

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ Комп'ютерних наук _____
(повна назва)

Кафедра _____ Системотехніки _____
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____
«Розроблення системи підтримки прийняття проектних рішень в умовах
неповної визначеності вхідних даних»
(тема)

Виконав:
здобувач II року навчання,
групи _____ ІТІМ-24-2 _____
Ігор ШЕВЧЕНКО
(власне ім'я, прізвище)

Спеціальність 122 Комп'ютерні науки
(код і повна назва спеціальності)
Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)
Освітня програма Інформаційні
технології проектування
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. каф. СТ. Володимир БЕЗКОРОВАЙНИЙ
(посада, власне ім'я, прізвище)

Допускається до захисту

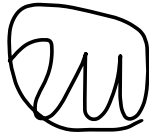
Завідувач кафедри _____
(підпис)

Ігор ГРЕБЕННИК
(власне ім'я, прізвище)

2025 р.

Я, як студент ХНУРЕ, розумію і підтримую політику закладу із академічної доброчесності. Я не надавав і не одержував недозволену допомогу під час підготовки кваліфікаційної роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

12 грудня 2025 р.



Ігор ШЕВЧЕНКО

Кваліфікаційна робота не містить відомостей заборонених до відкритого опублікування.

Кваліфікаційна робота виконана у відповідності до вимог методичних вказівок і стандартів, що діють в Україні.

Попередній захист проведено.

Керівник кваліфікаційної роботи



Володимир БЕЗКОРОВАЙНИЙ

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Комп'ютерних наук

Кафедра Системотехніки

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 122 Комп'ютерні науки

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Інформаційні технології проектування

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри _____
(підпис)

«___» _____ 20__р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Шевченко Ігорю Віталійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: «Розроблення системи підтримки прийняття проектних рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних»

затверджена наказом університету від 24 листопада 2025 р. № 1058 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 15 грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: Процес прийняття багатокритеріальних рішень в інформаційних технологіях проектування за умов невизначеності. Інтервальні методи оцінювання та ранжування проектних альтернатив. Мета дослідження – підвищення ефективності багатокритеріального вибору варіантів в інформаційних технологіях проектування шляхом розробки системи підтримки прийняття рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних. Характеристики варіантів проектних рішень за множиною показників якості. Технічне забезпечення: ІВМ-сумісний персональний комп'ютер.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі: Вступ. Аналіз предметної області. Класифікація методів прийняття багатокритеріальних рішень. Формальні моделі представлення невизначеності. Постановка мети та завдань дослідження. Алгоритм розв'язання задачі. Визначення ваг критеріїв. Методи нормалізації критеріїв. Мета, завдання та концептуальні вимоги до СППР. Загальна архітектурна концепція СППР. IDEF0- та UML-моделювання СППР. Структура програмного проєкту. Реалізація системи у середовищі C#. Опис основних модулів системи. Тестування програмної системи. Результати експериментальних досліджень. Опис програмно-технічного середовища та методики тестування. Аналіз результатів експериментальних досліджень. Висновки.


5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій: кресленики, схеми, плакати та/або комп'ютерні ілюстрації (слайди) на аркушах формату А4, що включаються до тексту пояснювальної записки або складу додатків (10–15 аркушів): IDEF0 діаграма; декомпозиція IDEF0 діаграма; UML Use Case Diagram; UML Class Diagram; головне меню програмного засобу; форми введення вхідних даних; форми вихідних даних програмного засобу.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Строк / термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Отримання завдання на кваліфікаційну роботу	13.10.2025	Виконано
2	Аналіз предметної області	27.10.2025	Виконано
3	Постановка задачі на розробку системи	03.11.2025	Виконано
4	Проектування та розробка компонентів системи	11.11.2025	Виконано
5	Оформлення пояснювальної записки	05.12.2025	Виконано
6	Подання закінченої роботи науковому керівникові	06.12.2025	Виконано
7	Усунення зауважень наукового керівника	10.12.2025	Виконано
8	Підготовка презентації	12.12.2025	Виконано
9	Перевірка оригінальності тексту	14.12.2025	Виконано
10	Подання роботи на рецензування	15.12.2025	Виконано
11	Попередній захист	19.12.2025	Виконано
12	Подання роботи до екзаменаційної комісії	22.12.2025	Виконано

Дата видачі завдання 13 жовтня 2025 р.

Здобувач 
(підпис)

Керівник роботи  проф. каф. СТ Володимир БЕЗКОРОВАЙНИЙ
(підпис) (посада, власне ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до магістерської кваліфікаційної роботи: 90 с., 10 табл., 10 рис., 3 додатки, 29 джерел інформації.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНІ АЛЬТЕРНАТИВИ, ВИБІР, ІНТЕРВАЛЬНИЙ АНАЛІЗ, КРИТЕРІЇ ЕФЕКТИВНОСТІ, ПІДТРИМКА ПРИЙНЯТТЯ ПРОЄКТНИХ РІШЕНЬ, СППР, АНР, VIKOR.

Об'єктом досліджень є процес прийняття багатокритеріальних рішень в інформаційних технологіях проектування за умов невизначеності.

Предметом досліджень є інтервальні методи оцінювання критеріїв, визначення ваг та ранжування проєктних альтернатив.

Метою дослідження є підвищення ефективності процедур багатокритеріального вибору варіантів в інформаційних технологіях проектування шляхом розробки системи підтримки прийняття рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних.

Методи дослідження – системний підхід, методи структурного аналізу і моделювання, інтервальна арифметика, метод аналітичної ієрархії (АНР), інтервальна нормалізація та алгоритми багатокритеріального ранжування.

У роботі виконано аналіз існуючих методів, розроблено алгоритми інтервального АНР та інтервального VIKOR, а також створено програмний комплекс, що автоматизує нормування інтервальних даних, обчислення показників та ранжування альтернатив. Реалізовано вибір типів критеріїв та інтеграцію результатів АНР і VIKOR.

Галузь застосування – технічне проектування, інженерний аналіз, управління проєктами, вибір інноваційних, економічних і технологічних рішень в умовах неповної або нечіткої інформації.

ABSTRACT

Master's Thesis: 90 p., 10 tabl., 10 pic., 3 appendices, 29 references.

MULTI-CRITERION ALTERNATIVES, SELECTION, INTERVAL ANALYSIS, PERFORMANCE CRITERIA, DESIGN DECISION SUPPORT, DSS, AHP, VIKOR.

The object of research is the process of multi-criteria decision-making in information technology design under conditions of uncertainty.

The subject of research is interval methods for evaluating criteria, determining weights and ranking project alternatives.

The purpose of the research is to increase the efficiency of multi-criteria selection of options in information technology design by developing a decision-making support system under conditions of incomplete certainty of input data.

Research methods: system approach, methods of structural analysis and modeling, interval arithmetic, analytical hierarchy process (AHP), interval normalization and algorithms of multi-criteria ranking.

The work analyzes existing methods, develops interval AHP and interval VIKOR algorithms, and also creates a software package that automates the normalization of interval data, calculation of indicators and ranking of alternatives. The selection of types of criteria and integration of AHP and VIKOR results are implemented.

Field of application: technical design, engineering analysis, project management, selection of innovative, economic and technological solutions in conditions of incomplete or unclear information.

ЗМІСТ

Перелік скорочень, умовних познач і термінів	9
Вступ.....	10
1 Аналіз предметної області.....	12
1.1 Сутність багатокритеріального прийняття рішень (MCDM).....	12
1.2 Роль MCDM у сучасних системах підтримки прийняття рішень (DSS).....	13
1.3 Класифікація методів MCDM	14
1.4 Природа невизначеності в багатокритеріальних задачах.....	15
1.5 Формальні моделі представлення невизначеності в АНР та VIKOR... ..	188
1.6 Постановка мети дослідження.....	23
2 Математичне моделювання та постановка задачі	24
2.1 Загальна характеристика задачі прийняття проєктних рішень.....	24
2.2 Формальна математична постановка задачі MCDM	25
2.3 Типи математичного представлення даних	26
2.4 Визначення ваг критеріїв.....	27
2.5 Розширені моделі нормалізації	28
2.6 Розширена математична модель методу VIKOR.....	29
2.7 Умови прийнятності рішення у VIKOR.....	30
2.8 Алгоритм розв'язання задачі DSS	31
2.9 Модель стійкості рішення	31
2.10 Геометричний аналіз інтервальних розв'язків	32
2.11 Порівняльний аналіз методів представлення невизначеності в MCDM	32
2.12 Систематизація підходів до моделювання невизначеності в системах підтримки прийняття рішень (DSS)	36
2.13 Порівняльний аналіз методів АНР, VIKOR, TOPSIS, ELECTRE та PROMETHEE	400
2.14 Методи нормалізації критеріїв та їх порівняння.....	44
2.15 Методи агрегування результатів у MCDM та їх роль у DSS	48
3 Розроблення інформаційної системи підтримки прийняття проєктних рішень	

в умовах невизначеності.....	53
3.1 Мета, завдання та концептуальні вимоги до СППР	53
3.2 Загальна архітектурна концепція СППР	53
3.3 IDEF0-моделювання СППР	55
3.4 UML-моделювання СППР	57
3.5 Поглиблений опис алгоритмів системи	60
3.6 Деталізація алгоритму нормалізації	61
3.7 Деталізація алгоритму VIKOR.....	62
3.8 Реалізація системи у середовищі C#	62
3.9 Модуль візуалізації інтервальних результатів.....	63
3.10 Модуль перевірки умов прийнятності	63
3.11 Тестування програмної системи	63
4 Експериментальні дослідження.....	65
4.1 Мета та принципи проведення експериментів.....	65
4.2 Опис програмно-технічного середовища та методики тестування.....	65
4.3 Тестовий набір №1 – Базовий інтервальний сценарій	65
4.4 Тестовий набір №2 – «Цілком точковий» сценарій	68
4.5 Тестовий набір №3 – «Суперечливі інтервали»	68
4.6 Тестовий набір №4 – «Штучний граничний випадок».....	69
4.7 Аналіз чутливості системи	69
4.8 Порівняння з іншими системами.....	70
4.9 Аналіз продуктивності.....	70
4.10 Оцінка стійкості рішення	70
Висновки	72
Перелік джерел посилання	74
Додаток А Графічні матеріали	79
Додаток Б Фрагменти програмного коду	85
Додаток В Структура програмного проєкту	Ошибка! Закладка не определена.

