единица. В задаче возбуждения волновода продольным магнитным током внесуммарное слагаемое на поверхности щели обращается в бесконечность, поскольку

в представлении для  $J_z^m$  присутствует дельта-функция Дирака  $\delta(y)$ ,  $y$  — координата, отсчитываемая от щели в направлении, перпендикулярном к ее плоскости. Это препятствует получению пригодного для расчетов выражения для  $Y^i$ . В [7] сделана попытка исключить из решения расходящееся внесуммарное слагаемое. Выражение для магнитного поля в области щели получено в виде разностного ряда. Однако сходимость полученного выражения носит условный характер. Она зависит от размеров, положения, диэлектрической проницаемости слоев, что затрудняет расчет  $Y^i$ .

В силу указанных причин в настоящей работе поставлена цель: решить задачу возбуждения продольным магнитным током волновода со слоистым магнитодиэлектриком с использованием только электродинамических методов и получить выражение для проводимости  $Y_{pq}^i$  с гарантированной сходимостью.

### Постановка задачи

Имеется прямоугольный волновод, заполненный трехслойным магнитодиэлектриком. Границы смежных слоев параллельны узким стенкам волновода. Слой с номером  $j$  ( $j=1,2,3$ ) имеет ширину  $a_j$ , диэлектрическую и магнитную проницаемости  $\epsilon_0\epsilon_j$ ,  $\mu_0\mu_j$  ( $\mu_0, \epsilon_0$  — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума). В широкой стенке волновода прорезана узкая продольная щель длиной  $L$  и шириной  $d$ . Предполагается, что границы слоев не попадают в область расположения щели. С волноводом связана декартова система координат  $x, y, z$ . Оси  $x, y$  на контуре поперечного сечения параллельны соответственно широкой и узкой стенкам, ось  $z$  направлена вдоль оси волновода. Полагаем, что электрическое поле  $\vec{E}_s$ , наведенное в щели, направлено поперек нее и постоянно в этом направлении. Поле  $\vec{E}_s$  аппроксимируется набором векторных функций  $\vec{e}_q = \vec{x}^0 \frac{1}{d} e_q(x, z)$ , удовлетворяющих на контуре щели заданным граничным условиям. Соответственно выбранному

приближению функция  $e_q(x, z)$  в области щели ( $x_0 - d/2 \leq x \leq x_0 + d/2$ ,  $0 \leq z \leq L$ ) имеет вид

$$e_q(x, z) = \frac{1}{d} \sin \frac{q\pi z}{L}, \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

за пределами щели она равна нулю.

Требуется найти магнитное поле  $H_z$ , возбужденное внутри волновода в области щели электрическим полем  $\vec{e}_q$ .

### Ход решения задачи

В соответствии с теоремой эквивалентности решаем задачу возбуждения волновода магнитным током, эквивалентным электрическому полю  $\vec{e}_q$ . Объемная плотность этого тока  $\vec{J}_q^m(x, y, z)$  описывается векторной функцией

$$\vec{J}_q^m(x, y, z) = \vec{z}^0 e_q(x, z) \delta(y), \quad (2)$$

где  $\delta(y)$  - дельта-функция Дирака.

Решение для поля  $\vec{H}$  в виде суммы частного и общего решений соответствуют неоднородным и однородным уравнениям Максвелла. Частное решение записываем только в том слое диэлектрика, над которым расположена щель. Для его отыскания пользуемся вспомогательным магнитным вектором Герца  $\vec{\Pi}_j^m(\vec{J}_q^m)$ , коллинеарным с током  $\vec{J}_q^m(x, y, z)$  и удовлетворяющим неоднородному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \vec{\Pi}_j^m(\vec{J}_q^m) + k_j^2 \vec{\Pi}_j^m(\vec{J}_q^m) = -\frac{\vec{J}_q^m}{i\omega\mu_0\mu_j}, \quad (3)$$

где  $i$  — мнимая единица,  $j$  принимает значение номера слоя, над которым расположена щель,  $k_j^2 = k^2 \varepsilon_j \mu_j$ ,  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega$  — круговая частота,  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве.

Общее решение в каждом из слоев ( $j = 1, 2, 3$ ) записываем с помощью двух векторов Герца — магнитного  $\vec{\Pi}_j^{m0}$  и электрического  $\vec{\Pi}_j^{e0}$ , направленных вдоль оси  $x$ , перпендикулярной границам раздела смежных слоев.

Эти векторы удовлетворяют в каждом слое однородному уравнению Гельмгольца. С помощью векторов  $\vec{\Pi}_j^{m0} = \vec{x}^0 \Pi_{xj}^{m0}$  и  $\vec{\Pi}_j^{e0} = \vec{x}^0 \Pi_{xj}^{e0}$

записываются поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  собственных LE- и LM-волн волновода со слоистой средой [8]. Поэтому такой выбор векторов Герца облегчает дальнейший ход решения задачи возбуждения волновода заданным источником. Решения неоднородного и однородного уравнений Гельм-

гольца ищем в виде разложения в ряд Фурье по функциям  $\cos \frac{\pi y}{b}$  и

$\sin \frac{\pi y}{b}$  соответственно для магнитного и электрического векторов

Герца, зависимость от координаты  $z$  в каждом случае представляем с помощью интеграла Фурье.

Решение уравнения (3) для  $\Pi_{zj}^m(\vec{j}_q^m)$  принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi_{zj}^m(\vec{j}_q^m) &= \frac{1}{4\pi i \omega \mu_0 \mu_j b} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{0n}) \cos \chi_n y \iint_S e_q(x', y') \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-p_{jn} |x-x'|}}{p_{jn}} e^{-i\chi_n z(z-z')} d\chi_n dx' dz', \end{aligned} \quad (4)$$

где  $p_{jn} = \sqrt{\chi_n^2 + \chi_n^2 - k_j^2}$ ,  $j$  — номер слоя магнитодиэлектрика,

над которым расположена щель,  $\chi_n = \frac{\pi y}{b}$ .

Решения однородных уравнений Гельмгольца для  $\Pi_x^{m0}$  и  $\Pi_x^{e0}$  в самом общем виде выглядят так:

$$\Pi_x^{m0} = \sum_{n=0}^{\infty} \cos \chi_n y \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^m(x) e^{-i\chi_z z} d\chi_z; \quad (5)$$

$$\Pi_x^{e0} = \sum_{n=0}^{\infty} \sin \chi_n y \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^e(x) e^{-i\chi_z z} d\chi_z. \quad (6)$$

Вид функций  $\varphi_n^m(x)$  и  $\varphi_n^e(x)$  зависит от того, над каким слоем (крайним или средним) расположена щель. Это вызвано следующими обстоятельствами. Частное решение (4) получено для плоскопараллельного волновода, заполненного средой, параметры которой такие же, как и в слое под щелью. Это решение используется только в слое под щелью. Граничные условия в направлении оси  $X$  для него не формулируются. Поэтому, если щель расположена над средним слоем, в крайних слоях фигурируют только решения однородных уравнений Гельмгольца (5) и (6). При этом достаточно использовать только одно из двух фундаментальных решений, удовлетворяющих однородному граничному условию Дирихле или Неймана на идеально проводящем металле. В среднем слое используются оба решения однородных уравнений (5) и (6) с неизвестными коэффициентами и частное решение (4). Если щель расположена над крайним слоем магнитодиэлектрика, в этой области присутствует, кроме общих, и частное решение. Для удовлетворения граничным условиям на металле в этом слое приходится использовать два фундаментальных решения однородных уравнений, в среднем слое — тоже два, и только в другом крайнем слое — одно.

Приведем для примера вид функций  $\varphi_n^m(x)$  и  $\varphi_n^e(x)$  в случае, когда щель находится над средним слоем диэлектрика:

$$\varphi_n^m = \begin{cases} A_n^m \sin \alpha_{1n} x, & 0 \leq x \leq a_1; \\ B_n^m \sin \alpha_{2n} x + C_n^m \cos \alpha_{2n} x, & a_1 \leq x \leq a_1 + a_2; \\ D_n^m \cos \alpha_{3n} (a - x), & a_1 + a_2 \leq x \leq a, \end{cases} \quad (7)$$

$$\varphi_n^e = \begin{cases} A_n^e \cos \alpha_{1n} x, & 0 \leq x \leq a_1; \\ B_n^e \sin \alpha_{2n} x + C_n^e \cos \alpha_{2n} x, & a_1 \leq x \leq a_1 + a_2; \\ D_n^e \cos \alpha_{3n} (a - x), & a_1 + a_2 \leq x \leq a, \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha_{jn} = \sqrt{k_j^2 - \chi_n^2 - \chi_z^2}.$$

Неизвестные амплитудные коэффициенты, фигурирующие в (7), (8), определяются из условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на границах  $x_1 = a_1$  и  $x_2 = a_1 + a_2$ . Эти условия порождают СЛАУ 8-го порядка. Благодаря специально выбранному направлению векторов Герца  $\vec{\Pi}^{m0}$  и  $\vec{\Pi}^{e0}$  вдоль оси  $x$  полученную СЛАУ 8-го порядка удается свести к двум независимым системам уравнений второго порядка относительно  $B_n^m, C_n^m$  и  $B_n^e, C_n^e$ . Именно эти коэффициенты необходимо знать для определения искомого поля  $H_z$  под щелью, которое используется для нахождения внутренней проводимости  $Y_{pq}^i$ . Поле  $H_z$ , связанное известными соотношениями с векторами  $\vec{\Pi}^m(\vec{j}^m), \vec{\Pi}_j^{m0}, \vec{\Pi}_j^{e0}$ , в первоначальном виде представляется в форме несобственного интеграла по волновому числу  $\chi_z$  в бесконечных пределах. Подынтегральное выражение удовлетворяет условиям леммы Жордана, что позволяет взять интеграл с помощью теории вычетов. Набор полюсов подынтегральной функции определяется детерминантами СЛАУ относительно коэффициентов  $B_n^m, C_n^m$ , а также  $B_n^e, C_n^e$ . Обращение в ноль этих детерминантов происходит в полюсах, порождаемых дисперсионными уравнениями соответственно для LE- и LM-волн, а также точками комплексной плоскости  $\chi_z = \pm i\chi_n$ . Кроме того, имеются полюсы в точках  $\chi_z = \pm \chi_q = \frac{q\pi}{L}$ , появляющиеся при интегрировании в (4) по площади щели. В предельном случае при переходе к однородному заполнению волновода полюсы  $\chi_z = \pm i\chi_n$  исчезают. Есть основание полагать, что эти полюсы обусловлены локальными полями, появляющимися при отражении возбужденного щелью поля

от границ раздела двух сред, тогда как волны типов LE и LM формируются прошедшими сквозь эти границы полями.

Внутренняя проводимость щели по гармоникам функции распределения поля вдоль щели с номерами  $p$  и  $q$ , аналогично взаимной проводимости двух различных щелей [1], определяется следующим образом:

$$Y_{pq}^i = -\iint_S \left[ \vec{\epsilon}_p, \vec{H}^i(\vec{\epsilon}_q) \right] \vec{n} dS. \quad (9)$$

Здесь  $\vec{\epsilon}_p = \vec{x}^0 e_p(x, z)$ ,  $e_p(x, z)$  — функция, аналогичная (1), где вместо  $q$  стоит  $p = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\vec{H}^i(\vec{\epsilon}_q)$  — вектор магнитного поля в волноводе, возбужденного электрическим полем  $\vec{\epsilon}_q$  на щели;  $\vec{n}$  — орт внешней нормали к поверхности щели;  $S$  — площадь щели.

Приведем полученное выражение для внутренней взаимной проводимости  $Y_{pq}^i$  продольной щели, расположенной над средним слоем магнитоэлектрика. Представим  $Y_{pq}^i$  в виде двух слагаемых, обусловленных частным  $\left( Y_{pq}^i(\vec{j}^m) \right)$  и общим  $\left( Y_{pq}^{i0} \right)$  решениями уравнений Максвелла:

$$Y_{pq}^i = Y_{pq}^i(\vec{j}^m) + Y_{pq}^{i0}. \quad (10)$$

Выражение для  $Y_{pq}^i(\vec{j}^m)$ , обусловленное частным решением, имеет вид:

$$Y_{pq}^i(\vec{j}^m) = -\frac{i l (k_j^2 - \chi_q^2)}{k W_0 \mu_j b d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n}{\alpha_j^2} \left[ 1 - \frac{1 - e^{-i \alpha_j d}}{i \alpha_j d} \right] \chi_z = \chi_q \cdot \delta_{pq}. \quad (11)$$

Здесь  $\epsilon_n = 2 - \delta_{0n}$ ,  $\delta_{pq}$  — символ Кронекера,  $j$  обозначает номер слоя, над которым расположена щель. В рассматриваемом случае щели

над средним слоем  $j=2$ ,  $l=L/2$  — половина длины щели,  $W_0 = 120\pi$  — характеристическое сопротивление вакуума,  $\chi_q = q\pi/L$ .