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК І ТЕРМІНІВ

AHP – Analytic Hierarchy Process, метод аналізу ієрархій.

CI – Consistency Index, індекс узгодженості.

CR – Consistency Ratio, відносна узгодженість.

CSV – Comma Separated Values, табличний формат даних.

DSS – Decision Support System, система підтримки прийняття рішень.

JSON – JavaScript Object Notation, формат збереження даних.

MAUT – Multi-Attribute Utility Theory, теорія багатокритеріальної корисності.

MCDM – Multi-Criteria Decision Making, багатокритеріальне прийняття рішень.

PCM – Pairwise Comparison Matrix, матриця парних порівнянь.

RI – Random Index, випадковий індекс (в AHP).

UI – User Interface, інтерфейс користувача.

VIKOR – VIšekriterijumsko KOmpromisno Rangiranje, метод компромісного ранжування.

ВСТУП

Сучасні проєктні задачі в інженерії, транспортній галузі та інформаційних технологіях характеризуються високим рівнем складності, багатокритеріальністю та наявністю неповної визначеності вхідних даних. Неточність, інтервальність або часткова відсутність необхідної інформації призводять до зростання ризиків та зниження обґрунтованості управлінських рішень. Традиційні детерміновані методи аналізу в таких умовах не забезпечують належного рівня точності, що зумовлює підвищений інтерес до методів багатокритеріального прийняття рішень, здатних працювати з невизначеними даними.

Актуальність роботи визначається потребою створення системи підтримки прийняття проєктних рішень, яка використовує інтервальні моделі оцінювання альтернатив, автоматичне нормування даних та комбінування різних методів MCDM (АНР, VIKOR) для отримання об'єктивних результатів в умовах неповної визначеності.

Метою дослідження є підвищення ефективності процедур багатокритеріального вибору варіантів в інформаційних технологіях проєктування шляхом розробки системи підтримки прийняття рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних.

Для досягнення поставленої мети визначено такі завдання: аналіз існуючих підходів до прийняття рішень у складних проєктних системах; дослідження інтервальних модифікацій методів АНР та VIKOR; розроблення архітектури системи; реалізація алгоритмів обробки даних; проведення тестування програмного прототипу.

Об'єктом досліджень є процес багатокритеріального прийняття рішень в інженерних і технічних системах за умов невизначеності.

Предметом досліджень є інтервальні методи оцінювання критеріїв, визначення ваг та ранжування альтернатив із застосуванням інтервального

АНР та інтервального методу VIKOR.

У роботі використано такі методи: метод аналізу ієрархій, метод VIKOR, інтервальні обчислення, експертне оцінювання, моделювання, алгоритмічні методи розроблення програмних систем.

Отримані результати:

- удосконалено підхід до багатокритеріального аналізу проєктних альтернатив шляхом поєднання інтервальних ваг та інтервальних оцінок у комбінованій моделі АНР–VIKOR;

- запропоновано структуру програмної системи, здатної автоматично нормувати інтервальні дані та перевіряти умови прийнятності компромісного рішення;

- отримали подальшого розвитку алгоритми обробки багатокритеріальної інформації з неповною визначеністю.

Практичне значення полягає у створенні програмного забезпечення, яке може застосовуватися у процесах проєктування, вибору технічних рішень та управління складними системами за умов невизначеності.

За результатами дослідження опубліковано тези у матеріалах науково-практичної конференції «Комп’ютерно-інтегровані технології автоматизації технологічних процесів на транспорті та у виробництві» (25 листопада 2025 р., м. Харків, Україна).

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

1.1 Сутність багатокритеріального прийняття рішень (MCDM)

Багатокритеріальне прийняття рішень (Multi-Criteria Decision Making, MCDM) є фундаментальним напрямом системного аналізу, що охоплює процеси вибору між альтернативами за умови одночасного врахування множини критеріїв, які можуть бути кількісними, якісними, суперечливими або заданими з невизначеністю. На відміну від одновимірної оптимізації, де метою є пошук екстремуму єдиної цільової функції, MCDM спрямований на побудову збалансованого рішення, яке задовольняє різним вимогам із різною пріоритетністю. Складність полягає у тому, що критерії можуть бути не порівнюваними за природою: час і якість, ризик і вартість, надійність і продуктивність. Класичні підходи, що ґрунтуються на лінійній або багатовимірній оптимізації, не здатні об'єднати такі показники без штучного спрощення моделі [1–4].

У роботах Сааті, Белтон і Стюарта, Ішизакі та Немері відзначено, що багатокритеріальні моделі дозволяють систематизувати процес прийняття рішень шляхом декомпозиції задачі на структурні елементи, визначення ваг критеріїв, нормалізації показників різної природи та побудови узагальнених функцій переваги. Такий підхід усуває суб'єктивність, зменшує вплив когнітивних упереджень та забезпечує прозорість вибору. MCDM визнано одним із ключових інструментів у транспортному плануванні, проєктному менеджменті, логістиці, енергетиці, урбаністиці й економічних системах, де кількість чинників, що впливають на рішення, є значною, а їхній вплив не може бути описаний у межах одного критерію [1–4].

Потреба в формалізованих багатокритеріальних підходах посилюється ще й тим, що реальні управлінські задачі мають стохастичну, інтервальну або нечітку природу даних. Експертні оцінки рідко бувають точними: вони містять варіативність, неточність та інформаційні пропуски. У таких умовах необхідні

методи, що враховують неповноту і суперечливість інформації та здатні генерувати не лише один результат, а цілу множину допустимих рішень. Саме MCDM забезпечує ці властивості, описуючи процес прийняття рішень як комплексну взаємодію критеріїв, ваг, нормування та моделей компромісу [1–4].

1.2 Роль MCDM у сучасних системах підтримки прийняття рішень (DSS)

Системи підтримки прийняття рішень (Decision Support Systems, DSS) є інформаційними комплексами, які поєднують аналітичні моделі, бази даних, експертні модулі та інтерфейси взаємодії для підтримки користувачів у процесі прийняття складних рішень. DSS використовуються в умовах невизначеності, коли інформація є неповною, нестабільною або суперечливою. Саме тому методи MCDM стали ключовим ядром сучасних DSS, оскільки дозволяють формалізувати експертні судження та працюють із багатовимірними моделями оцінювання [6–8].

У контексті DSS, MCDM виконує такі функції:

- перетворення якісних суджень експертів у числові оцінки;
- нормалізація різнорідних даних;
- визначення ваг критеріїв;
- побудова рейтингу альтернатив;
- аналіз чутливості та стійкості рішень;
- формування рекомендацій щодо оптимального або компромісного вибору.

Завдяки MCDM DSS отримує здатність адаптуватися до змін у даних, забезпечувати прозорість процесу вибору та підтримувати сценарний аналіз. Волошин, Мащенко, Цегелик та Творошенко відзначають, що включення MCDM у DSS дозволило істотно підвищити рівень обґрунтованості

управлінських рішень у транспорті, енергетиці, економіці та державному управлінні. DSS, що включають методи АНР, VIKOR, TOPSIS та ELECTRE, демонструють підвищену ефективність у задачах, де помилка може мати високі економічні або соціальні наслідки [6–8].

DSS нового покоління дедалі частіше поєднують класичні MCDM із машинним навчанням, нечіткою логікою, інтелектуальним аналізом даних та онтологічними моделями. Завдяки цьому MCDM виступає не просто інструментом ранжування альтернатив, а ключовим компонентом інтелектуальних систем підтримки рішень [6–8].

1.3 Класифікація методів MCDM

Методи MCDM класифікують за кількома критеріями, кожен з яких відображає особливості вхідних даних, методологічні принципи та характер моделі прийняття рішень.

За типом вхідної інформації методи поділяються на:

- детерміновані методи – працюють з точковими значеннями;
- інтервальні методи – враховують діапазони можливих значень;
- нечіткі методи – описують показники трикутними або трапецеїдальними нечіткими числами;
- стохастичні методи – працюють з випадковими величинами та їх розподілами.

За принципом побудови рішень методи поділяються на:

- методи метрики (Distance–Based): TOPSIS, VIKOR;
- методи переваг (Outranking): ELECTRE, PROMETHEE;
- методи ієрархічної декомпозиції: АНР, ANP;
- методи корисності: MAUT, UTA.

Белтон і Стюарт наголошують, що універсального методу не існує [3]:

- AHP – хороший для ваг, але поганий для ранжування;
- TOPSIS – ефективний для нормування, але не працює з інтервалами;
- ELECTRE – сильний у конфліктних критеріях, але складний для практичного використання.

1.4 Природа невизначеності в багатокритеріальних задачах

Невизначеність у багатокритеріальному прийнятті рішень є одним із ключових факторів, який визначає вибір методів, адекватність моделей та достовірність отриманих результатів. У більшості реальних задач, особливо на ранніх етапах проектування, планування або моделювання, інформація є частково неповною, неточною або суб'єктивною. Це зумовлено обмеженістю знань експертів, недостатністю статистичних даних, мінливістю зовнішнього середовища та складністю самих об'єктів дослідження. Саме тому формальні методи, що враховують невизначеність різних типів, є необхідними для побудови обґрунтованих рішень [10–11].

У рамках MCDM прийнято виділяти кілька основних типів невизначеності.

Епістемічна невизначеність (пов'язана з браком знань). Цей тип невизначеності виникає через недостатність або неточність інформації, яка може бути зменшена шляхом уточнення даних або проведення додаткових вимірювань.

Наприклад:

- експерт не може вказати точну оцінку і задає інтервал значень;
- відсутність точних параметрів проекту на ранній стадії;
- неоднозначність описання властивостей альтернатив.

Саме епістемічна невизначеність є найпоширенішою в інженерних, проектних і управлінських задачах.

Стохастична невизначеність (пов’язана з випадковістю) характерна для процесів, які мають ймовірнісний характер: попит, час поставки, аварійність, погодні умови тощо. Стохастичні моделі використовуються у поєднанні з MCDA, але в чистому вигляді вони утворюють окрему групу методів – MCDA/SP (Multi-Criteria Decision Analysis with Stochastic Programming).

Нечітка невизначеність (Fuzzy uncertainty) виникає у ситуаціях, коли експерт не може дати точну кількісну оцінку, але може описати її у вигляді мовної змінної (“висока”, “середня”, “низька”). Формалізується через нечіткі множини, які задаються функціями належності.

Інтервальна невизначеність. Оцінка подається у вигляді діапазону $[L; U]$, який відображає можливі границі параметра. Цей підхід активно використовується в інтервальних версіях АНР і VIKOR.

1.4.1 Причини появи невизначеності в проєктних системах

Невизначеність виникає природним шляхом через об’єктивні та суб’єктивні чинники.

Об’єктивними чинниками є:

- неможливість точно виміряти параметр (наприклад, прогноз відгуку системи);
- відсутність стабільності зовнішніх умов;
- зміна технологій і ринку;
- обмеженість історичних даних.

Суб’єктивними чинниками є:

- різний досвід експертів;
- когнітивні упередження (ефект якоря, переоцінка недавніх подій);
- різна інтерпретація критеріїв;
- нерівномірна компетентність групи експертів.

У роботах Park та Luo зазначено, що в половині практичних задач оцінювання відхилення між експертами є настільки великим, що точкове представлення інформації взагалі не є коректним [10–11].

1.4.2 Моделі представлення невизначеності в MCDM

Для адекватного моделювання невизначеності використовуються такі математичні формалізми.

Інтервальні моделі. Параметри задаються у вигляді інтервалів:

$$a_{ij} \in [L_{ij}; U_{ij}]. \quad (1.1)$$

де a_{ij} – значення показника i -тої альтернативи за j -тим критерієм;

L_{ij} – нижня межа можливого значення критерію;

U_{ij} – верхня межа можливого значення критерію.

Інтервальні моделі дозволяють враховувати мінливість і формувати множину можливих рішень.

– нечіткі моделі (Fuzzy MCDM);

Оцінки задаються нечіткими числами:

– трикутними Fuzzy-числами;

– трапецеїдальними Fuzzy-числами.

Це дозволяє відображати невизначеність у мовних категоріях.

– ймовірнісні моделі, що використовуються у випадку стохастичної невизначеності;

– комбіновані моделі, що можуть поєднувати інтервальні та нечіткі оцінки, як у інтервально-нечіткій моделі VIKOR, описаній Park і Luo [10–11].

Неврахована невизначеність призводить до:

– систематичних помилок;

- вибору нестійких альтернатив;
- завищених або занижених ваг критеріїв;
- некоректного ранжування;
- зростання ризику помилкових рішень.

У проєктних задачах, де невизначеність стосується як вартості, так і строків та технічних характеристик, помилка може призвести до великих фінансових втрат.

Моделі з інтервальними та нечіткими оцінками забезпечують:

- реалістичність моделі;
- стійкість результатів;
- можливість аналізу чутливості;
- формування множини рішень, прийнятних за різних сценаріїв;
- зменшення впливу суб'єктивності експертів;
- зниження ризику прийняття неправильного рішення.

Саме завдяки цим властивостям нечіткі та інтервальні модифікації VIKOR, АНР та інших методів стали стандартом у сучасних DSS [10–11].

1.5 Формальні моделі представлення невизначеності в АНР та VIKOR

У багатокритеріальному аналізі формальне представлення невизначеності є ключовим етапом, що визначає точність, стійкість та інтерпретованість результатів. Методи АНР та VIKOR традиційно використовуються у детермінованому вигляді, однак у реальних задачах експерти рідко можуть надати точні оцінки. Тому в сучасних дослідженнях все частіше застосовують інтервальні та нечіткі моделі, які дозволяють математично відтворити нечіткість суджень, варіативність даних і вплив зовнішніх факторів [10–11].

1.5.1 Інтервальна модель АНР

У класичному методі аналізу ієрархій (АНР) елементи матриці парних порівнянь задаються точковими значеннями шкали Сааті (1–9). Проте експерт не завжди здатний оцінити ступінь важливості з точністю до конкретного числа. У таких випадках використовується інтервальна модель АНР, у якій кожен елемент матриці представлений інтервалом:

$$a_{ij} \in [L_{ij}; U_{ij}], \text{де } L_{ij} \leq U_{ij}. \quad (1.2)$$

Це дозволяє експерту вказати не одне число, а діапазон можливих значень, що краще відображає невпевненість у судженні.

Властивості інтервальної матриці АНР.

Взаємна оберненість зберігається:

$$a_{ji} \in \left[\frac{1}{U_{ij}}; \frac{1}{L_{ij}} \right]. \quad (1.3)$$

Діагональні елементи фіксовані:

$$a_{ii} = 1. \quad (1.4)$$

де a_{ii} – значення діагонального елемента.

Розв'язком є не один ваговий вектор, а множина можливих ваг:

$$W = \{w \mid w \text{ узгоджений з усіма інтервалами}\}. \quad (1.5)$$

де W – вектор ваг критеріїв.

Проблема множинності розв'язків. На відміну від класичного АНР, де

існує єдиний власний вектор, у інтервальному АНР виникає множина можливих ваг, і задача полягає у побудові інтервальної оцінки кожного вагового коефіцієнта:

$$w_i \in [w_i^{min}; w_i^{max}]. \quad (1.6)$$

де w_i – вага i -го критерію.

Такі результати є більш реалістичними, оскільки показують ступінь впевненості в оцінці важливості критерію.

1.5.2 Нечітка модель АНР

Нечіткі моделі АНР використовують теорію нечітких множин, де оцінки подаються у вигляді трикутних або трапецеїдальних нечітких чисел, наприклад:

$$\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}). \quad (1.7)$$

де l – мінімально можливе значення;

m – найбільш імовірне значення;

u – максимальне припустиме значення.

Таблиця 1.1 – Приклад нечіткої шкали Сааті

Вербальна оцінка	Класичне значення	Нечітке число
Трохи важливіше	3	(2, 3, 4)
Сильно важливіше	7	(6, 7, 8)

Переваги нечіткого АНР:

- враховує нечіткість експертних суджень;
- дозволяє інтегрувати лінгвістичні оцінки;
- будує нечіткий ваговий вектор;
- є стійким до похибок експертів.

У роботах Park та Luo зазначено, що нечіткий АНР є оптимальним підходом для систем з високою невизначеністю, таких як управління ризиками або інноваційні проєкти [10–11].

1.5.3 Інтервальна модель VIKOR

Класичний метод VIKOR використовує нормовані значення критеріїв та їх ваги для обчислення показників:

- S – міра віддаленості від ідеалу (сукупна відстань);
- R – найбільше індивідуальне відхилення;
- Q – інтегральна міра компромісності.

Однак у разі інтервальних оцінок параметри перетворюються на інтервали:

$$S_i \in [S_i^L; S_i^U], R_i \in [R_i^L; R_i^U], Q_i \in [Q_i^L; Q_i^U]. \quad (1.8)$$

Це означає, що результатом ранжування є не один порядок альтернатив, а певна множина допустимих порядків.

Переваги інтервального VIKOR:

- краще відображає реальні умови невизначеності;
- дозволяє аналізувати стабільність результатів;
- підходить для проєктного аналізу на ранніх етапах;
- може будувати оцінки ризику залежно від ширини інтервалу.

1.5.4 Нечіткий VIKOR

Нечіткі модифікації VIKOR передбачають, що значення критеріїв та/або ваг задаються нечіткими числами. Це особливо актуально в завданнях, де дані представлені в лінгвістичній формі, наприклад: “якість – висока”, “ризик – помірний”, “вартість – низька”.

Приклад нечіткої формули S:

$$\tilde{S}_i = \sum_j w_j \cdot \frac{\tilde{f}_j^* - \tilde{f}_{ij}}{\tilde{f}_j^* - \tilde{f}_j^-} \quad (1.9)$$

де \tilde{f}_j^* – найкраще значення критерію серед усіх альтернатив;

\tilde{f}_j^- – найгірше значення критерію серед усіх альтернатив.

Оскільки операції над нечіткими числами виконуються через α -рівні або розширені операції, результатом є нечітка множина віддаленості.