Выражение для  $Y_{pq}^{i0}$ , обусловленное общим решением, имеет вид

$$\begin{aligned}
 Y_{pq}^{i0} = & -\frac{\chi_p \chi_q}{kW_0 \mu_2 b d^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left\{ -\sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{h_{\mu n} (1 - \cos \alpha_2 d)}{\alpha_2 h_{\mu 0}^2 (h_{\mu n}^2 - \chi_q^2)} \times \right. \\
 & \times \frac{P_{LE}}{Q_{LE}} \Big|_{\chi_z = h_{\mu n}} \left( \frac{M_{pq\mu}}{\chi_p^2 - h_{\mu n}^2} \right) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{k_2^2 \chi_n^2 (1 - \cos \alpha_2 d)}{h_{\nu n} \alpha_2^3 h_{\nu 0}^2 (h_{\nu n}^2 - \chi_q^2)} \times \\
 & \times \frac{P_{LM}}{Q_{LM}} \Big|_{\chi_z = h_{\nu n}} \left( \frac{M_{pq\nu}}{\chi_p^2 - h_{\nu n}^2} \right) + \frac{\chi_n (1 - \cos \alpha_2 d)}{i2\alpha_2 (\chi_n^2 + \chi_q^2)} \times \\
 & \times \left[ \frac{P_{LE}}{R_{LE}} + \frac{P_{LM}}{R_{LM}} \right] \Big|_{\chi_z = i\chi_n} \left( \frac{M_{pq\chi}}{\chi_p^2 + \chi_n^2} \right) + \\
 & \left. + i\delta_{pq} \frac{(1 - \cos \alpha_2 d)}{\chi_p \chi_q \alpha_2 (\chi_n^2 + \chi_q^2)} \left[ \frac{\chi_q^2 P_{LE}}{R_{LE}} - \frac{k_2^2 \chi_n^2 P_{LM}}{\alpha_2^2 R_{LM}} \right] \Big|_{\chi_z = \chi_q} \right\}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь  $h_{\mu n}$ ,  $h_{\nu n}$  — продольные волновые числа волн типов  $LE_{\mu n}$ ,  $LM_{\nu n}$ . Другие обозначения имеют такой смысл:

$$M_{pq\mu} = 1 + (-1)^{p+q} - \left[ (-1)^p + (-1)^q \right] e^{-ih_{\mu n} L};$$

$$M_{pq\nu} = 1 + (-1)^{p+q} - \left[ (-1)^p + (-1)^q \right] e^{-ih_{\nu n} L};$$

$$M_{pq\chi} = 1 + (-1)^{p+q} - \left[ (-1)^p + (-1)^q \right] e^{-\chi_n L}.$$

В дальнейших выражениях приняты дополнительные обозначения:

$$S_j = \sin \alpha_j a_j, \quad C_j = \cos \alpha_j a_j, \quad j = 1, 2, 3,$$

$$P_{LE} = (\alpha_3 \mu_2 C_3 - i \alpha_2 \mu_3 S_3) \times [\alpha_1 \mu_1 C_1 \cos \alpha_2 (x_0 - a_1) - \\ - \alpha_2 \mu_1 S_1 \sin \alpha_2 (x_0 - a_1)] e^{-i \alpha_2 (x_2 - x_0)} + \\ + (\alpha_1 \mu_2 C_1 - i \alpha_2 \mu_1 S_1) \times [\alpha_3 \mu_2 C_3 \cos \alpha_2 (x_2 - x_0) - \\ - \alpha_2 \mu_3 S_3 \sin \alpha_2 (x_2 - x_0)] e^{-i \alpha_2 (x_0 - a_1)};$$

$$P_{LM} = [\alpha_2 \varepsilon_1 C_1 \cos \alpha_2 (x_0 - a_1) - \alpha_1 \varepsilon_2 S_1 \sin \alpha_2 (x_0 - a_1)] \times \\ \times (\alpha_2 \varepsilon_3 C_3 - i \alpha_3 \varepsilon_2 S_3) e^{-i \alpha_2 (x_2 - x_0)} + [\alpha_2 \varepsilon_3 C_3 \cos \alpha_2 (x_2 - x_0) - \\ - \alpha_3 \varepsilon_2 S_3 \sin \alpha_2 (x_2 - x_0)] (\alpha_2 \varepsilon_1 C_1 - i \alpha_1 \varepsilon_2 S_1) e^{-i \alpha_2 (x_0 - a_1)};$$

$$Q_{LE} = \mu_2^2 \left[ - \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \right) C_1 S_2 C_3 + \alpha_3 a_1 S_1 S_2 C_3 - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1 \alpha_3}{\alpha_2} a_2 C_1 C_2 C_3 + \alpha_1 a_3 C_1 S_2 S_3 \right] + \mu_1 \mu_2 \left[ - \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \right) S_1 C_2 C_3 + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1} a_1 C_1 C_2 C_3 + \alpha_3 a_2 S_1 S_2 C_3 + \alpha_2 a_3 S_1 C_2 S_3 \right] + \\ + \mu_2 \mu_3 \left[ - \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) C_1 C_2 S_3 + \alpha_2 a_1 S_1 C_2 S_3 + \alpha_1 a_2 C_1 S_2 S_3 - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3} a_3 C_1 C_2 C_3 \right] + \mu_1 \mu_3 \left[ 2 S_1 S_2 S_3 + \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} a_1 C_1 S_2 S_3 + \right. \\ \left. + \alpha_2 a_2 S_1 C_2 S_3 + \frac{\alpha_2^2 a_3}{\alpha_3} S_1 S_2 C_3 \right];$$

$$\begin{aligned}
Q_{LM} = \varepsilon_1 \varepsilon_3 \left[ 2C_1 S_2 C_3 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} a_1 S_1 S_2 C_3 + \alpha_2 a_2 C_1 C_2 C_3 - \right. \\
\left. - \frac{\alpha_2^2 a_3}{\alpha_3} C_1 S_2 S_3 \right] + \varepsilon_2 \varepsilon_3 \left[ - \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) S_1 C_2 C_3 + \alpha_2 a_1 C_1 C_2 C_3 - \right. \\
\left. - \alpha_1 a_2 S_1 S_2 C_3 - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3} a_3 S_1 C_2 S_3 \right] + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[ \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \right) C_1 C_2 S_3 - \right. \\
\left. - \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\alpha_1} a_1 S_1 C_2 S_3 - \alpha_3 a_2 C_1 S_2 S_3 + \alpha_2 a_3 C_1 C_2 C_3 \right] + \varepsilon_2^2 \left[ - \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \right) \times \right. \\
\left. \times S_1 S_2 S_3 - \alpha_3 a_1 C_1 C_2 C_3 - \frac{\alpha_1 \alpha_3}{\alpha_2} a_2 S_1 C_2 S_3 - \alpha_1 \alpha_3 S_1 S_2 S_3 \right].
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{LE} = \alpha_1 \alpha_3 \mu_2^2 C_1 S_2 C_3 + \alpha_2 \alpha_3 \mu_1 \mu_2 S_1 C_2 C_3 + \\
+ \alpha_1 \alpha_2 \mu_2 \mu_3 C_1 C_2 S_3 - \alpha_2^2 \mu_1 \mu_3 S_1 S_2 S_3;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{LM} = -\alpha_2^2 \varepsilon_1 \varepsilon_3 C_1 S_2 C_3 - \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_2 \varepsilon_3 S_1 C_2 C_3 - \\
- \alpha_2 \alpha_3 \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_1 C_2 S_3 + \alpha_1 \alpha_3 \varepsilon_2^2 S_1 S_2 S_3.
\end{aligned}$$

Заметим, что равенства  $R_{LE} = 0$  и  $R_{LM} = 0$  представляют собой дисперсионные уравнения для LE – и LM – волн в волноводе с трехслойным магнитодиэлектриком.

**Анализ сходимости выражения (10) для  $Y_{pq}^i$**

Проводимость (11)  $Y_{pq}^i(\vec{j}^m)$  представляет собой сумму ряда по индексу  $n$ . Из (11) видно, что при больших значениях  $n$  общий член ряда пропорционален  $\frac{1}{n^2}$ , следовательно, ряд для  $Y_{pq}^i(\vec{j}^m)$  сходится.

Проанализируем теперь выражение (12) для  $Y_{pq}^{i0}$ . Оно представляет собой сумму четырех типов слагаемых. Это, во-первых, две двойные суммы по индексам  $\mu, \nu$ , где  $\mu$  и  $\nu$  – номера корней дисперсион-

ных уравнений для LE – и LM – волн. Заметим, что поперечные числа  $\alpha_j = \sqrt{k_j^2 - h_{\mu 0}^2}$  не зависят от поперечных чисел  $\chi_n$ , поскольку  $h_{\mu n}^2 = h_{\mu 0}^2 - \chi_n^2$ , следовательно,  $\alpha_j = \sqrt{k_j^2 - h_{\mu 0}^2}$ . То же справедливо и для LM – волн. По этой причине поперечные волновые числа  $\alpha$  в этих суммах характеризуются только индексами  $\mu$  и  $\nu$ . При больших значениях  $\mu$  и  $\nu$  можно приближенно считать, что  $\alpha_{j\mu} \sim \frac{\mu\pi}{a}$ ,

$\alpha_{\nu n} \sim \frac{\nu\pi}{a}$ , т.е.  $\alpha_{j\mu} \sim \mu$ ,  $\alpha_{j\nu} \sim \nu$ . Подчеркнем, что это справедливо для

первых двух строчек. В третьей строчке, где  $\chi_z$  принимает значения  $i\chi_n$ ,  $\alpha_j = k_j$ . В четвертой строчке, где  $\chi_z = \chi_q$ , при больших  $n$   $\alpha \sim n$ . Анализируя с учетом этих замечаний поведение общих членов сумм  $\sigma$  при больших значениях индексов суммирования, находим, что они в полюсах разных типов ведут себя следующим образом:

$$\sigma_{\mu n} \sim \frac{1}{\mu \left[ \mu^2 + \left( \frac{an}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\mu^2 + \left( \frac{an}{b} \right)^2}} \quad \text{в полюсе } \chi_z = h_{\mu n};$$

$$\sigma_{\nu n} \sim \frac{n^2}{\nu^3 \sqrt{\nu^2 + \left( \frac{an}{b} \right)^2} \left[ \nu^2 + \left( \frac{an}{b} \right)^2 \right]^2} \quad \text{в полюсе } \chi_z = h_{\nu n};$$

$$\sigma_n \sim \frac{1}{n^3} \text{ в полюсе } \chi_z = i\chi_n \text{ и } \sigma_n \sim \frac{1}{n^3} \text{ в полюсе } \chi_z = \chi_q.$$

Из проведенного анализа следует, что и выражение (12) для проводимости  $Y_{pq}^{i0}$  характеризуется гарантированной сходимостью. Т.е. что оно пригодно для расчетов. Выражение для суммарной проводимости (10) в предельном случае одинаковых параметров среды в каждом слое сводится к выражению для внутренней проводимости продольной щели в волноводе с однородным заполнением, полученному с помощью тензорной функции Грина. Это свидетельствует о правильности алгоритма

расчета для  $Y_{pq}^1$ , построенного для волновода с трехслойным магнетодизлектриком.

Список литературы: 1. Фельд Я.Н., Бененсон Л.С. Антенно-фидерные устройства. М.: Изд-во ВВИА им. Н.В.Жуковского, 1959. Ч.2.551с. 2. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978.556 с. 3. Панченко В.А. Функции Грина уравнений Максвелла для областей, частично заполненных диэлектриком. Ч.1 // Проблемы повышения эффективности и качества радиотехнических систем. Свердловск: Изд-во УПИ, 1979. С. 29-35. 4. Jin H., Eng D., Lin W. Dyadic Green's functions for a rectangular waveguide with an E-plane dielectric slab // IEE Proc.1990, pt H. V.147.N.4. P.231-234. 5. Joubert J., and McNamara D.A. Dyadic Green's function of electric type for inhomogeneously loaded rectangular waveguides // IEE Proc.1989. Pt H. V.136.N.6. Н. 469-474. 6. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. 581 с. 7. Ячук Л.П., Катрич В.А. Щели в волноводе со слоистым диэлектриком // Изв. вузов. Радиофизика.1984. Т.27.N.8. С.1037-1042. 8. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Сов. радио, 1967.216 с.

Поступила в редколлегию 06.02.97

УДК 621.372.832

**В.Г. КРЫЖАНОВСКИЙ**, канд. физ.-мат. наук,  
**Ю.В. РАССОХИНА**

### **АНАЛИЗ Т-СОЕДИНЕНИЯ П-ВОЛНОВОДА С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ В Е-ПЛОСКОСТИ**

Среди разнообразных волноводных соединений некоординатного типа можно выделить класс устройств, анализ которых сводится к решению координатных краевых задач. Такие задачи возникают при рассмотрении структур с координатными границами, обладающих определенной симметрией. К ним относятся задачи о  $90^\circ$ -изломах, симметричных волноводных крестах и Т-соединениях [1].

Цель данной работы — исследование на основе строгого решения краевой задачи особенностей поведения частотных характеристик рассеяния электромагнитных волн на Т-соединении П-волновода с прямоугольным в Е-плоскости. Анализ простых Т-соединений такого типа для прямоугольных и сверхразмерных волноводов, расчет которых сводится к двумерным (скалярным) краевым задачам, проведен в [2-4]. В некоторых работах указано, что существующая методика расчета таких структур по методу частичных областей может быть обобщена на случаи волноводов сложных сечений (ВВС) и диэлектрического заполнения области связи [5,6].

При этом необходимо учесть существенно векторный характер электромагнитного поля.

### 1. Постановка и решение дифракционной задачи

Рассмотрим задачу о рассеянии волн на Т-соединении симметричного П-волновода с прямоугольным в Е-плоскости (рис. 1) для воздушного и диэлектрического заполнения области связи тройника. Общее решение по методу частичных областей будем искать в виде разложения поля в полубесконечных волноводах и области связи в обобщенные ряды Фурье. Способ разбиения исходной области на частичные стандартный и виден из рисунка.

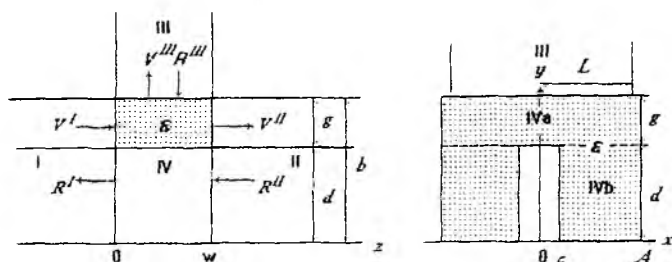


Рис. 1

Поле гибридных волн в волноводах I-III представлено в виде разложений электрического и магнитного векторов Герца по собственным Н- и Е-волнам каждой из этих областей [9]:

$$A_{Hz}^I = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^I} T_{Hq}^I(x, y) \left( V_{Hq}^I e^{-jk^I z Hq z} + R_{Hq}^I e^{+jk^I z Hq z} \right),$$

$$A_{Ez}^I = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^I} T_{Eq}^I(x, y) \left( V_{Eq}^I e^{-jk^I z Eq z} - R_{Eq}^I e^{+jk^I z Eq z} \right),$$

$$A_{Hz}^{II} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^I} T_{Hq}^I(x, y) \left( V_{Hq}^{II} e^{-jk^I z_{Hq}(z-w)} + R_{Hq}^{II} e^{+jk^I z_{Hq}(z-w)} \right),$$

$$A_{Ez}^{II} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^I} T_{Eq}^I(x, y) \left( V_{Eq}^{II} e^{-jk^I z_{Eq}(z-w)} - R_{Eq}^{II} e^{+jk^I z_{Eq}(z-w)} \right),$$

$$A_{Hy}^{III} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^{III}} T_{Hq}^{III}(x, z) \left( V_{Hq}^{III} e^{-jk^{III} y_{Hq}(y-B)} + R_{Hq}^{III} e^{+jk^{III} y_{Hq}(y-B)} \right),$$

$$A_{Ey}^{III} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^{III}} T_{Eq}^{III}(x, z) \left( V_{Eq}^{III} e^{-jk^{III} y_{Eq}(y-B)} - R_{Eq}^{III} e^{+jk^{III} y_{Eq}(y-B)} \right),$$

$$Z_{Hq}^i = k / k_{z(y)Hq}^i; \quad Y_{Eq}^i = k / k_{z(y)Eq}^i.$$

(1)

В области IV, как это сделано в [2-8], поле представлено в виде суперпозиции гибридных волн двух взаимноперпендикулярных волноводов с постоянными распространения в z- и y- направлениях (электрические стенки при  $y = B$  и  $z = 0$ ,  $z = w$  соответственно). В z-направлении в области связи поле описывается суммой гибридных волн с базисными функциями  $\Pi$ -волновода, в y-направлении — суммой стоячих мод с базисными функциями прямоугольных волноводов IVa и IV b:

$$\vec{A}^{IV} = \vec{A}_z^{IV} + \vec{A}_y^{IV},$$

$$A_{Hz}^{IV} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^I} T_{Hq}^I(x, y) \left( V_{Hq}^{IV} e^{-jk^I z_{Hq}(z-z_0)} + R_{Hq}^{IV} e^{+jk^I z_{Hq}(z-z_0)} \right),$$

$$A_{Ez}^{IV} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^I} T_{Eq}^I(x, y) \left( V_{Eq}^{IV} e^{-jk^I z_{Eq}(z-z_0)} - R_{Eq}^{IV} e^{+jk^I z_{Eq}(z-z_0)} \right),$$

$$A_{Hy}^{IVa} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^{IVa}} T_{Hq}^{IVa}(x, z) (B_{Hq}^+ \cos(k_{yHq}^{IVa}(y-d)) + jB_{Hq}^- \sin(k_{yHq}^{IVa}(y-d))), \quad (2)$$

$$A_{Ey}^{IVa} = - \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^{IVa}} T_{Eq}^{IVa}(x, z) (jB_{Eq}^+ \sin(k_{yEq}^{IVa}(y-d)) + B_{Eq}^- \cos(k_{yEq}^{IVa}(y-d))),$$

$$A_{Hy}^{IVb} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Z_{Hq}^{IVb}} T_{Hq}^{IVb}(x, z) C_{Hq} \sin(k_{yHq}^{IVb} y) / \sin(k_{yHq}^{IVb} d),$$

$$A_{Ey}^{IVb} = \sum_{q=1}^{\infty} \sqrt{Y_{Eq}^{IVb}} T_{Eq}^{IVb}(x, z) C_{Eq} j \cos(k_{yEq}^{IVb} y) / \sin(k_{yEq}^{IVb} d),$$

где  $z_0 = w/2$ ,  $V_{H(E)q}^i$ ,  $B_{H(E)q}^{\pm}$ ,  $C_{H(E)q}$ ,  $i=I-III$ , — неизвестные коэффициенты разложения,  $k_{z(y)H(E)q}^i = \sqrt{k^2 - \chi_c^2}$  — постоянные распространения,  $\chi_c$  — собственные частоты регулярных волноводов,  $Z_{Hq}^i$ ,  $Y_{Eq}^i$  — волновые импедансы. Представления векторов Герца (1), (2) в частных областях удовлетворяют однородному уравнению Гельмгольца и граничным условиям на металле. Компоненты электромагнитного поля определяются из (1), (2) по известным соотношениям (см., например, [7-9]).

Сшивая поперечные компоненты электрического и магнитного полей на стыке волноводов IVa и IVb, получим обобщенную матрицу рассеяния (OMP)  $S_p$ , связывающую между собой амплитуды стоячих волн ( $B^+$ ) и ( $B^-$ ):

$$(B^+) = S_p (B^-); \quad (B^{\pm}) \equiv \left( (B_H^{\pm}), (B_E^{\pm}) \right)^T; \quad (3)$$

$$S_p = M^{IVa, IVb} \text{diag} \left\{ jtgk_{yH, E}^{IVb} d \right\} M^{IVa, IVb T},$$

где матрицы  $M^{IVa, IVb}$  определены в [7-9].

Подчиняя, далее, (1), (2) условиям сопряжения на границах частных областей и проводя необходимые промежуточные преобразования, приходим к эквивалентной формулировке исходной краевой задачи в виде

однородной бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода (СЛАУ-II) относительно неизвестных коэффициентов разложения  $V^i = \left\{ V_q^i \right\}_{q=1}^{\infty}$  ( $i=I-III$ ):

$$\begin{cases} \left( V^I - R^I + V^{II} - R^{II} \right) = -\text{diag} \left\{ j \cdot \text{ctg} k_z^I w \right\} \left( V^I + R^I - V^{II} - R^{II} \right) + \\ + [Q_0 + Q_w] \left( V^{III} + R^{III} \right), \\ \left( V^I - R^I - V^{II} + R^{II} \right) = \text{diag} \left\{ j \cdot \text{ctg} k_z^I w \right\} \left( V^I + R^I + V^{II} + R^{II} \right) + \\ + [Q_0 - Q_w] \left( V^{III} + R^{III} \right), \\ \left( V^{III} - R^{III} \right) = -W \left( V^{III} + R^{III} \right) + F_w \left( V^{II} + R^{II} \right) - F_0 \left( V^I + R^I \right) \end{cases} \quad (4)$$

где

$$T_1 = \text{diag} \left\{ \cos k_y^{IVa} g \right\} S_p + \text{diag} \left\{ j \sin k_y^{IVa} g \right\};$$

$$T_2 = \text{diag} \left\{ j \sin k_y^{IVa} g \right\} S_p + \text{diag} \left\{ \cos k_y^{IVa} g \right\};$$

$$Q_0 = R_0 M^{IVa, III}, \quad Q_w = R_w M^{IVa, III}, \quad W = M^{IVa, III T} T_2 T_1^{-1} M^{IVa, III}.$$

В силу принципа взаимности пассивного устройства, частотно-зависимые матрицы  $Q_0(w)$ ,  $F_0(w)$ , описывающие связь между волнами взаимно-перпендикулярных направлений, связаны соотношением

$$Q_0(w) = F_0^T(w). \quad (5)$$

Из геометрии устройства следует, что матричные элементы с индексами 0 и w отличаются только множителем  $(-1)^k$ , где k — целое число, определяющее критическое волновое число H- и E-волн прямоугольных волноводов IVa, III, и которым задается четность волны по оси z.

Разрешая систему матричных уравнений (4) с учетом (5) относительно неизвестных амплитуд падающих и отраженных волн в областях I-III, получаем искомую ОМР для Т-соединения П-волновода с прямоугольным в Е-плоскости в виде

$$\begin{bmatrix} (R^I) \\ (R^{II}) \\ (V^{III}) \end{bmatrix} = S_S \begin{bmatrix} (V^I) \\ (V^{II}) \\ (R^{III}) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где элементы матрицы  $S_S$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} S_{S31} &= W_S^{-1} \{ M_W S^- - M_0 (S^+ + 2U) \}; \\ S_{S32} &= W_S^{-1} \{ M_W (S^+ + 2U) - M_0 S^- \}; \\ S_{S33} &= W_S^{-1} \{ M_W M^+ - M_0 M^- + 2S_2 \}; \\ S_{S11} &= 0,5 \{ M^- S_{S31} + S^+ \}; \quad S_{S12} = 0,5 \{ M^- S_{S32} + S^- \}; \\ S_{S13} &= 0,5 M^- \{ S_{S33} + U \}; \\ S_{S21} &= 0,5 \{ M^+ S_{S31} + S^- \}; \quad S_{S22} = 0,5 \{ M^+ S_{S32} + S^+ \}; \\ S_{S23} &= 0,5 M^+ \{ S_{S33} + U \}; \end{aligned} \quad (7)$$

а матрицы в (7) имеют вид

$$\begin{aligned} W_S &= 2U - M_W M^+ + M_0 M^-, \\ U_C^\pm &= U \pm j \cdot \text{diag} \{ \text{ctg}(k_z^I z_0) \}, \quad U_T^\pm = U \pm j \cdot \text{diag} \{ \text{tg}(k_z^I z_0) \}, \\ S_C &= U_C^{-1} U_C^+, \quad S_T = U_T^+{}^{-1} U_T^-, \quad S^\pm = S_T \pm S_C, \\ S_2 &= (U + W)^{-1} (U - W); \quad M_{0(W)} = (U + W)^{-1} F_{0(W)}; \\ M_C &= U_C^{-1} (F_W + F_0)^T, \quad M_T = U_T^+{}^{-1} (F_W - F_0)^T, \\ M^\pm &= M_T \pm M_C. \end{aligned} \quad (8)$$

Явный вид элементов матриц  $F_{0(w)}$  с базисными функциями П-волновода из [7] довольно громоздкий и поэтому здесь не приводится.

При диэлектрическом заполнении  $\epsilon$  области связи IV волноводного тройника [6] в разложениях (2) поменяются только выражения для постоянных распространения и волновых импедансов:

$$\begin{aligned} k_{z(y)M}^{I(IV)}(\epsilon) &= \sqrt{\epsilon k^2 - k_{cM}^2}, \\ Z_{Hq}^{I(IV)}(\epsilon) &= k / k_{z(y)Hq}^{I(IV)}(\epsilon); \quad Y_{Eq}^{I(IV)}(\epsilon) = \\ &= k / k_{z(y)Eq}^{I(IV)}(\epsilon), \quad M = Hq, Eq \end{aligned} \quad (9)$$

где индекс IV относится также к прямоугольным волноводам IVa, IVb в этой области. Общий вид системы линейных матричных уравнений (4) и ее решение (6) - (8) не изменятся, однако в матричных элементах появятся множители, определяющие отражение волн от диэлектрической границы. При наложении граничных условий для поперечных составляющих электрического поля на стыке областей I-II с областью связи IV диагональные матрицы  $U_C^\pm$ ,  $U_T^\pm$  из (8) приобретают вид

$$\begin{aligned} U_C^\pm &= U_\pm j \cdot \text{diag} \left\{ \text{ctg} \left( k_z^I(\epsilon) z_0 \right) \right\} \cdot K^I(1, \epsilon); \\ U_T^\pm &= U_\pm j \cdot \text{diag} \left\{ \text{tg} \left( k_z^I(\epsilon) z_0 \right) \right\} \cdot K^I(1, \epsilon); \\ K^I(1, \epsilon) &= \text{diag} \left\{ Z^I(1) \cdot Y^I(\epsilon) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку T-соединение имеет также плоскость симметрии  $z=w/2$  (рис. 1), при граничном условии электрической стенки в этой плоскости получается  $90^\circ$ - излом П-волновода в Е-плоскости. В этом случае система (4) распадается на две независимых подсистемы, решение каждой из которых дает ОМР волн на  $90^\circ$ - изломе.