1.5.5 Комбіновані моделі АНР–VIKOR з інтервальними та нечіткими даними

Сучасні DSS дедалі частіше поєднують:

- АНР для визначення ваг;
- VIKOR для ранжування;
- інтервальні або нечіткі моделі для зменшення невизначеності.

Причини:

- експерти краще оцінюють ваги через порівняння (АНР);
- компромісне рішення (VIKOR) збалансовує суперечливі критерії;
- інтервали та нечіткість роблять модель реалістичною.

Відомо, що гібридні моделі і методи підтримки прийняття рішень дають значно стійкіші розв’язки, ніж будь-які окремі модель чи метод [15].

1.6 Постановка мети дослідження

Метою дослідження є підвищення ефективності багатокритеріального вибору варіантів в інформаційних технологіях проектування шляхом розробки системи підтримки прийняття рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних.

Для досягнення мети необхідним є:

- вибір моделей для оцінювання значень критеріїв та альтернатив;
- розроблення засобу визначення інтервальних ваг критеріїв методом АНР;
- побудова узгодженого конвеєра *АНР* → *VIKOR* для ранжування альтернатив з урахуванням нечітких та інтервальних оцінок;
- забезпечення коректної інтервальної нормалізації даних та розрахунку показників віддаленості від ідеалу, найбільшого індивідуального відхилення й інтегральної міри компромісності;
- реалізації механізмів контролю прийнятності та стабільності результатів згідно з методологією *VIKOR*;
- створення інтуїтивного програмного інструменту для практичного оцінювання інженерних рішень.

Досягнення поставленої мети забезпечує можливість обґрунтованого вибору оптимальної альтернативи в умовах неповної, нечіткої або варіативної інформації, що є актуальним для широкого спектра інженерних, економічних та управлінських задач.

2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

2.1 Загальна характеристика задачі прийняття проектних рішень

Проектні рішення – це складні багатовимірні задачі, які потребують оцінювання альтернатив відповідно до набору критеріїв, що часто конфліктують між собою.

У класичних моделях оцінювання передбачає наявність точних даних, однак у реальних умовах проектування інформація є неповною, змінною або нечіткою.

Це характерно для:

- транспортних систем;
- енергетики;
- інформаційних систем;
- проектів розробки ПЗ;
- будівельних проектів;
- управління ризиками.

Невизначеність виникає на кожному етапі:

- під час збору даних;
- під час експертного оцінювання;
- внаслідок різних умов середовища;
- через брак історичних даних.

Таким чином, математична модель повинна враховувати структуру даних, типи невизначеності та логіку прийняття рішень, що робить багатокритеріальні моделі базовим інструментом DSS.

2.2 Формальна математична постановка задачі MCDM

Нехай:

$$A = \{A_1, \dots, A_m\}. \quad (2.1)$$

де A – множина альтернатив.

$$C = \{C_1, \dots, C_n\}. \quad (2.2)$$

де C – множина критеріїв.

Матриця оцінювання:

$$X = (x_{ij})_{m \times n}. \quad (2.3)$$

де x_{ij} – оцінка альтернативи A_i за критерієм C_j .

Тип критерію задається відображенням:

$$t: C \rightarrow \{max, min\}. \quad (2.4)$$

Ваги критеріїв:

$$W = (w_1, \dots, w_n), w_j \geq 0, \sum_{j=1}^n w_j = 1. \quad (2.5)$$

Аксиома узгодженості задачі. Задача MCDM є коректною, якщо:

- множина альтернатив непорожня;
- множина критеріїв непорожня;

- для всіх критеріїв існують допустимі оцінки;
- ваги критеріїв утворюють нормований вектор;
- невизначеність коректно подана (інтервал або Fuzzy).

2.3 Типи математичного представлення даних

Найпростішим випадком є точкові дані, представлені формулою:

$$x_{ij} \in \mathbb{R}. \quad (2.6)$$

де x_{ij} – показник, що належить множині дійсних чисел.

Інтервальними є дані, кожний елемент котрих відповідає виразу:

$$x_{ij} \in [L_{ij}, U_{ij}]. \quad (2.7)$$

Такий тип даних дозволяє:

- оцінити невизначеність;
- виконати аналіз чутливості;
- зберегти експертну нечіткість.

Нечіткі дані представлені типово трикутними нечіткими числами:

$$x_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}). \quad (2.8)$$

де l_{ij} – нижня (оптимістична) межа значення;

m_{ij} – найбільш ймовірне або середнє значення;

u_{ij} – верхня (песимістична) межа значення.

2.4 Визначення ваг критеріїв

2.4.1 АНР-ваги

Матриця парних порівнянь:

$$A = (a_{ij})_{n \times n}. \quad (2.9)$$

де a_{ij} – відносна перевага елемента i над елементом j .

Власний вектор:

$$Aw = \lambda_{\max} w, \quad \sum w_j = 1. \quad (2.10)$$

де λ_{\max} – найбільше власне значення матриці A ;

w – нормований власний вектор, що відповідає λ_{\max} ;

умова $\sum w_j = 1$ – забезпечує уніфікацію ваг.

Умова узгодженості:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad CR = \frac{CI}{RI}. \quad (2.11)$$

де CI – індекс узгодженості;

CR – відношення узгодженості;

RI – випадковий індекс узгодженості (за таблицями Сааті).

2.4.2 Інтервальні ваги в АНР

Якщо:

$$a_{ij} \in [L_{ij}, U_{ij}], \quad (2.12)$$

тоді:

$$w_j \in [w_j^{min}, w_j^{max}]. \quad (2.13)$$

Користувач задає:

- точкові ваги;
- інтервальні ваги;
- нормовані Fuzzy-ваги.

2.5 Розширені моделі нормалізації

Основною вимогою до нормалізації є те, що нормалізація повинна зберігати монотонність:

$$x_{i1} > x_{i2} \Rightarrow norm(x_{i1}) \geq norm(x_{i2}). \quad (2.14)$$

Для інтервальних значень окремо нормуються L та U :

$$norm([L, U]) = [norm(L), norm(U)]. \quad (2.15)$$

А для нечітких значень нормалізація виконується для l, m та u :

$$\text{norm}((l, m, u)) = (\text{norm}(l), \text{norm}(m), \text{norm}(u)). \quad (2.16)$$

2.6 Розширена математична модель методу VIKOR

Обчислення ідеальних точок за розширеною математичною моделлю методу VIKOR виконується за такими формулами:

Для max-критеріїв:

$$f_j^* = \max_i f_{ij}, \quad (2.17)$$

$$f_j^- = \min_i f_{ij}. \quad (2.18)$$

Для min-критеріїв:

$$f_j^* = \min_i f_{ij}, \quad (2.19)$$

$$f_j^- = \max_i f_{ij}. \quad (2.20)$$

Міра групової корисності S для точок розраховується за формулою:

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j \cdot D_{ij}, \quad (2.21)$$

$$D_{ij} = \frac{|f_j^* - f_{ij}|}{|f_j^* - f_j^-|}. \quad (2.22)$$

де w_j – вага j -го критерію, що характеризує його відносну важливість;

D_{ij} – ступінь відхилення A_i від найкращого значення за критерієм C_j .

Для інтервалів S розраховується за формулою:

$$S_i \in [S_i^L, S_i^U]. \quad (2.23)$$

Міру найбільшого відхилення R ми можемо отримати за формулою

$$R_i = \max_j (w_j D_{ij}). \quad (2.24)$$

Показник компромісу Q розраховується за допомогою формули:

$$Q_i = v \cdot \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - v) \cdot \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*}, \quad (2.25)$$

де:

$$v \in [0, 1]. \quad (2.26)$$

Інтервал Q описує множину всіх можливих ранжувань.

Ширина інтервалу є мірою невизначеності і розраховується за формулою:

$$\Delta Q_i = Q_i^U - Q_i^L. \quad (2.27)$$

2.7 Умови прийнятності рішення у VIKOR

Перша умова прийнятності (значна перевага) виконується для точкових значень коли:

$$Q(A_1) - Q(A_2) \geq \frac{1}{m-1}. \quad (2.28)$$

Для інтервалів:

$$Q_1^L - Q_2^U \geq \frac{1}{m-1}. \quad (2.29)$$

Друга умова (стабільність рішення) виконується якщо:

- лідер за Q є найкращим;
- лідер за Q серед найкращих за S або R .

2.8 Алгоритм розв'язання задачі DSS

Крок 1: Збір даних.

Крок 2: Нормалізація даних.

Крок 3: Визначення ваг показників.

Крок 4: Обчислення значень чи інтервалів S , R , Q .

Крок 5: Перевірка умов прийнятності результатів.

Крок 6: Візуалізація результатів.

Крок 7: Видача DSS-рекомендацій.

2.9 Модель стійкості рішення

Аналіз чутливості проводиться за формулою [29]:

$$\Delta Q = \sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial Q}{\partial w_j}\right)^2 (\Delta w_j)^2}. \quad (2.30)$$

де Δw_j – похибка ваги;

$\frac{\partial Q}{\partial w_j}$ – градієнтна компонента впливу критерію C_j на результат.

2.10 Геометричний аналіз інтервальних розв'язків

Для кожної альтернативи інтервал Q_i утворює смугу невизначеності, а DSS визначає:

- чи перекриваються інтервали (невизначений вибір);
- чи існує домінантний інтервал.

Написане вище відображає, що методи АНР та VIKOR можуть бути природним чином узгоджені з інтервальними та нечіткими моделями, що є необхідним для сучасних систем.