Как указано в [5], коэффициенты разложения поля (1) - (2) принадлежат пространству бесконечных последовательностей  $\tilde{h}_2$ , что обеспечивает возможность аппроксимации решения бесконечной СЛАУ (4) решением конечной (редуцированной) СЛАУ. Полученные выражения для ОМР волн на T-соединении позволяют исследовать все режимы работы устройства в заданном диапазоне частот.

## 2. Численная реализация алгоритма и результаты расчета

Численные расчеты характеристик рассеяния тройника проведены с помощью алгоритма, предложенного в [7,8]. При расчетах ОМР Т-соединения учитывалось по 12 типов Н- и 7 типов Е - волн, а при расчете собственных волн П-волноводов - до 40 членов ряда Фурье при точности расчета критических чисел  $\epsilon = 10^{-4}$ , что позволило обеспечить высокую точность полученных результатов.

Для П-волноводов высотой  $b = 0,5$  и  $b = 0,9$  (с различной полосой пропускания [10]) были рассчитаны частотные характеристики рассеяния в зависимости от высоты гребня П-волновода  $d$ , от ширины щели  $w$  (высота прямоугольного волновода) и от значения диэлектрической постоянной  $\epsilon$  в области связи, в области частот  $k = 1,6 - 6,5$  (при  $\epsilon = 1$  в безразмерных единицах, за единицу принята полуширина П-волновода  $A$ ). Выбор частотного диапазона обусловлен тем, что в его пределах можно рассмотреть как одномодовый, так и многомодовый режимы работы устройства, при этом частотный параметр  $(A/\lambda) = k/2\pi$  меняется в пределах от 0,25 до 1. Для П-волновода высотой  $b = 0,9$  в рассматриваемом диапазоне выполняется условие распространения 1—2 (в зависимости от  $d$ ) волн Е-типа. На приведенных ниже рисунках границы одномодового диапазона отмечены стрелкой.

На рис. 2а,б представлены модули коэффициентов передачи волны

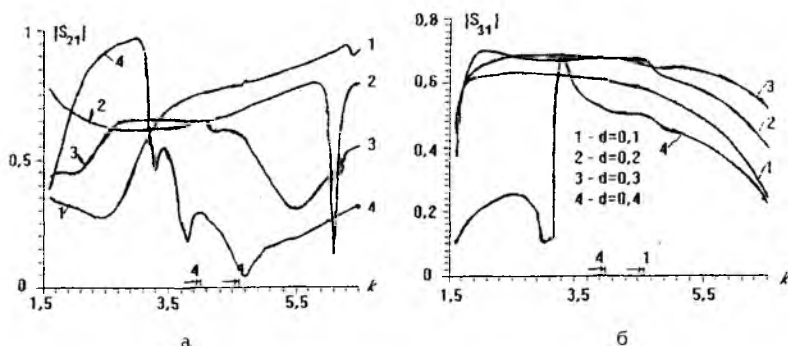


Рис.2

$H_{10}$  П-волновода I высотой  $b = 0,5$  в волноводы II и III в зависимости от высоты гребня  $d$  в полосе частот. В рассматриваемом диапазоне частот условие распространения выполняется для трех волн Н-типа П-

волновода. Сравнение полученных характеристик показывает возможность увеличения коэффициента передачи этой волны в волновод II в более низкочастотной области при больших (по сравнению с  $b$ ) значениях  $d$  (кривая 4 на рис. 4.2а). Кроме того, при "средних" значениях высоты гребня ( $d = 0,2$ ,  $d = 0,3$ ) повышается коэффициент передачи волны  $H_{10}$  в перпендикулярное плечо (кривые 2—3 на рис. 2б). При больших  $d$ - $b$  частотная характеристика коэффициентов передачи немонотонна и для перпендикулярного плеча носит резонансный характер (кривая 4 на рис. 2б). Кривая 2 на рис. 2а на частоте 6,1 имеет резонанс, связанный с частотой свободного колебания тройника. Методика расчета комплексного спектра свободных колебаний Т-соединения и связь спектральных характеристик с резонансными для Н-плоскостного тройника приведена в [5]. Как показывает анализ характеристик рассеяния, в случае Е-плоскостного тройника резонанс на частоте свободного колебания характеризуется высокими значениями (до 2—2,5) амплитуды затухающей волны  $E_{11}$  плеча III. При этом происходит сильное отражение падающей волны  $H_{10}$  П-волновода.

Подобные особенности поведения частотных характеристик имеют место и в случае тройника на стандартном П-волноводе высотой  $b = 0,9$  [7]. Однако, в отличие от приведенных выше характеристик, частотные характеристики рассеяния для широкого П-волновода содержат больше резонансных пиков, что связано с существованием в этом диапазоне большего числа распространяющихся волн как Н-, так и Е-типа, уносящих энергию излучения из открытой области связи на частотах свободных колебаний и отсечки.

В силу свойства взаимности обобщенной S-матрицы, частотные зависимости, изображенные на рис. 2б, описывают также частотные характеристики симметричного возбуждения волноводного тройника, т.е. модуль коэффициента передачи волны  $H_{10}$  волновода III в волноводы I и II. Прошедшие волны противоположны по фазе, а модуль коэффициента передачи в перпендикулярное плечо достигает 0,7 (половины мощности падающей волны).

На рис. 3а и 3б приведены графики частотной зависимости коэффициентов отражения волны  $H_{10}$  волновода III в зависимости от  $w$  для обоих случаев геометрии П-волноводов (симметричное возбуждение). Рабочая полоса частот оптимального делителя мощности в одномодовом диапазоне для первого П-волновода ( $b = 0,5$ ) — 20 и 13 % (кривые 4 и 5 на рис. 3а), для второго П-волновода ( $b = 0,9$ ) — 38 % (кривая 3 на рис. 3б). Ширина полосы определена по уровню ослабления отраженной волны типа  $H_{10}$   $|S_{33}| = -15$  дБ. В многомодовом режиме характеристики  $|S_{33}|$  на рис. 3б имеют резонансное ослабление в узкой полосе частот

$k = 4,7 - 4,9$  при  $w \leq 0,6$ . Анализ показал, что это связано с резонансным отражением (больше половины) мощности падающей волны  $H_{10}$  в волну  $H_{30}$  волновода III, что также обусловлено собственным колебанием тройника вблизи частоты отсечки этой волны  $k_{H30} = 3\pi/2 \approx 4,71$ . Для П-волновода высотой  $b = 0,5$  выполнение условия излучения для волны  $H_{30}$  прямоугольного волновода отмечено слабым изломом частотной характеристики отражения волны  $H_{10}$  на этой частоте (кривые 1 - 4 на рис. 3а).

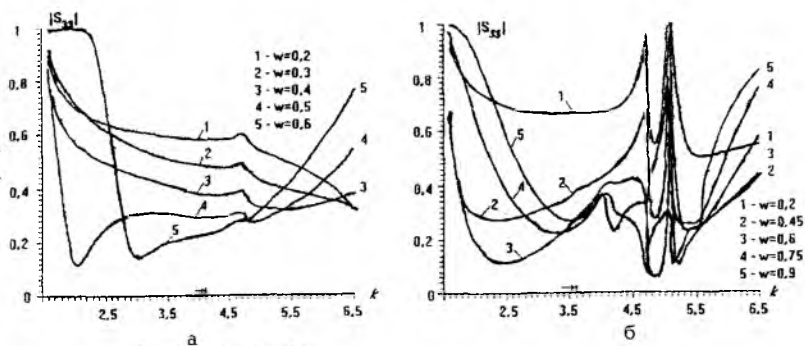
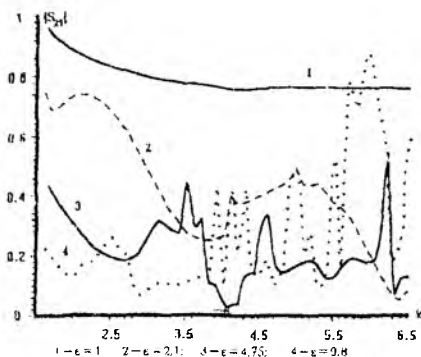


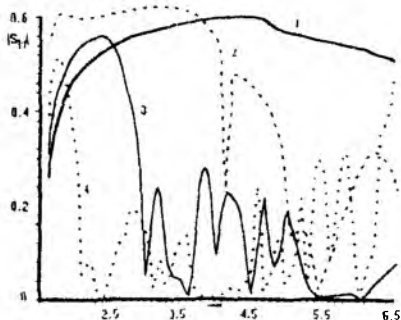
Рис.3

Зависимость частотных характеристик несимметричного возбуждения тройника на П-волноводе высотой  $b = 0,5$  при  $w = 0,2$  с диэлектрическим резонатором в области разветвления показаны на рис. 4а,б. Видно, что с увеличением значения диэлектрической постоянной  $\epsilon$  передаточные характеристики тройника, за исключением отдельных резонансных пиков, значительно ухудшаются за счет отражений от диэлектрика и содержат многочисленные резонансы. Только при  $\epsilon = 2,1$  (кривая 2 на рис. 4б) коэффициент передачи основной волны в плечо III в нижней области частот выше, чем при  $\epsilon = 1$ . Резонансный характер поведения частотных характеристик с увеличением  $\epsilon$  обусловлен, как показано в [6], возбуждением в диэлектрическом резонаторе большего числа мод, чем в подводящих плечах, и межмодовым их взаимодействием.

В целом, результаты расчетов Е-плоскостного Т-соединения на П-волноводах показывают, что с переходом в диапазон более высоких частот, когда в плечах тройника существует по несколько распространяющихся волн, отклики характеристик рассеяния на собственные колеба-



а



б

Рис.4

ния открытой области связи наиболее выражены у Е-тройников на П-волноводе высотой порядка полуширины его широкой стенки.

### Заключение

Предложенный в работе подход к анализу характеристик рассеяния Т-соединения П-волновода с прямоугольным может быть использован для расчета многоплечих волноводных сочленений с другой геометрией ВСС (Т-Н-, крестообразной и др.). Полученное решение легко обобщается на случаи диэлектрического наполнения области связи и любого подводящего плеча.

**Список литературы:** 1. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Резонансное рассеяние волн: В 2-х т. Т2. Волноводные неоднородности. Киев: Наук. думка, 1986. 214 с. 2. Михайлевский В.С., Переяславец М.Л., Синеньников Ю.М., Сивяцкий Г.П. Т-образное сочленение прямоугольных волноводов // Радиотехника и электроника, 1982. Т.27. № 8. С. 1478-1485. 3. Кириленко А.А., Рудь Л.А., Ткаченко В.И. Дифракция на Е-плоскостном изломе прямоугольного волновода // Радиотехника и электроника, 1985. Т.30, № 5 С. 918-924. 4. Рудь Л.А. Т-соединение сверхразмерных прямоугольных волноводов в Е-плоскости // Изв. вузов. Радиофизика, 1985. Т.28, № 2. С. 285-306. 5. Рудь Л.А. Свободные колебания Н-плоскостного волноводного тройника // Радиотехника и электроника, 1988. Т.33, №10. С. 2034-2042. 6. Пятак Н.И., Кулаков О.В., Мизерник В.Н. Дифракция волны Н<sub>10</sub> на диэлектрическом резонаторе в Т-образном разветвлении прямоугольных волноводов // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1995. Т.38, № 9 С.12-20. 7. Крыжановский В.Г., Рассохина Ю.В. Дифракция волны Н<sub>10</sub> на Т-образном разветвлении прямоугольного и П-волноводов // Препринт ДовФТИ-95-2. Донецк, 1995.30 с. 8. Крыжановский В.Г., Рассохина Ю.В. Анализ ВМП методом обобщенных матриц рассеяния // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1996. Т.39, № 2. С.57-63. 9. Bornemann J., Arndt F. Modal-S-matrix design of optimum stepped and finned

Поступила в редколлегию 24.01.97

УДК 621.385.64

*А.В.ВАСЯНОВИЧ*, канд. физ.- мат. наук,  
*Г.И.ЧУРЮМОВ*, канд. техн. наук

## **ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ НА УРОВНИ ГАРМОНИК В АМПЛИТРОНЕ**

---

Отсутствие идеального согласования замедляющей системы (ЗС) с устройствами ввода и вывода, как показывают проведенные исследования [1], является одной из причин ухудшения выходных характеристик магнетронных усилителей, что проявляется в увеличении амплитудных и фазовых искажений основного сигнала. Количественно величина данных искажений зависит от модуля и фазы коэффициента отражения. Тот факт, что при определенных значениях данных параметров характеристики основного сигнала ухудшаются, позволяет использовать его для управления уровнями побочных колебаний и, в частности, уровнями высших временных гармоник основного сигнала.

В статье приводятся результаты численного моделирования многочастотного режима работы амплитрона при рассогласованной нагрузке. При этом основное внимание уделяется анализу зависимости электронно-волнового механизма многочастотного взаимодействия от величины и фазы коэффициента отражения на выходе усилителя. Для проведения исследований воспользуемся многопериодной математической моделью амплитрона, подробно описанной в работе [2].

Учет отраженных волн позволяет рассматривать движение электронного потока в суммарном ВЧ поле двух волн: падающей и отраженной. Амплитуды и фазы данных волн связаны следующими соотношениями :

$$A_{-n}(\varphi_{\text{вых}}) = |\Gamma_n| A_{+n}(\varphi_{\text{вых}});$$

(1)

$$A_{-n}(\varphi_{\text{вых}}) = |\Gamma_n| A_{+n}(\varphi_{\text{вых}}),$$

где  $\varphi_{\text{вых}}$  — азимутальная координата расположения устройства вы-  
вода энергии;

$|\Gamma_n|$  и  $\Phi_0$  — модуль и фаза коэффициента отражения ВЧ волны на  
частоте  $n\omega$ .

Выражение для составляющих суммарного ВЧ поля падающих и отра-  
женных волн имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \sum_n [A_{+n} F_{+n}^r \sin \Phi_{+n}^* - A_{-n} F_{-n}^r \sin \Phi_{-n}^*]; \\ \varepsilon_\varphi &= \sum_n [A_{+n} F_{+n}^\varphi \cos \Phi_{+n}^* - A_{-n} F_{-n}^\varphi \cos \Phi_{-n}^*], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $F_{\pm n}^{r,\varphi}$  — структурные функции ВЧ поля.

Дополнение математической модели амплитрона, представленной в  
работе [2] выражениями (1) и (2), а также соответствующими уравне-  
ниями возбуждения на частотах рассматриваемых падающих, и отра-  
женных волн позволяет строго в рамках самосогласованной постановки  
задачи рассмотреть и проанализировать влияние, которое оказывают  
отраженные от выходного устройства амплитрона ВЧ волны на основ-  
ной сигнал частоты  $\omega$  и его гармоники ( $2\omega$ ,  $3\omega$  и  $4\omega$ ).

Расчеты проводились для амплитрона, основные параметры которо-  
го приведены в [3]. Предполагается, что дисперсия ЗС отсутствует и по-  
стоянные распространения "холодных" ВЧ волн на частотах  $n\omega$   
 $\gamma_n = n\gamma_1$ , а значения сопротивления связи для основного сигнала и его  
гармоник задавались  $R_1=50$ ;  $R_2=8$ ;  $R_3=1$ ;  $R_4=0,1$  Ом. Для определения  
условий рассогласования полагаем, что в полосе частот усилителя зна-  
чение модуля коэффициента отражения  $|\Gamma_1| = 0,13$ . Соответствующие  
значения модуля коэффициента отражения на частотах гармоник  $2\omega$   
 $3\omega$  и  $4\omega$  выбираются  $|\Gamma_2| = 0,26$ ,  $|\Gamma_3| = 0,42$  и  $|\Gamma_4| = 0,52$ . Варьрова-  
ние значениями  $|\Gamma_n|$  позволяет изменять условия рассогласования. Диа-  
пазон данных изменений модуля коэффициента отраже-  
ния  $|\Delta\Gamma_1| = \pm 0,05$ ;  $|\Delta\Gamma_2| = \pm 0,1$ ;  $|\Delta\Gamma_3| = \pm 0,15$ ;  $|\Delta\Gamma_4| = \pm 0,2$ .

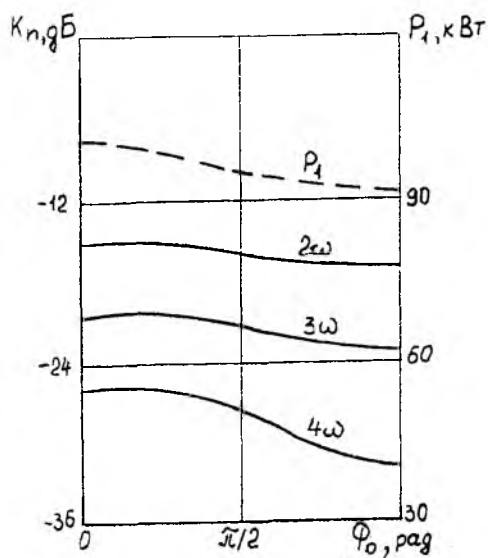


Рис.1

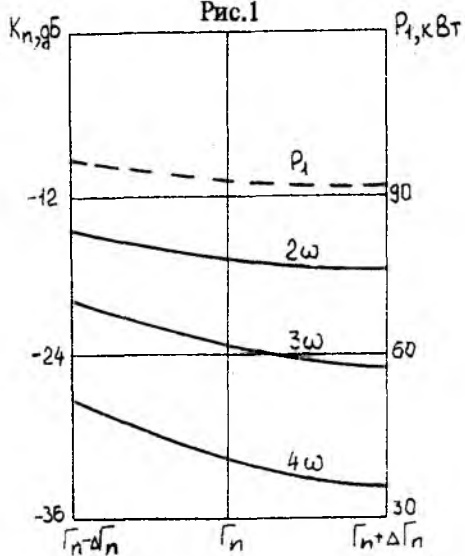


Рис.2

Результаты моделирования представлены на рис. 1 и 2. Зависимость уровней основного сигнала и его гармоник от фазы отражения показаны на рис.1. Необходимо отметить, что уровни гармонии являются нормированными к уровню основного сигнала и рассчитываются по формуле  $k_n = 10 \lg P_n / P_1$ , где  $P_n$  - мощность ВЧ сигнала на частоте  $n\omega$ . Из представленных на рисунке зависимостей видно, что изменение фазы отраженных волн в диапазоне  $0 \leq \Phi_0 \leq \pi$  приводит к изменению уровней основного сигнала, так и его гармоник. Максимальное влияние на электронно-волновой процесс отраженные волны оказывают в случае, когда  $\Phi_0 = \pi$ , что соответствует противофазному распределению ВЧ полей падающих и отраженных волн. Увеличение в этом случае модуля коэффициента отражения  $|\Gamma_n|$  в 1,4 раза приводит к дальнейшему монотонному уменьшению уровней основного сигнала и его гармоник (рис.2). При этом понижение уровней гармоник составляет: второй - 23,8%, третьей - 23,5% и четвертой - 32,8% по отношению к их максимальным уровням в децибелах, соответствующих выбранному режиму работы усилителя.

Таким образом, проведенные теоретические исследования показывают принципиальную возможность подавления гармоник в пространстве взаимодействия амплитрона за счет изменения условий рассогласования с нагрузкой на частотах гармоник. Установлено, что величина данного подавления зависит от модуля и фазы коэффициента отражения.

**Список литературы:** 1. *Петроченко В.И.* Влияние отражений на фазочастотные и амплитудочастотные характеристики магнетронного усилителя // *Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ.* 1968. Вып.4. С.18-38. 2. *Васильевич А.В.* Численная модель многочастотного взаимодействия в усилителях с распределенной эмиссией // *Радиотехника.* 1987. Вып.80. С.90-96. 3. *Чурюмов Г.И.* Расчет стационарных рабочих характеристик амплитрона методом численного моделирования // *Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ.* 1987. Вып.7. С.38- 42.

*Поступила в редакцию 18.01.95*

*Ю.Н.АЛЕКСАНДРОВ*, канд. техн. наук,  
*А.В.АРХИПОВ*, канд. техн. наук,  
*Г.Г.КАНАРИК*, канд. техн. наук

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАТОРА НА ДИОДЕ ГАННА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТА ПЕРЕСТРОЙКИ**

---

Распространенным способом электрической перестройки частоты генераторов является включение в СВЧ-цепь диода Ганна-варактора, обеспечивающего максимальную скорость перестройки при минимальных габаритах и массе и незначительной потребляемой мощности.

Целью данной работы является широкое исследование влияния геометрических параметров колебательной системы на диапазонные характеристики генератора Ганна с варакторной перестройкой частоты, а также проверка возможности использования методики расчета стержневых держателей для генераторов, описанной в [1], так как реактивное сопротивление, вычисленное по методике [2], существенно зависит от количества членов ряда Фурье.

В работе проведены теоретические исследования (с экспериментальной проверкой отдельных результатов) влияния размеров стержневых держателей диода Ганна и варактора, длины короткозамкнутого отрезка, расстояния между варактором и диодом, их электрических параметров на изменение частотной характеристики генератора.

Генератор Ганна с параллельным включением варактора представляет собой волноводную конструкцию с двумя стержневыми держателями, расположенными посредине широкой стенки на одной оси вдоль распространения волны. На одном из держателей находится диод Ганна АА 727А, на другом - варактор типа АА 631А. В цепи питания диода и варактора включены фильтры нижних частот. Настройка и перестройка частоты, а также регулировка мощности могут осуществляться изменением положения короткозамыкающего поршня, расположенного справа от варакторного держателя.

Варактор имеет коэффициент перекрытия 2,2 и емкость при напряжении 6 В равную 0,1 пФ. В миллиметровом диапазоне волн емкость корпуса  $C_K$  составляет 0,1пФ,  $L_K$  - 0,1 Гн,  $R_S \sim 10$  м [3]. Предельное напряжение для указанного типа варактора равно 40 В.

С учетом технологических факторов переменная емкость вычисляется как

$$C(u) = \sqrt{\frac{0,25839}{10,461 + u}} \text{ пФ.}$$

Мощность диода Ганна в 8-миллиметровом диапазоне волн не превышает 50 МВт при напряжении 3 - 4 В и токе 0,8 - 1 А.

Частотная характеристика генератора на диоде Ганна с параллельным включением элемента перестройки исследуется путем машинного анализа уравнения, связывающего частоту с геометрическими размерами колебательной системы, технологическими и электрическими параметрами диодов. Указанное уравнение можно получить, приравняв нулю общее реактивное сопротивление эквивалентной схемы (рис. 1а), где  $L_K$ ,  $C_K$ ,  $R_K$  — индуктивность, емкость корпуса и сопротивление потерь варактора;

$C(u)$  — переменная емкость, создаваемая изменением напряжения на варакторе;

$X_{Lb}$ ,  $X_{bb}$ ,  $X_{Ld}$ ,  $X_{dd}$  — эквивалентные параметры сторожевых держателей, на которых располагается варактор и диод Ганна соответственно;

$R_d$ ,  $X_d$  — активное и реактивное сопротивления диода Ганна, которые определяются экспериментально в зависимости от частоты [4].

Слева на эквивалентной схеме генератор нагружен на волновое сопротивление волновода  $Z_0$ , справа — короткозамкнутым отрезком

$$Z_{кз} = Z_0 \operatorname{tg} \beta l_{кз},$$

где  $l_{кз}$  — длина короткозамкнутого отрезка;

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_b} \quad (\lambda_b - \text{длина волны в волноводе}).$$

При расчете реактивного сопротивления стержневых держателей использовались соотношения для стержня круглого поперечного сечения, установленного параллельно вектору электрического поля в центре поперечного сечения волновода, в котором распространяется  $H_{10}$  — волна [1].

$$X_{bb} = Z_0 \frac{a}{\lambda_b} \frac{\left(\frac{\pi d}{a}\right)^2}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \left(S_2 + \frac{3}{4}\right)},$$

$$X_{Lb} = \frac{X_{bb}}{2} + \frac{aZ_0}{2\lambda_b} \left[ S_0 - \left( \frac{\pi d}{2\lambda} \right)^2 - \frac{5}{8} \left( \frac{\pi d}{2\lambda} \right)^4 - 2 \left( \frac{\pi d}{2\lambda} \right)^4 \times \right. \\ \left. \times \left( S_2 - 2S_0 \frac{\lambda^2}{\lambda_b^2} \right)^2 \right],$$

$$S_0 = 4 \frac{a}{\pi d} - 2 + 2 \sum_{n=3,5}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2 - (2a/\lambda)^2}} - \frac{1}{n} \right],$$

$$S_2 = \ln \frac{4a}{\pi d} - \frac{5}{2} + \frac{11}{3} \left( \frac{\lambda}{2a} \right)^3 - \left( \frac{\lambda}{2a} \right)^2 \times \\ \times \sum_{n=3,5}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2 - (2a/\lambda)^2}} - n + \frac{2}{n} \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2 \right],$$

где  $a$  - ширина стенки волновода;  
 $d$  - диаметр стержня.