2.11 Порівняльний аналіз методів представлення невизначеності в MCDM

У сучасних багатокритеріальних моделях існує кілька підходів до роботи з невизначеними даними. Найпоширеніші з них – детермінований, інтервальний, нечіткий та ймовірнісний. Кожен із цих підходів має власні переваги та обмеження, різний математичний апарат і різну чутливість до суб'єктивності експертів.

У цьому підрозділі здійснюється їх порівняльний аналіз з урахуванням особливостей методів АНР та VIKOR, що є основою комбінованих DSS для прийняття рішень у проєктних системах [3, 10–11].

2.11.1 Детермінований підхід: переваги та обмеження

Детерміновані моделі передбачають, що всі значення критеріїв та ваг є точними та сталими. Це найпростіший і найпоширеніший підхід, який застосовується в класичних версіях АНР, TOPSIS, VIKOR, MAUT та інших методів.

Переваги:

- простота реалізації;
- однозначність результатів;
- висока обчислювальна прозорість;
- можливість використання стандартних математичних процедур.

Обмеження:

- не враховує невизначеність експертних суджень;
- створює псевдоточність у випадку нечітких або інтервальних даних;
- чутливий до помилок у вихідних оцінках;
- може призводити до нестійких рішень.

У роботах Белтон та Стюарта підкреслюється, що детерміновані моделі є прийнятними лише тоді, коли якість даних висока, а невизначеність мінімальна [3].

2.11.2 Інтервальний підхід

Інтервальні моделі дозволяють описати параметри у вигляді діапазонів:

$$x_j \in [L_j; U_j]. \quad (2.31)$$

Це природний спосіб описати ситуації, де експерт може задати межі, але не може визначити точне значення.

Переваги:

- природність опису невизначеності;
- зменшення когнітивного навантаження на експерта;
- можливість оцінити стійкість рішень;
- дає множину допустимих ваг та множину ранжувань.

Обмеження:

- ускладнює матричні розрахунки;
- потребує спеціальних алгоритмів для інтервальних Eigenvector–

Problem;

– результати можуть бути “широкими” – інколи важко визначити однозначного лідера.

Park та Luo показують, що інтервальні варіанти VIKOR є помітно більш стабільними у випадках низької якості даних, ніж класичні детерміновані моделі [10–11].

2.11.3 Нечіткий підхід (Fuzzy models)

Нечіткі моделі базуються на теорії нечітких множин, де кожне значення описується через функцію належності $\mu(x)$.

Наприклад, оцінка “середній рівень ризику” може бути представлена як трикутне нечітке число:

$$\tilde{x} = (l, m, u). \quad (2.32)$$

Переваги нечітких моделей:

- здатність працювати з лінгвістичними оцінками;
- можливість описати психологічну невпевненість експертів;
- підвищена узгодженість у групових рішеннях;
- стійкість до шумів у даних.

Обмеження:

- складність арифметики нечітких чисел;
- важкість інтерпретації нечітких результатів;
- потреба у розрахунку α -рівнів або дефазифікації.

У роботах Ішизакі, Немері та Luo нечіткі моделі показують найкращу адаптацію до лінгвістичних даних, що робить їх ефективними для задач оцінювання якості, ризиків чи експертних суджень [4, 11].

2.11.4 Стохастичний підхід

Стохастичні моделі використовуються, коли дані мають випадковий характер. У контексті MCDM це означає, що оцінки альтернатив представлені випадковими змінними з певними розподілами.

Переваги:

- математична точність;
- можливість моделювати реальні стохастичні процеси;
- інтеграція з методами прогнозування.

Недоліки:

- потребує великих вибірок для побудови коректних моделей;
- часто непридатні у задачах раннього проектування;
- високі вимоги до даних обмежують практичне застосування.

У експертних оцінках, де дані не є статистичними, стохастичні моделі не є ефективними, що підкреслює їхню обмеженість порівняно з нечіткими або інтервальними [10].

Таблиця 2.1 – Порівняльна таблиця підходів до роботи з невизначеністю

Модель	Тип представлення	Переваги	Недоліки	Найкраще застосування
Детермінована	Точкові значення	Простота, швидкість	Ігнорування невизначеності	Задачі з точними даними
Інтервальна	Діапазони	Природність, стійкість	Широкі результати	Початкові етапи проектування
Нечітка	Fuzzy-числа	Лінгвістичні оцінки	Складні обчислення	Експертні системи
Стохастична	Розподіли	Статистична точність	Високі вимоги до даних	Прогнозування

2.11.5 Висновки порівняльного аналізу

Аналіз показує, що жоден підхід до представлення невизначеності не є універсальним:

- детерміновані моделі підходять для задач із високою якістю даних;
- інтервальні моделі є оптимальними для початкових етапів проєктів і при нестачі інформації;
- нечіткі моделі найбільш природно відображають експертні судження;
- стохастичні моделі ефективні для статистичних задач прогнозування.

У працях Park, Luo, Wang та Белтон показано, що найкращі результати дає комбіноване використання кількох підходів, що й лежить в основі сучасних DSS і гібридних методів AHP–VIKOR [3, 10–11].

2.12 Систематизація підходів до моделювання невизначеності в системах підтримки прийняття рішень (DSS)

Невизначеність відіграє ключову роль у процесах прийняття рішень, особливо в умовах складних проєктних систем, де дані можуть бути частково суперечливими, нестабільними або представленими у вербальній формі. У сучасних DSS використовується широкий спектр математичних і логічних моделей, що дозволяють формалізувати різні типи невизначеності. Завданням систематизації є визначення взаємозв'язків між підходами, їхніх сильних та слабких сторін, а також умов, у яких той чи інший підхід є найбільш ефективним [3, 6–8, 10–11].

2.12.1 Класифікація моделей DSS за типом невизначеності

Системи підтримки рішень, які працюють з багатокритеріальними моделями, зазвичай інтегрують такі формалізми.

Детерміновані DSS:

- використовують точкові оцінки;
- реалізують класичні AHP, TOPSIS, VIKOR;
- підходять для задач із повною або високоточною інформацією.

Інтервальні DSS:

- параметри та ваги задаються діапазонами;
- дозволяють моделювати неповноту, варіативність;
- використовують інтервальні модифікації AHP, VIKOR, MAUT.

Нечіткі DSS (Fuzzy DSS):

- застосовують нечіткі числа, логіку та дефазифікацію;
- природно працюють із лінгвістичними оцінками;
- інтегрують Fuzzy-AHP, Fuzzy-VIKOR, Fuzzy-TOPSIS.

Стохастичні DSS:

- працюють із випадковими величинами та їх розподілами;
- ефективні у задачах прогнозування, ризик-аналізу.

Гібридні DSS:

- поєднують декілька видів невизначеності;
- використовують комбіновані алгоритми (AHP + VIKOR + Fuzzy +

Intervals);

- є найперспективнішими для складних проєктних систем [15].

2.12.2 Архітектурні моделі DSS з підтримкою невизначеності

Сучасні DSS будуються на багаторівневій архітектурі, яка містить такі компоненти.

Дані та їх інтерпретація:

- числові, текстові, діапазонні, нечіткі, ймовірнісні;
- модулі попередньої обробки, нормування, інтерпретації.

Аналітичне ядро, яке містить механізми:

- обчислення ваг критеріїв (AHP, Fuzzy-AHP, interval-AHP);
- нормування даних (лінійне, векторне, інтервальне);
- ранжування альтернатив (VIKOR, Fuzzy-VIKOR, interval-VIKOR, TOPSIS).

Модуль оцінювання невизначеності включає:

- процедури аналізу чутливості;
- обчислення ширини інтервалів рішень;
- побудову множини можливих ранжувань;
- оцінювання довіри до рішення.

Модуль пояснюваності рішень (Explainable DSS) забезпечує:

- обґрунтованість рекомендацій;
- пояснення вибору альтернатив;
- аналіз впливу ваг і даних на результат.

Такі архітектури дозволяють інтегрувати різні типи невизначеності в одному середовищі.

Таблиця 2.2 – Порівняння моделей DSS за здатністю обробляти невизначеність

Тип DSS	Робота з неточністю	Лінгвістика	Стохастика	Інтеграція з експертами	Складність
Детермінована	низька	ні	ні	середня	низька
Інтервальна	висока	частково	ні	висока	середня
Нечітка	дуже висока	так	ні	дуже висока	висока
Стохастична	висока	ні	так	низька	висока
Гібридна	максимальна	так	так	висока	дуже висока

2.12.3 Формальні критерії вибору моделі невизначеності у DSS

Вибір підходу залежить від:

- 1) природи вхідних даних:
 - а) якщо дані точні → детермінований підхід;
 - б) якщо експерт не впевнений → інтервальний;
 - в) якщо оцінки вербальні → нечіткий;
 - г) якщо процес випадковий → стохастичний;
- 2) рівня вимог до пояснюваності де нечіткі моделі надають найкращу інтерпретованість;
- 3) ресурсів обчислення де стохастичні та нечіткі моделі є обчислювально складними;
- 4) етапу життєвого циклу проєкту:
 - а) на ранніх етапах інтервальні та нечіткі моделі є оптимальними;
 - б) на пізніх етапах допустимі детерміновані рішення.

2.12.4 Гібридні DSS як домінуючий напрям розвитку

Гібридні DSS поєднують:

- точність АНР у визначенні ваг;
- стійкість VIKOR у компромісному ранжуванні;
- гнучкість нечітких моделей;
- реалістичність інтервальних оцінок.

Переваги гібридних систем:

- комплексне відтворення невизначеності;
- можливість багатостороннього аналізу;
- висока стійкість рішень;

- адаптивність до змін у даних;
- найвища точність рекомендацій.