Исследование влияния числа членов ряда Фурье на изменения частотной характеристики показали, что учет 10 членов ряда дает результаты, отличающиеся от случая учета пяти членов ряда менее, чем на 0,2%. В связи с этим, при расчете характеристического уравнения в выражениях, стоящих под знаком суммы, учитывалось только по пять членов ряда.

Такое приближение при вычислении реактивного сопротивления стержневых держателей не вносит существенных расхождений между теоретическими и экспериментальными результатами.

Комплексное сопротивление диода Ганна и варактора согласно эквивалентной схеме может быть представлено следующими соотношениями:

$$Z = R + jX,$$

где

$$R = R_d / V,$$

$$X = - \frac{\omega C_{kd}(R_d^2 + X_d^2) - X_d}{V},$$

$$V = (\omega C_{kd}R_d)^2 + (\omega C_{kd}X_d - 1)^2; \quad Z_b = R_b + jX_b,$$

где

$$R_b = R_S / S,$$

$$X_b = -[R_s^2 \omega C_k + \omega L_b - \frac{1}{\omega C(u)}][\omega^2 C_k L_b - 1 - \frac{C_k}{C(u)}] / S,$$

$$S = (\omega C_k R_S)^2 + [\omega^2 C_k L_b - (1 + \frac{C_k}{C(u)})]^2.$$

При изменении длины волны от 7,25 до 14 мм, а также напряжения на варакторе от 0 до 40 В, реактивная часть сопротивления варактора составляла от 5 до 40 Ом. Причем в отсутствие напряжения на варакторе она меняла знак.

Активная составляющая сопротивления была низкоомной и находилась в пределах (1,5-2) Ом.

Активная и реактивная составляющие комплексного сопротивления диода Ганна в том же диапазоне длин волн с учетом экспериментально измеренных  $R_d$  и  $X_d$  варьировались от -1 до -7 Ом и от -20 до -30 Ом соответственно. Эквивалентная схема (рис.1,а) после некоторых преобразований приводится к виду, показанному на рис. 1,б, в которой

$$Z_1 = Z_0 - j \frac{X_{dd}}{2}, \quad Z_2 = R + j(X + X_{Ld}),$$

$$Z_3 = R_b + j(X_b + X_{Lb}), \quad Z_4 = j(Z_0 \operatorname{tg} \beta l_K \mp \frac{X_{bb}}{2}).$$

По отношению к зажимам а — а слева, сопротивление преобразованной схемы

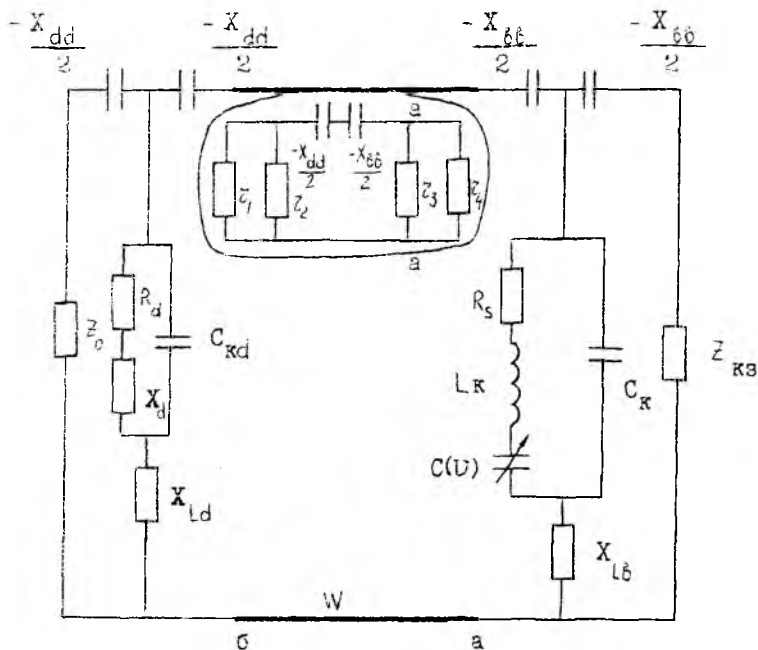


Рис.1

$$Z_{aa}^c = Z_0 \frac{Z_{12} + jZ_0 \operatorname{tg} \beta W}{Z_0 + j \operatorname{tg} \beta W * Z_{12}} - \frac{X_{bb}}{2},$$

где

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{X_{dd}}{2},$$

а справа

$$Z_{aa}^{\Pi} = \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}.$$

Искомое уравнение находится выделением мнимой части из суммы и приравнованием ее нулю.

Для исследования общих закономерностей частотных диапазонных свойств генератора на диоде Ганна целесообразно исключить из анализа конкретные значения геометрических размеров колебательной системы и проводить исследования для нормированных (относительных) величин. Наиболее удобно пронормировать размеры к ширине стенки волновода  $a$ .

Для приведенных зависимостей на рис.2 диаметры стержневых держателей были фиксированы и равны 0,187, длина короткозамкнутого отрезка  $l_{кз}$  (от стенки до оси держателя варактора) - 0,736, а расстояние  $W$  между осями держателей 0,764.

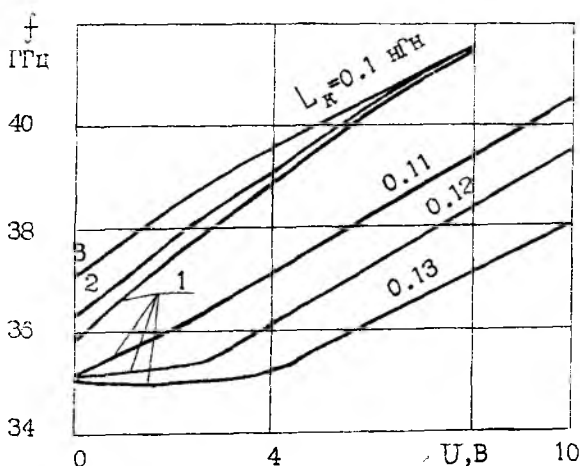


Рис. 2

Емкость корпуса диода Ганна также была фиксирована ( $C_K = 0,21$  пФ) (хотя ее вариация в пределах 100 % от первоначальной практически не влияла на изменение положения частотной характеристики). Это объясняется слабой связью между диодом Ганна и варактором (расстояние  $W$  близко к половине длины волны в волноводе). Емкость корпуса варактора составляла 0,1 пФ. Цифрами 1-3 обозначены кривые,

которым соответствует длина короткозамкнутого отрезка  $l_{кз} = 0,7361; 0,708; 0,68$ .

Из графиков видно, что незначительное изменение частоты в пределах 1-3 % имеет место при отсутствии напряжения на варакторе. В верхней же части диапазона перестройки отклонение практически не наблюдается.

Существенное влияние на изменение частотной характеристики оказывает разброс параметров варактора, что приводит к трудностям в настройке генератора на заданный диапазон частот, а также на выбор диаметра стержневого держателя варактора. В частности, увеличение индуктивности  $L_K$  выводов варактора приводит к падению крутизны характеристики в длинноволновой части диапазона, к смещению края диапазона изменения напряжения на варакторе (рис.2). Например, увеличение  $L_K$  на 30% от первоначального ( $L_K = 0,1$  нГн) при напряжении на варакторе 6 В изменяет частоту примерно на 10%. Емкость корпуса варактора менее сказывается на изменении частотной характеристики, чем индуктивность. Увеличение  $C_K$  в два раза сдвигает край перестройки на 1%.

Пологость частотной характеристики в нижней части диапазона объясняется приближением друг к другу резонансных частот контуров, образованных областью короткозамкнутого отрезка и варактором со стержневым держателем. Причем, при совпадении резонансных частот изменение напряжения на варакторе не обеспечивает перестройку генератора, так как контур варактор— держатель менее добротный, чем короткозамкнутый отрезок.

Результаты расчета показывают, частота генерации очень критична к выбору диаметра стержневого держателя варактора (эксперимент подтверждает). Достаточно его изменить на 10% , чтобы выйти из диапазона перестройки. Причем крутизна характеристики сильно падает при уменьшении диаметра. Чтобы обеспечить выбор заданного параметра держателя, необходимо заранее знать индуктивность выводов, либо подобрать варакторный диод. В противном случае настроить генератор в нужном диапазоне частот крайне затруднительно.

На рис.3 показана зависимость частоты генерации от напряжения на варакторе для различных значений диаметра держателя варактора. Сплошными и штриховыми линиями представлены зависимости для значений  $C_K = 0,1$  пФ,  $W = 0,704$ ,  $L_{кз} = 0,736$ ,  $C_{kd} = 0,21$  пФ. Первая цифра на кривой определяет диаметр держателя, вторая - индуктивность выводов (нГн).

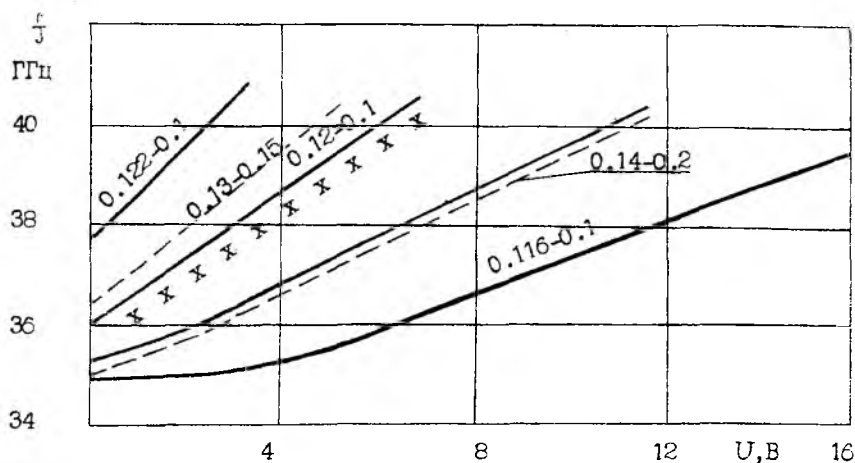


Рис. 3

Анализ показывает, что одна и та же полоса перестройки достигается при различном диапазоне напряжений. Следует отметить, что изменением диаметра держателя можно добиться оптимальной величины генерируемой мощности, т.е. контур варактор— держатель настраивать на резонансную частоту. Подобную настройку можно выполнить и изменением высоты держателя, однако в небольших пределах и в небольшом диапазоне частот.

Диаметр держателя диода Ганна не оказывает заметного влияния на диапазонные и частотные свойства генератора, поэтому его выбор должен осуществляться только исходя из технологических и конструктивных соображений.

На рис.4 показано изменение частоты генерации от положения короткозамыкающего поршня для фиксированного диаметра обоих держателей  $d = 0,167$ ,  $W = 0,736$ ,  $C_K = 0,1$  пФ,  $L_K = 0,1$  нГн и  $u = 0$ . Анализ показывает, что чем меньше  $I_{K3}$ , тем больше крутизна характеристики. На частоте 38 ГГц, для первого резонанса она составляет 10 ГГц/мм, второго - 2,5 ГГц/мм, третьего - 1,5 ГГц/мм.

Поэтому, длину короткозамкнутого отрезка для фиксированного резонанса следует выбирать исходя из диапазона частот (например, в области первого резонанса  $I_{K3} = 6,736$ , третьего - 2,3), так как вид кривой при электрической перестройке практически повторяет кривую при ме-

ханической перестройке. Кроме того, с увеличением напряжения частота генерации смещается от частоты собственного резонанса короткозамкнутого отрезка в коротковолновую область.

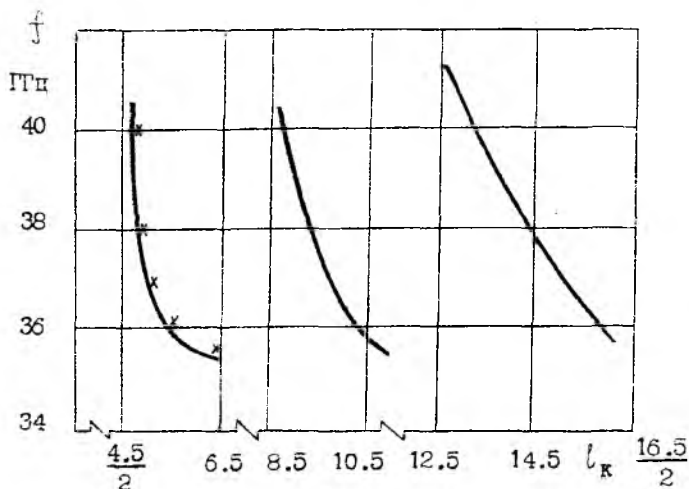


Рис.4

Три кривые, приведенные на рисунке, объясняются числом полуволи, укладывающихся на длине  $l_{кз}$ .

Представленные результаты (рис. 3,4) экспериментальных исследований частотной характеристики генератора были получены для генератора с конкретными размерами колебательной системы (экспериментальные точки обозначены крестиками).

Замена варакторного диода однотипным приводила к сдвигу частотной характеристики в разные стороны от 1 до 5 %, причем, сам характер частотной характеристики не изменился.

#### Заключение

1. Генератор с параллельным включением элемента перестройки может обеспечить полосу перестройки не менее 10 %.

2. Изменением положения короткозамыкающегося поршня можно получить добротность колебательной системы, обеспечив необходимую стабильность частоты, характерную для данных типов устройств.

3. Генератор критичен к разбросу параметров варактора, что может привести к выходу из заданного диапазона перестройки.

4. Исследования показали, что с учетом возможных вариаций размеров колебательной системы и параметров диодов в диапазоне 23,5 - 41,5 ГГц наблюдается один вид колебаний, что подчеркивает широкополосность генератора.

5. Одинаковая полоса перестройки обеспечивается меньшим в 2 - 3 раза напряжением по сравнению с генератором, имеющим последовательное включение варактора.

**Список литературы:** 1. *Справочник по волноводам* / Под ред. Я.Н.Фельда. М.: Сов. радио, 1952. А31 с. 2. *Биченко В.Г., Усанов Д.А.* Методы расчета волноводных устройств со стержневыми держателями // *Зарубежная радиоэлектроника*. 1982. N 10. С.69-82. 3. *Гассанов Л.Г., Липатов А.А., Марков З.З., Могильченко Н.А.* Твердотельные устройства СВЧ в технике и связи. М.: Радио и связь, 1988. 285 с. 4. *Лукомский В.П., Олейник Е.Н.* Измерение параметров эквивалентной схемы корпуса СВЧ диода в миллиметровом диапазоне длин волн // *Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ*. 1978. N 5. С. 52-59.

*Поступила в редколлегию 18.02.94*

УДК 621.396

*А.И. КОЗАРЬ*, канд. физ.-мат. наук,  
*Н.И. УКРАИНЕЦ*, канд. физ.мат. наук

## **РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ТРУБЧАТОМ И СПЛОШНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРАХ В ВОЛНОВОДЕ**

---

Известно, что применение диэлектрических резонансных рассеивателей (ДРР) в устройствах СВЧ, наряду с улучшением электродинамических характеристик, способствует уменьшению их массогабаритных параметров. Использование ДРР в форме трубок и шайб [1,2] показало перспективы дальнейшей миниатюризации различных СВЧ-устройств: фильтров на основе волноводных и жестких коаксиальных линий передачи, антенных преселекторов, мультиплексоров и т. д.

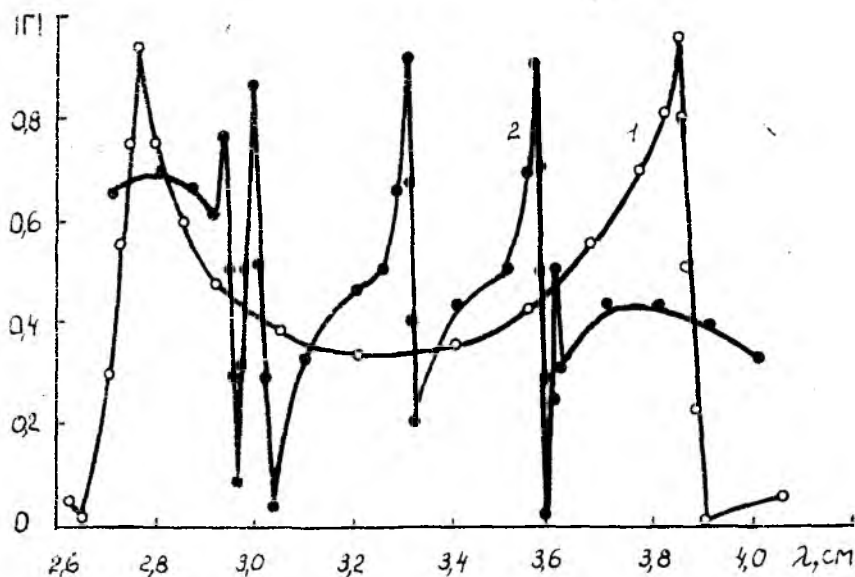
В качестве ДРР обычно применяются диэлектрические элементы малых размеров по сравнению с длиной электромагнитной волны, изготовленные из материалов с высокой диэлектрической проницаемостью и малыми потерями. Хотя ДРР различных форм к настоящему времени исследованы и теоретически, и экспериментально, однако для диэлектрических трубчатых рассеивателей в прямоугольных волноводах их свойства изучены недостаточно полно.

Цель данной работы — экспериментально исследовать резонансное отражение электромагнитных волн от диэлектрических цилиндрических трубок малых размеров в прямоугольном волноводе и сопоставить полученные результаты с аналогичными для сплошных цилиндров таких

же объемов и одинаковым соотношением осей и изготовленных из тех же материалов.

Сопоставление характеристик рассеяния рассматриваемых ДРР представляет интерес с точки зрения экспериментальной проверки известной эквивалентности рассеяния электромагнитных волн на телах одинаковых объемов и равным соотношением осей. Ранее было показано [3], что такая эквивалентность характеристик рассеяния имеет место лишь в нерезонансной области. Характеристики рассеяния для диэлектрических куба и шара равных объемов, а также сплошного цилиндра и эллипсоида вращения одинаковых объемов с равным соотношением соответствующих осей существенно различаются в области резонансов.

На рисунке представлены экспериментальные зависимости модуля коэффициента отражения от длины рассеиваемой волны для диэлектрической тонкостенной цилиндрической трубки ( $\epsilon = 90$ ,  $\text{tg } \delta = 0,001$ ) длиной 6 мм, внешним диаметром 5,7 мм и внутренним диаметром 4,3 мм (кривая 1) и сплошного цилиндра (кривая 2) из того же материала с аналогичными размерами ( $l = 6$  мм,  $\varnothing = 5,7$  мм).



Цилиндры были расположены в геометрическом центре прямоугольного стандартного волновода 3-СМ диапазона так, что их продольные оси совпали с направлением распространения волны  $H_{10}$ .

Как следует из полученных результатов, рассеяние электромагнитных волн на тонкостенном трубчатом цилиндре, изготовленном из высокопроницаемого диэлектрика с малыми потерями, носит резонансный характер. При этом, как и в случае рассеивателей других форм [4], при рассеянии волн на трубчатом цилиндре возникают парные резонансы отражения ( $\lambda = 2,76$  и  $3,84$  см) и прохождения ( $\lambda = 2,66$  и  $3,9$  см). Расположение резонанса прохождения относительно резонанса отражения позволяет идентифицировать типы резонансов отражений в соответствии с классификацией, принятой для резонансного шара [4].

Резонансы, приведенные на рисунке (кривая 1), являются резонансами первого порядка электрического ( $\lambda = 2,76$  см) и магнитного ( $\lambda = 3,84$  см) типов.

В случае сплошного цилиндра таких же размеров, что и диэлектрическая трубка, дисперсионная зависимость модуля коэффициента отражения носит более сложный характер (кривая 2), чем для трубчатого цилиндра (кривая 1). Рассеяние волн на сплошном диэлектрическом цилиндре в этом же диапазоне длин волн характеризуется возникновением резонансов магнитного типа второго ( $\lambda = 3,56$  см), третьего ( $\lambda = 3,3$  см) и четвертого ( $\lambda = 2,93$  см) порядков и резонансов электрического типа третьего ( $\lambda = 3,59$  см) и четвертого ( $\lambda = 2,98$  см) порядков. Таким образом, сопоставление характеристик рассеяния электромагнитных волн на сплошном и трубчатом диэлектрических цилиндрах одинаковых размеров в прямоугольном волноводе показало существенное различие характеристик рассеяния в резонансной области. Как и в случае диэлектрических шара и куба одинаковых объемов, а также эллипсоида вращения и цилиндра с эквивалентными объемами и равным соотношением осей [3], в резонансной области наблюдаются существенные изменения структуры резонансной кривой, что подтверждает нарушение известной эквивалентности характеристик рассеяния для малых тел с равными объемами и одинаковым соотношением осей, имеющей место в длинноволновом приближении в нерезонансной области.

**Список литературы:** 1. Украинец Н.И., Горбещ Н.Н. Резонансное рассеяние электромагнитных волн на диэлектрических шайбах в жесткой коаксиальной линии // Радиотехника. 1985. Вып.72. С.3-6. // 2. Прямой диэлектрический резонансный цилиндр как базовый элемент ОИС СВЧ Т.К. Моқан, Н.И. Украинец // Математическое моделирование и САПР радиоэлектронных систем СВЧ на объемных интегральных схемах (ОИС): Тез докл. научн.-техн. конф. Суздаль, 3-7 апреля 1989 г. М.: Радио и связь, 1989. С.69. 3. Украинец Н.И., Хижняк Н.А. К вопросу о рассеянии электромагнитных волн на малых диэлектрических телах с эквивалентными объемами и равным соотношением осей в прямоугольном волноводе // Вестн. Харьк. ун-та, 1986. № 85. Радиофизика и электроника. С.47-49. 4. Козарь А.И., Хижняк

УДК 621.396

*В.А. ДОРОШЕНКО*, канд. физ.-мат. наук,  
*Н.П. КЛИМОВА*, канд. техн. наук

### **АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СИММЕТРИЧНЫМ БИКОНУСОМ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ**

---

Рассматривается задача о возбуждении сосредоточенным источником неограниченной симметричной биконической поверхности с периодически прорезанными вдоль образующих щелями. Исследование такой модельной задачи вызвано тем, что в последнее время значительно возрос интерес к изучению рассеивающих свойств конусов и биконусов, используемых в качестве элементов современных радиотехнических систем, радиолокационных отражателей и диапазонных антенн [1,2].

Наличие неоднородностей, например щелей, на поверхности дает возможность управлять такими характеристиками как диаграмма направленности и поляризация излучения. В работах других авторов рассматривались неоднородности в виде поперечных щелей [2], анизотропно проводящие конусы и биконусы в приближении радиальной и спиральной проводимости [1]. Однако учет только лишь радиальной проводимости не может охарактеризовать влияние радиальных щелей (их угловых размеров и количества), прорезанных вдоль образующих биконуса, на основные свойства рассеяния и излучения таких структур. Биконическая поверхность в настоящей работе имеет продольные щели и в общей постановке задачи нет ограничений на их число и угловые размеры. Решение электродинамических задач для изотропных биконических структур уже сопряжено с определенными математическими трудностями. Наличие же продольных щелей усложняет решение соответствующей граничной задачи, для чего и требуется создание и разработка новых методов.

Для теоретического исследования данной задачи привлекается математический аппарат, основанный на применении интегрального преобразования Конторовича - Лебедева и метода задачи Римана - Гильберта [3], что позволяет получить как аналитическое решение, так и численный

алгоритм для изучения и расчета практически важных электродинамических характеристик.

В сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  биконическая поверхность определяется уравнениями  $\theta = \gamma$  и  $\theta = \pi - \gamma$ . Вдоль образующих биконуса периодически и симметрично прорезаны продольные щели. Через  $d$  обозначим угловую ширину щелей,  $N$  - число щелей у каждого из конусов,  $\ell = 2\pi/N$  - период структуры. В качестве источника берется электрический радиальный диполь с радиусом-вектором  $\vec{r}_0$  и единичным моментом. Источник находится внутри и на оси конуса  $\theta = \pi - \gamma$ . Поле диполя меняется во времени по гармоническому закону  $\exp(i\omega t)$ .