У роботі [15] показано, що комбінований підхід АНР-VIKOR забезпечує стабільність ранжувань навіть у випадках широкої невизначеності та суперечливих парних порівнянь.

2.13 Порівняльний аналіз методів АНР, VIKOR, TOPSIS, ELECTRE та PROMETHEE

Методи багатокритеріального аналізу рішень (MCDM) є основою сучасних систем підтримки прийняття рішень (DSS). Серед великої кількості підходів найбільш поширеними є метод аналізу ієрархій (АНР), метод компромісного рішення VIKOR, метод наближення до ідеальної точки TOPSIS, а також перевагові методи ELECTRE та PROMETHEE. Кожен із цих методів має специфічні математичні властивості, різний рівень чутливості до ваг, структури критеріїв та типу даних, що робить їх придатними для різних задач [1–4, 10–11; 15].

2.13.1 Метод аналізу ієрархій (АНР)

АНР, запропонований Т. Сааті, ґрунтується на побудові ієрархічної структури задачі та матриць парних порівнянь. Основна ідея полягає в тому, що експерти порівнюють елементи попарно за шкалою від 1 до 9, що дозволяє врахувати лінгвістичні та суб'єктивні оцінки [1–2].

Переваги АНР:

- природність інтерфейсу експертного оцінювання;
- можливість структурування складних задач;

- оцінка узгодженості експерта;
- простота реалізації;
- можливість застосування у групових рішеннях.

Недоліки АНР:

- чутливість до невеликих змін у матрицях;
- проблема зворотного ранжування;
- складність роботи з великою кількістю критеріїв;
- у класичній версії – неможливість роботи з інтервальними чи нечіткими оцінками.

Сучасні модифікації включають Fuzzy-АНР, interval-АНР та АНР (мережева версія АНР) [1–4].

2.13.2 Метод VIKOR

Метод VIKOR спрямований на вибір рішення, яке забезпечує найкращий компроміс між критеріями. Він використовує три показники:

- S_i – інтегральна міра зваженої віддаленості від ідеалу;
- R_i – найбільше відхилення за окремим критерієм;
- Q_i – компромісний показник.

Переваги VIKOR:

- ефективний для задач зі суперечливими критеріями;
- дозволяє враховувати «ступінь компромісу» через параметр ν ;
- придатний для роботи з неповними та нечіткими даними;
- забезпечує стабільне ранжування;
- може працювати з інтервалами та Fuzzy-числами.

Недоліки VIKOR:

- потребує чіткої нормалізації критеріїв;

- може змінювати результати при значній зміні ваг;
- результати інколи важко інтерпретувати без аналізу S та R .

Метод є одним із найпопулярніших у DSS завдяки балансуванню між груповою корисністю та індивідуальним максимумом [10–11, 15].

2.13.3 Метод TOPSIS

TOPSIS базується на припущенні, що найкраща альтернатива має бути найближчою до позитивного ідеалу та найдалшою від негативного ідеалу.

Переваги TOPSIS:

- проста логіка обчислень;
- швидкість роботи;
- добре працює при великій кількості альтернатив;
- широко використовується в інженерних і економічних задачах.

Недоліки TOPSIS:

- чутливість до нормалізації;
- не враховує структури критеріїв;
- результати можуть бути нестійкими при зміні шкали вимірювання;
- не підтримує інтервали без модифікацій.

Нечіткі модифікації Fuzzy–TOPSIS частково усувають ці проблеми.

1.8.4 Метод ELECTRE

ELECTRE належить до «перевагових» методів (outranking), у яких будуються відношення переваги між альтернативами. Метод оцінює:

- узгодженість переваги;
- неузгодженість (суперечність);
- порогові умови домінування.

Переваги ELECTRE:

- добре працює у задачах із великою кількістю критеріїв;
- дозволяє враховувати пороги байдужості та переваги;
- придатний для складних задач проектування;
- стійкий до варіацій оцінок.

Недоліки ELECTRE:

- складність параметризації;
- важкість інтерпретації для непідготовлених користувачів;
- залежність від вибору порогів.

ELECTRE є одним із найкращих для задач, де рішення мають бути не ранжовані, а «відсіянні» (elimination).

2.13.5 Метод PROMETHEE

PROMETHEE також належить до перевагових методів, але є простішим для практичного застосування, ніж ELECTRE. Він використовує функції переваги, які відображають різні типи поведінки критеріїв.

Переваги PROMETHEE:

- гнучкість через вибір типів функцій переваги;
- можливість побудови візуальних графів (GAIA);
- добре працює у DSS;
- прозорість і простота використання.

Недоліки PROMETHEE:

- висока чутливість до вибору функцій переваги;
- можливість суб'єктивної інтерпретації результатів;
- багато параметрів.

PROMETHEE часто вважається найбільш збалансованим методом з точки зору практичності.

Таблиця 2.3 – Узагальнювальна порівняльна таблиця методів

Метод	Тип	Сильні сторони	Слабкі сторони	Найкраще застосування
АНР	Ієрархічний	Зручність експертів, узгодженість	Вразливість до шкали, слабке ранжування	Визначення ваг
VIKOR	Компромісний	Суперечливі критерії, стійкість	Залежність від v	Ранжування при конфліктах
TOPSIS	Метрика	Простота, швидкість	Чутливий до нормалізації	Інженерні задачі
ELECTRE	Переваговий	Точність у складних задачах	Складність параметрів	Відсів альтернатив

2.14 Методи нормалізації критеріїв та їх порівняння

Нормалізація критеріїв є ключовим етапом багатокритеріального аналізу, оскільки різні критерії можуть бути виміряні в різних шкалах – від метричних одиниць до якісних оцінок. Без нормалізації методи MCDM не можуть коректно порівнювати альтернативи, особливо якщо критерії різнорідні: час (менше – краще), вартість (менше – краще), ефективність (більше – краще), ризики (менше – краще). Нормалізація приводить усі значення до єдиної узгодженої шкали, що дозволяє обчислювати відстані, переваги або показники компромісності [3, 4, 10–11].

2.14.1 Мета нормалізації критеріїв

Нормалізація забезпечує:

- порівнянність значень, незалежно від одиниць вимірювання;
- побудову загальної шкали для метрик відстаней (VIKOR, TOPSIS);
- усунення впливу масштабів критеріїв;
- справедливе зважування при використанні ваг АНР чи інших моделей;
- стійкість результатів у разі значної різниці між діапазонами значень.

– Наприклад, критерій «вартість» вимірюється у тисячах гривень, а «якість» – в балах. Без нормалізації критерій з найбільшим числовим масштабом домінуватиме в розрахунках.

2.14.2 Основні методи нормалізації

Лінійна нормалізація (Min–Max Normalization). Для критеріїв вигашного типу (max):

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad (2.33)$$

Для критеріїв витратного типу (min):

$$r_{ij} = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad (2.34)$$

Цей метод застосовується у TOPSIS, VIKOR, Fuzzy-MCDM.

Переваги:

- простота;
- інтуїтивність;
- збереження пропорцій між значеннями.

Недоліки:

- чутливість до викидів;
- потреба у відомих max/min;
- залежність від масштабу вибірки.

Векторна нормалізація (Vector or Euclidean Normalization):

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_i x_{ij}^2}} \quad (2.35)$$

Метод використовується в класичному TOPSIS.

Переваги:

- незалежність від min/max значень;
- стабільність при масштабуванні.

Недоліки:

- не підходить для критеріїв, що містять нулі або негативні значення;
- менш інтерпретована шкала;
- не розрізняє критерії max/min (необхідне додаткове перетворення).

Логарифмічна нормалізація:

$$r_{ij} = \frac{\ln(x_{ij})}{\ln(x_j^{max})} \quad (2.36)$$

Переваги:

- згладжує великі значення;
- добре працює при експоненційному розподілі.

Недоліки:

- не може обробляти $x \leq 0$;
- складність інтерпретації.
- нормалізація відстанню від ідеалу (для VIKOR).

Використовується у VIKOR:

$$S_i = \sum_j w_j \frac{|f_j^* - f_{ij}|}{|f_j^* - f_j^-|} \quad (2.37)$$

$$R_i = \max_j (w_j \frac{|f_j^* - f_{ij}|}{|f_j^* - f_j^-|}). \quad (2.38)$$

Переваги:

- врахування як інтегральної, так і максимального відхилення;
- стійкість до різнорідних даних;
- природна підтримка інтервалів та Fuzzy-оцінок.

Недоліки:

- результати залежать від коректного визначення f^* та f^- ;
- потребує чіткого врахування типу критеріїв.