В случае возбуждения электрическим радиальным диполем компоненты электромагнитного поля выражаются через электрический потенциал Дебая, который удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца вне биконуса и источника, граничному условию Дирихле, принципу предельного поглощения и условию ограниченности энергии. Потенциал Дебая  $U_p(r, \theta, \varphi)$ , соответствующий рассеянному биконусом полю, представим в виде интеграла Конторовича - Лебедева:

$$U_p = \int_0^{+\infty} \frac{H_{ir}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} a_0(\tau, k) V_{0r}(\theta, \varphi) d\tau, \quad (1)$$

$$V_{0r} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n P_{-\frac{1}{2}+ir}^{nN}(\cos\theta) e^{inN\varphi}, & 0 < \theta < \gamma, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\beta_n P_{-\frac{1}{2}+ir}^{nN}(\cos\theta) + \xi_n P_{-\frac{1}{2}+ir}^{nN}(-\cos\theta)] e^{inN\varphi}, & \gamma < \theta < \pi - \gamma, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \eta_n P_{-\frac{1}{2}+ir}^{nN}(-\cos\theta) e^{inN\varphi}, & \pi - \gamma < \theta < \pi, \end{cases}$$

где  $a_0(\tau, k)$  — известный коэффициент,  $k$  — волновое число,  $P^m(\cos\theta)$  — присоединенная функция Лежандра первого рода,  $H_{ir}^{(2)}(kr)$  — функция Ханкеля второго рода. Требование выполни-

мости граничного условия на конических секторах и условия непрерывности поля в щелях приводит к следующим связным функциональным соотношениям относительно неизвестных коэффициентов  $\alpha_n$  и  $\eta_n$ , так как  $\beta_n$  и  $\xi_n$  выражаются через последние:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \alpha_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma) e^{inN\varphi} = 1, \quad (2)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \eta_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma) e^{inN\varphi} = \frac{P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(-\cos \gamma)}{P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma)}, \quad (3)$$

где  $\frac{\pi d}{\ell} < |N\varphi| \leq \pi$ ,

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} G_{\tau}^{nN} \left[ \alpha_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(-\cos \gamma) - \eta_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma) \right] e^{inN\varphi} = 0, \quad (4)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} G_{\tau}^{nN} \left[ \alpha_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma) - \eta_n P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(-\cos \gamma) \right] e^{inN\varphi} = 0, \quad (5)$$

где  $|N\varphi| < \frac{\pi d}{\ell}$ ,

$$G_{\tau}^{nN} = \frac{P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma)}{P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(-\cos \gamma) - P_{-\frac{1}{2}+it}^{nN}(\cos \gamma)} \frac{N \cdot |n|}{(1 - \varepsilon_n^+)},$$

$$\frac{1}{N \cdot |n|} (1 - \varepsilon_n^\pm) = \frac{\pi(-1)^{nN}}{\operatorname{ch} \pi \tau} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + i\tau - nN)}{\Gamma(\frac{1}{2} + i\tau + nN)} P_{-\frac{1}{2} + i\tau}^{nN}(\cos \gamma) \times \quad (6)$$

$$\times \left[ P_{-\frac{1}{2} + i\tau}^{nN}(-\cos \gamma) \pm P_{-\frac{1}{2} + i\tau}^{nN}(\cos \gamma) \right]$$

В выражении (6) для определения  $\varepsilon_n^\pm$ ,  $\varepsilon_n^\pm$  соответствует знак "+" в квадратных скобках правой части, а  $\varepsilon_n^-$  - знак "-",  $\Gamma(Z)$  - гамма-функция.

После сложения и вычитания соотношений (2), (3) (те же операции производим и с (4), (5)) и введения новых обозначений

$$(\alpha_n + \eta_n) P_{-\frac{1}{2} + i\tau}^{nN}(\cos \gamma) = \frac{(-1)^n}{N|n|} (1 - \varepsilon_n^+) X_n^+,$$

$$(\alpha_n - \eta_n) P_{-\frac{1}{2} + i\tau}^{nN}(\cos \gamma) = \frac{(-1)^n}{N|n|} (1 - \varepsilon_n^-) X_n^-,$$

$$\psi = N\varphi - \frac{|\varphi|}{\varphi} \pi,$$

удается развязать соотношение (2) — (5) и получить две независимые системы функциональных уравнений относительно искомых коэффициентов  $X_n^+$  и  $X_n^-$ .

Использование метода задачи Римана - Гильберта для дуги единичной окружности позволяет свести решение этих функциональных уравнений, а тем самым и электродинамическую задачу, к решению двух бесконечных систем линейных алгебраических уравнений фредгольмовского типа относительно коэффициентов [3]. Характерной особенностью этих систем является независимость матричных элементов от волнового числа, что существенно упрощает алгоритм нахождения поля в дальней зоне и вблизи центра биконической поверхности, а также в приближении, когда источник находится практически в центре биконуса. Эти системы уравнений имеют вид

$$X_0^\pm \left[ -\frac{1}{N} \ln \frac{1-u}{2} + A_\tau^\pm \right] = 1 \pm \frac{P_{-\frac{1}{2}+it}(-\cos \gamma)}{P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \gamma)} +$$

$$+ \frac{1}{2N} \sum_{S \neq 0} X_S^\pm \frac{1}{|S|} \varepsilon_S^\pm [P_S(u) + P_{S-1}(u)], \quad (7)$$

$$X_n^\pm = \sum_{S=-\infty}^{+\infty} \frac{|S|}{S} \varepsilon_S^\pm V_{n-1}^{S-1}(u) X_S^\pm + X_0^\pm P_n(u), \quad n \neq 0, \quad (8)$$

$$A_\tau^\pm = \frac{1}{N|n|} (1 - \varepsilon_n^\pm) \Big|_{n=0}, \quad P_n(u) \text{ — полиномы Лежандра.}$$

Решения бесконечных систем (7), (8) при произвольных параметрах задачи могут быть получены методом редукции, а в некоторых предельных случаях биконической поверхности, в частности в случае “полупрозрачного” биконуса ( $N \rightarrow \infty$ ,  $(\ell - d) / \ell \ll 1$ ), также и методом последовательных приближений. На базе последнего и строится аналитическое решение электродинамической задачи в этих предельных случаях.

В случае “полупрозрачного” биконуса, когда существует

$$Q = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d/\ell \rightarrow 1}} \left[ -\frac{1}{N} \ln \left( \frac{\ell - d}{\ell} \right) \right], \quad (9)$$

потенциал Дебая определяется выражением

$$\begin{aligned}
U_P = & \frac{\pi^2}{r_0} Q \int_0^{+\infty} \frac{\tau \operatorname{th} \pi \tau}{\operatorname{ch} \pi \tau} e^{\pi \tau} \cdot \frac{H_{it}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \cdot \frac{H_{it}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}} \times \\
& \times \frac{P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \gamma) P_{-\frac{1}{2}+it}(-\cos \gamma)}{(A_\tau^+ + Q)(A_\tau^- + Q)} P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \theta) d\tau + \\
& + \frac{\pi^3}{2r_0} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \operatorname{th} \pi \tau}{\operatorname{ch} \pi \tau} e^{\pi \tau} \cdot \frac{H_{it}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \cdot \frac{H_{it}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}} \times \\
& \times \frac{[P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \gamma)]^2 \{ [P_{-\frac{1}{2}+it}(-\cos \gamma)]^2 - [P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \gamma)]^2 \}}{(A_\tau^+ + Q)(A_\tau^- + Q)} \times \\
& \times P_{-\frac{1}{2}+it}(\cos \theta) d\tau,
\end{aligned} \tag{10}$$

которое справедливо для  $0 < \theta < \gamma$ . Аналогичные представления имеют место и при  $\gamma < \theta < \pi - \gamma$ ,  $\pi - \gamma < \theta < \pi$ .

На биконической поверхности в таком случае выполняются усредненные граничные условия

$$E_r \Big|_{\substack{\theta=\gamma+0 \\ \theta=\pi-\gamma+0}} = E_r \Big|_{\substack{\theta=\gamma-0 \\ \theta=\pi-\gamma-0}}, \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2 \right) (j) = -\frac{2ik}{\omega Q \sin \gamma} E_r \Big|_{\theta=\gamma},$$

$$\text{где } j = \begin{matrix} H_\Phi \Big|_{\substack{\theta=\gamma+0 \\ \theta=\pi-\gamma+0}} \\ -H_\Phi \Big|_{\substack{\theta=\gamma-0 \\ \theta=\pi-\gamma-0}} \end{matrix}, \quad \omega = \sqrt{\mu/\epsilon},$$

$\epsilon, \mu$  — электрическая и магнитная проницаемость среды, в которую погружен биконус.

Анализ решения (10) показывает, что спектр граничной задачи Дирихле для “полупрозрачного” биконуса характеризуется корнями уравнений

$$\frac{\pi}{\cos \pi\mu} P_{-\frac{1}{2}+\mu}(\cos \gamma) \left[ P_{-\frac{1}{2}+\mu}(-\cos \gamma) + P_{-\frac{1}{2}+\mu}(\cos \gamma) \right] + Q = 0,$$

$$\frac{\pi}{\cos \pi\mu} P_{-\frac{1}{2}+\mu}(\cos \gamma) \left[ P_{-\frac{1}{2}+\mu}(-\cos \gamma) - P_{-\frac{1}{2}+\mu}(\cos \gamma) \right] + Q = 0,$$

наименьший из которых определяет поведение поля вблизи центра структуры.

Таким образом, в результате проведенных исследований получено решение электродинамической задачи в предельном случае "полупрозрачного" биконуса, представляющего собой модель биконического отражателя. Алгоритм решения может быть использован и при решении задач с более сложной формой рассеивающей поверхности, а также и для нестационарных задач электродинамики.

**Список литературы:** 1. Гошан Г.Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1987. 127 с. 2. Колодій Б.І., Куршвк Д.Б. Осесиметричні задачі дифракції електромагнітних хвиль на конічних поверхнях. Київ: Наук. думка, 1995. 167 с. 3. Дорошенко В.А. Возбуждение магнитным радиальным диполем конуса с продольными щелями // Радиотехника. 1992. Вып. 97. С. 54-61.

*Поступила в редколлегию 29.01.97*

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Горбенко И.Д., Штанько И.А., Пестерев А.К.</i> Ускоренный алгоритм построения многопозиционных характеристических дискретных сигналов. ....	3
<i>Горбенко И.Д., Замула А.А., Свиначев А.В., Олешко О.И.</i> Исследование возможностей построения систем связи на основе смены соответствия: бит сообщения — сложный сигнал. ....	10
<i>Антофеев В.И.</i> Оптимизация семейства модулирующих функций в многоканальном радиометре. Сообщение1. ....	16
<i>Антофеев В.И.</i> Оптимизация семейства модулирующих функций в многоканальном радиометре. Сообщение2. ....	21
<i>Быков В.Н., Задонский А.И., Мусиенко В.Ю., Султанов А.С., Быкова Н.И.</i> Обнаружение малоразмерных объектов на радиометрическом изображении. ....	28
<i>Быков В.Н., Быкова Н.И., Ивашов С.И., Задонский А.И., Овсянников Ю.В., Юфриков Б.А.</i> Повышение информативности радиометрических изображений благодаря применению шумовой подсветки. ....	33
<i>Биберман Л.И., Мусиенко В.О., Степанова Л.Н.</i> Анализ современных принципов построения приборов и устройств с отрицательным дифференциальным сопротивлением. ....	39
<i>Колпаков Н.Д.</i> Поляризаационные волны. ....	53
<i>Ванцан В.М., Пащенко А.Г.</i> К решению квантовомеханических скоростных уравнений для полупроводниковых инжекционных лазеров. ....	62
<i>Ванцан В.М., Пащенко А.Г.</i> Численное решение стационарных квантовомеханических скоростных уравнений для полупроводниковых инжекционных лазеров в приближении эффективной массы. ....	71
<i>Пащенко А.Г.</i> Расчет положения квазиуровня Ферми и количества фотонов в сильно легированном арсениде галлия. ....	81
<i>Сухоицанов И.А.</i> Трехуровневая динамическая модель высокоскоростных квантоворазмерных лазерных диодов с отдельной областью ограничения. ....	90
<i>Сухоицанов И.А., Лысак В.В.</i> Особенности учета эффекта спектрального выжигания дыр при моделировании динамических характеристик полупроводниковых лазеров. ....	98
<i>Максимова Н.Г.</i> Точечные ангол - эхо в акустике. Аппаратура и методика их исследования. ....	103
<i>Яцук Л.П.</i> Внутренние проводимости продольных щелей в волноводе со слоистым магнетодиэлектриком. ....	109
<i>Крыжановский В.Г., Рассохина Ю.В.</i> Анализ Т-соединения П-волновода с прямоугольным в Е - плоскости. ....	121

<i>Васянович А.В., Чурюмомов Г.И.</i> Влияние отражений на уровне гармоник в амплитроне. ....	132
<i>Александров Ю.Н., Архипов А.В., Канарик Г.Г.</i> Исследование генератора на диоде Ганна с параллельным включением элемента перестройки. ....	136
<i>Козарь А.И., Украинец Н.И.</i> Резонансное рассеяние электромагнитных волн на эквивалентных трубчатом и сплошном диэлектрических цилиндрах в волноводе. ....	145
<i>Дорошенко В.А., Климова Н.П.</i> Алгоритм решения задачи рассеяния электромагнитных волн симметричным биконусом с продольными щелями. ....	148

### ВНИМАНИЕ ЧИТАТЕЛЕЙ!

18 ноября 1997 г. в г. Харькове проводится однодневный семинар (workshop): “Состояние, тенденции развития и применения вакуумных приборов СВЧ”, организованный Восточно-украинским отделением IEEE ED/MTT, Центром развития института электроники - (IEE), Академией наук прикладной радиоэлектроники, Институтом радиофизики и электроники НАНУ и Харьковским государственным техническим университетом радиоэлектроники.

Доклады участников семинара будут представлены в форме стендовых. Для решения организационных вопросов, связанных с работой семинара, просьба до 15.09.97 г. сообщить ученому секретарю семинара *Максимовой Ноне Григорьевне* письменно (310726 г. Харьков, пр. Ленина, 14, ХТУРЭ, каф. РТС), по телефону (38 0572) 409430, факсу (38 0572) 409113 или e-mail: ea@khture.kharkov.ua следующую информацию:

- предполагаете ли Вы (ваша организация) принять участие в работе семинара;
- при желании выступить со стендовым докладом - тему доклада;
- нуждаетесь ли Вы в гостинице.

**Регистрационный взнос не предполагается.** Рабочие языки семинара: украинский, русский и английский.