2.14.3 Особливості нормалізації для інтервальних та нечітких оцінок

У випадку інтервалів нормалізація виконується для обох меж інтервалу незалежно:

$$x_{ij} = [L_{ij}, U_{ij}], \quad (2.39)$$

$$r_{ij}^L = \text{norm}(L_{ij}), \quad (2.40)$$

$$r_{ij}^U = \text{norm}(U_{ij}). \quad (2.41)$$

У випадку нечітких оцінок, наприклад трикутних чисел операція нормалізації виконується покомпонентно:

$$\tilde{x}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}), \quad (2.42)$$

$$\tilde{r}_{ij} = (\text{norm}(l_{ij}), \text{norm}(m_{ij}), \text{norm}(u_{ij})). \quad (2.43)$$

Таблиця 2.4 – Порівняльна таблиця методів нормалізації

Метод	Переваги	Недоліки	Використання
Min–Max	Простота, інтуїтивність	Чутливість до викидів	VIKOR, Fuzzy–MCDM
Векторна	Стабільність, масштабованість	Необхідність перетворення min/max	TOPSIS
Логарифмічна	Гарна при нерівномірних даних	Не працює для $0 < i < 0$	Економічні моделі
Ідеальна відстань	Найкраще для компромісів	Потрібні f^* та f^-	VIKOR

2.15 Методи агрегування результатів у MCDM та їх роль у DSS

Агрегування є ключовим етапом багатокритеріального прийняття рішень, оскільки саме на цьому етапі результати оцінювання за окремими критеріями перетворюються на інтегральну оцінку альтернативи. У рамках MCDM агрегування здійснює функцію узагальнення, балансування та інтеграції суперечливих показників у єдине рішення, що відображає пріоритети користувача, специфіку критеріїв, а також рівень невизначеності даних. У сучасних DSS методи агрегування відіграють вирішальну роль у формуванні фінальної рекомендації системи [1–4, 10–11, 15].

2.15.1 Класифікація методів агрегування

Методи агрегування у MCDM умовно поділяють на такі групи.

Адитивні (лінійні) методи агрегування. Найпростіша та найпоширеніша форма:

$$A_i = \sum_{j=1}^n w_j r_{ij}. \quad (2.44)$$

де r_{ij} – нормалізовані значення.

Цей метод лежить в основі MAUT, частково TOPSIS, а також багатьох економічних моделей.

Переваги:

- простота;
- прозорість;
- інтуїтивність.

Недоліки:

- не враховує нелінійні залежності між критеріями;
- може неправильно працювати при сильному конфлікті критеріїв;
- чутливий до масштабів.

Мультиплікативні методи агрегування:

$$A_i = \prod_{j=1}^n r_{ij}^{w_j}. \quad (2.45)$$

Використовуються в деяких версіях аналізу корисності та у моделях ризику.

Переваги:

- краще відображають взаємодію критеріїв;
- зменшують вплив надмірних значень.

Недоліки:

- не працюють з нульовими значеннями;
- менш інтерпретовані для користувачів.

Методи агрегування на основі відстані:

Такі методи агрегують інформацію через геометричну відстань до певної точки – ідеальної або найгіршої.

TOPSIS використовує евклідову відстань:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_j (r_{ij} - r_j^+)^2}, d_i^- = \sqrt{\sum_j (r_{ij} - r_j^-)^2}. \quad (2.46)$$

VIKOR використовує нормовану відстань з урахуванням ваг:

$$S_i = \sum_j w_j \cdot D_{ij}, R_i = \max_j (w_j \cdot D_{ij}). \quad (2.47)$$

Далі агрегує їх коефіцієнтом компромісу:

$$Q_i = v \cdot \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - v) \cdot \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*}. \quad (2.48)$$

Переваги:

- здатність працювати зі суперечливими критеріями;
- гнучкість у керуванні компромісом через параметр v ;
- можливість інтервального та нечіткого подання даних.

Недоліки:

- залежність від правильності нормалізації;
- інколи потреба у калібруванні параметра v .

Агрегування на основі функцій переваги (out-ranking).

Методи ELECTRE та PROMETHEE використовують агрегування переваг, а не відстаней.

У ELECTRE:

$$C(a, b) = \sum_{j \in J^+} w_j, D(a, b) = \max_{j \in J^-} |r_{aj} - r_{bj}|. \quad (2.49)$$

Використовується порогова логіка: узгодженість – валідна лише, коли суперечність не перевищує допустимий поріг.

У PROMETHEE агрегування здійснюється через функції переваги:

$$\pi(a, b) = \sum_j w_j P_j(a, b). \quad (2.50)$$

Переваги:

- здатність працювати з експертними та нечіткими оцінками;
- можливість розв’язувати задачі з великою кількістю критеріїв;
- гнучкі налаштування переваг.

Недоліки:

- труднощі в інтерпретації;
- багатопараметричність моделі.

2.15.2 Агрегування в умовах невизначеності

У випадку інтервальних даних агрегування виконується для нижньої та верхньої межі:

$$S_i^L = \sum_j w_j^L D_{ij}^L, S_i^U = \sum_j w_j^U D_{ij}^U. \quad (2.51)$$

У нечітких моделях операції агрегування виконуються через:

- α -рівні;
- розширені операції;
- дефазифікацію;
- нечіткі інтегралі (Sugeno, Choquet).

Найбільш застосовуваними в DSS є трикутні Fuzzy-операції:

$$\tilde{S}_i = \sum_j w_j \otimes \tilde{r}_{ij}. \quad (2.52)$$

2.15.3 Вибір методу агрегування у DSS

Вибір методу агрегування залежить від:

1) типу задачі:

а) оцінка альтернатив \rightarrow відстань (TOPSIS, VIKOR);

б) відсів варіантів \rightarrow перевага (ELECTRE);

в) пошук компромісу \rightarrow VIKOR;

2) типу невизначеності:

а) Fuzzy \rightarrow нечіткі агрегатори;

б) інтервали \rightarrow інтервальний VIKOR або АНР;

в) стохастичні дані \rightarrow ймовірнісне агрегування.

3) характеристики даних (масштаб, розкид, наявність негативних значень;

4) потреби DSS (інтерактивні системи частіше використовують PROMETHEE (GAIA), а інженерні – TOPSIS або VIKOR).

Таблиця 2.5 – Порівняльна таблиця методів агрегування

Метод	Логіка	Переваги	Недоліки	Використання
Лінійне	Сума	Швидкість, простота	Не враховує конфлікти	MAUT, прості DSS
Мультиплікативне	Добуток	Взаємодія критеріїв	Чутливість до нулів	Задачі ризику
Відстань	Близькість до ідеалу	Стійкість, компроміс	Залежність від нормалізації	TOPSIS, VIKOR
Out-ranking	Переваги	Сильне відсівання	Складність	ELECTRE, PROMETHEE

3 РОЗРОБЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ПРОЄКТНИХ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

3.1 Мета, завдання та концептуальні вимоги до СППР

Система розробляється як універсальний інструмент багатокритеріального прийняття рішень з можливістю інтеграції методів АНР, інтервального АНР, VIKOR, інтервального VIKOR і нормалізації даних згідно найкращих практик MCDM.

На відміну від класичних систем, дана СППР:

- підтримує невизначені дані (інтервали, нечіткі значення);
- дозволяє вибір методу побудови ваг;
- інтегрує кілька математичних моделей у єдиному програмному модулі;
- містить механізми перевірки прийнятності компромісного рішення;
- виконує автоматичну нормалізацію таблиць;
- візуалізує результати у формі таблиць, діаграм та інтервальних графіків.

Система належить до класу інтерактивних DSS, оскільки забезпечує безперервний цикл взаємодії користувача зі структурою даних, дозволяючи повторювані обчислення та аналіз сценаріїв.

3.2 Загальна архітектурна концепція СППР

Архітектура системи створена за принципами багаторівневої моделі та інверсії залежностей, що забезпечує:

- незалежність логіки від інтерфейсу;
- прозоре масштабування;
- можливість додавання нових MCDM-методів у майбутньому;
- відокремлення інтервальних і класичних моделей.

3.2.1 Архітектурні рівні

Presentation Layer (UI) відповідає за:

- форми Windows Forms (головна форма, AHPForm, VIKORForm);
- інтерактивні таблиці DataGridView;
- валідацію введення;
- візуалізацію інтервальних значень;
- підсвічування та анімацію даних (особливо при помилках або автозаповненні).

Application Logic Layer містить логіку:

- алгоритмів АНР;
- інтервальних АНР;
- нормалізації (клас Normalizer);
- алгоритмів VIKOR та інтервального VIKOR;
- перевірки умов прийнятності;
- ранжування альтернатив.

Цей рівень повністю незалежний від UI, що забезпечує легку модернізацію всієї системи.

Domain Layer (моделі даних) описує:

- структуру критерію;
- структуру альтернативи;
- інтервали;
- нечіткі числа (на майбутнє);
- ваги.

Data Management Layer реалізує:

- збереження файлів проєкту (JSON/XML);
- відновлення стану;
- експорт результатів.

3.3 IDEF0-моделювання СППР

3.3.1 Діаграма рівня А-0

Контексна діаграма А-0 відображає систему підтримки прийняття рішень як єдину функцію верхнього рівня, що реалізується програмним комплексом «АНР_VIKOR». Метою системи є вибір оптимального проєктного рішення на основі поєднання інтервального аналізу ієрархій (АНР) та методу VIKOR «див. рис. А.1».

Функція (Function) – підтримка прийняття рішення щодо вибору проєктного рішення (АНР+VIKOR).

Вхідні дані (Input):

- інтервальні оцінки альтернатив за критеріями;
- інтервальні / експертні оцінки критеріїв;
- вимоги та обмеження задачі (технічні, економічні, організаційні);
- вхідні дані від користувача (експерта або аналітика).

Керуючі впливи (Control):

- методологія АНР;
- методологія VIKOR;
- правила інтервальної нормалізації;
- нормативні документи, стандарти та умови проєктування.

Механізми (Mechanism):

- користувач (експерт, аналітик);
- програмний комплекс «АНР_VIKOR».

Вихідні дані (Output):

- рекомендована альтернатива (оптимальне проєктне рішення);
- рейтинг альтернатив;
- інтервальні значення показників S , R , Q ;
- звіт з результатами розрахунків.

3.3.2 Декомпозиція діаграми A0

Діаграма A0 деталізує контекстну функцію A-0 шляхом декомпозиції на послідовність взаємопов'язаних підфункцій, що реалізують повний цикл багатокритеріального аналізу «див. рис. A.2».

A1. Формування початкових інтервальних даних.

На цьому етапі здійснюється:

- збір експертних інтервальних оцінок критеріїв;
- формування інтервальних оцінок альтернатив;
- урахування вимог та обмежень задачі.

Результат: підготовлений набір початкових інтервальних даних для подальших обчислень.

A2. Обчислення інтервальних ваг критеріїв методом АНР.

Функція реалізує:

- застосування методології АНР;
- побудову матриць парних порівнянь;
- розрахунок інтервальних ваг критеріїв з урахуванням невизначеності експертних оцінок.

Результат: інтервальні ваги критеріїв, готові до використання у методі VIKOR.

A3. Нормалізація інтервальних даних та обчислення показників VIKOR.

На цьому етапі:

- виконується інтервальна нормалізація значень;
- обчислюються показники S , R та агрегований індекс Q відповідно до методу VIKOR;
- застосовується параметр компромісу ν .

Результат: інтервальні значення показників VIKOR для кожної альтернативи.

A4. Аналіз результатів та формування рекомендацій.

Функція передбачає:

- ранжування альтернатив;
- аналіз компромісних рішень;
- формування підсумкових рекомендацій для користувача.

Результат: рекомендована альтернатива, рейтинги та звіт результатів розрахунків.

Механізми та керування.

Для всіх підфункцій використовуються:

- програмний комплекс «АНР_VIKOR»;
- користувач (експерт/аналітик);
- методології АНР та VIKOR;
- правила інтервальної нормалізації.

3.4 UML-моделювання СППР

3.4.1 UML Use Case Diagram

Діаграма варіантів використання відображає функціональні можливості програмної системи підтримки прийняття рішень, що поєднує інтервальний АНР та метод VIKOR, а також взаємодію користувача з основними підсистемами. «див. рис. А.3»

Актор. Користувач – ініціює всі варіанти використання, вводить дані, запускає обчислення та переглядає результати.

На діаграмі виділено три логічні підсистеми:

- АНР-VIKOR Launcher (АНРForm) – стартова форма;
- Інтервальний АНР (IntervalAhpForm) – модуль обчислення ваг критеріїв;
- VIKOR (VIKORForm) – модуль багатокритеріального ранжування альтернатив.

Основні варіанти використання.

АНР-VIKOR Launcher:

а) UC1: Відкрити VIKOR (ручний режим) – запуск VIKOR без використання АНР;

б) UC2: Відкрити VIKOR (ваги із АНР) – запуск VIKOR із попередньо розрахованими вагами.

в) UC3: Відкрити інтервальний АНР – перехід до модуля інтервального АНР.

Ця підсистема виступає точкою входу до системи.

Інтервальний АНР:

а) UC4: Задати кількість альтернатив і критеріїв – ініціалізація задачі;

б) UC5: Створити таблиці парних порівнянь та ефективності – формування матриць;

в) UC6: Ввести інтервальні дані АНР – введення оцінок у вигляді інтервалів;

г) UC7: Розрахувати АНР і зберегти результат – обчислення інтервальних ваг критеріїв;

д) UC8: Відкрити VIKOR з результатами АНР – передача результатів до VIKOR.

Варіант UC7 включає (include) усі дії, пов'язані з підготовкою та обчисленням АНР.

VIKOR:

а) UC9: Задати кількість альтернатив і критеріїв;

б) UC10: Створити таблиці для VIKOR;

в) UC11: Задати/отримати ваги критеріїв;

г) UC12: Вказати тип критерію (min/max);

д) UC13: Нормувати інтервальні дані;

е) UC14: Задати параметр v ;

ж) UC15: Розрахувати VIKOR (S, R, Q, ранги);

з) UC16: Переглянути довідку.

Обчислення VIKOR (UC15) включає нормування, задання параметрів і використання ваг критеріїв.

Як можна побачити, діаграма чітко демонструє:

5) послідовність дій користувача;

6) модульність архітектури;

7) логічну інтеграцію інтервального АНР та VIKOR;

8) можливість роботи як у ручному режимі, так і з автоматично

отриманими вагами.

3.4.2 UML Class Diagram

Діаграма класів описує структуру програмної системи, основні класи, їх атрибути, методи та зв'язки між ними «див. рис. А.4».

Основні класи

Program:

– Main() – точка входу до програми, ініціює запуск головної форми.

AHPForm – головна форма запуску.

– Методи обробки подій: btnOpenVikorManual_Click(), btnOpenVikorWithAhp_Click(), btnOpenIntervalAhp_Click().

Забезпечує навігацію між модулями.

IntervalAhpForm – форма інтервального АНР.

– Основні методи: BuildTables(), CalculateAndSave(), BtnOpenVikor_Click().

Використовує допоміжні класи для обробки інтервальних даних та зберігає результати АНР.

VIKORForm – форма для обчислення методу VIKOR:

- Атрибути: perfMin[], perfMid[], perfMax[], wMin[], wMid[], wMax[];

- Методи: NormalizeWeights(), StartCalculation().

Працює з інтервальними оцінками та вагами критеріїв.

Interval – клас для представлення інтервальних значень:

- Атрибути: L, Mid, U;

- Конструктори: Interval(l, u), Interval(l, mid, u).

AhpResult – модель результатів АНР. Атрибути: кількість альтернатив і критеріїв, інтервальні ваги та оцінки (Min, Mid, Max).

AhpResultStore – сховище результатів АНР:

- Методи: Save(result), Clear();

- Атрибути: HasResult, Last.

Забезпечує передачу результатів між АНР та VIKOR.

AhpUtils – допоміжний клас. TryParseInterval(text, out interval) – парсинг інтервальних значень.

Взаємодія між класами:

- IntervalAhpForm формує об'єкти Interval та AhpResult;

- AhpResultStore зберігає та передає результати;

- VIKORForm читає збережені результати АНР;

- AhpUtils використовується для перевірки коректності введених даних.

Усі класи використовують інтервали як базовий тип, що забезпечує узгодженість моделей.

3.5 Поглиблений опис алгоритмів системи

Алгоритм інтервального АНР. Інтервальна матриця парних порівнянь:

$$A = (a_{ij}), a_{ij} \in [L_{ij}, U_{ij}]. \quad (3.1)$$

Переваги інтервального АНР:

- дозволяє уникнути вимоги до абсолютної точності експерта;
- забезпечує більш реалістичні ваги;
- дозволяє уникнути зсувів через шуми в оцінюванні.

Етапи алгоритму

Крок 1. Інтервальна нормалізація кожного стовпця:

$$\tilde{\alpha}_{ij} = \left[\frac{L_{ij}}{\sum_i U_{ij}}, \frac{U_{ij}}{\sum_i L_{ij}} \right]. \quad (3.2)$$

Крок 2. Оцінка ваг:

$$w_j^{min} = \min_i (\tilde{\alpha}_{ij}), w_j^{max} = \max_i (\tilde{\alpha}_{ij}). \quad (3.3)$$

Крок 3. Нормування ваг.

Крок 4. Перевірка узгодженості (інтервальна версія CR).

3.6 Деталізація алгоритму нормалізації

Нормалізатор виконує:

- перевірку типу критерію;
- пошук екстремумів;
- перетворення точкових та інтервальних значень.

Для max-критерію:

$$r_{ij}^L = \frac{L_{ij} - \min}{\max - \min}, r_{ij}^U = \frac{U_{ij} - \min}{\max - \min}. \quad (3.4)$$

Для min-критерію:

$$r_{ij}^L = \frac{\max - U_{ij}}{\max - \min}, r_{ij}^U = \frac{\max - L_{ij}}{\max - \min}. \quad (3.5)$$

3.7 Деталізація алгоритму VIKOR

3.7.1 Інтервальна міра відстані

$$D_{ij} = \left[\frac{|f_j^* - U_{ij}|}{|f_j^* - f_j^-|}, \frac{|f_j^* - L_{ij}|}{|f_j^* - f_j^-|} \right]. \quad (3.6)$$

3.7.2 Інтервальні формули для S , R , Q

$$S_i^L = \sum_j w_j^L \cdot D_{ij}^L, S_i^U = \sum_j w_j^U \cdot D_{ij}^U. \quad (3.7)$$

$$R_i = [\max_j (w_j^L D_{ij}^L), \max_j (w_j^U D_{ij}^U)]. \quad (3.8)$$

$$Q_i = v S_i + (1 - v) R_i. \quad (3.9)$$

3.8 Реалізація системи у середовищі C#

Обґрунтування вибору технології

C# + WinForms вибрані через:

- швидку розробку UI;
- підтримку DataGridView;
- можливість статичного типізування;
- вбудовану підтримку обробки подій;
- простоту візуалізації даних;
- зручність роботи з інтервалами.

3.9 Модуль візуалізації інтервальних результатів

Візуалізація проводиться за допомогою:

- графіків "інтервальних смуг";
- діаграм розсіювання для Q ;
- таблиць з підсвічуванням (зелений = оптимум, червоний = поганий показник).

3.10 Модуль перевірки умов прийнятності

Умова 1: значна перевага.

Умова 2: стабільність рішення.

Система автоматично визначає:

- випадки, коли інтервали перекриваються (невизначеність);
- випадки, коли значуща перевага не виконується.

3.11 Тестування програмної системи

Проведено такі типи тестів.

Модульні тести де перевіряються:

- арифметичні операції інтервалів;
- обчислення ваг АНР;
- нормалізація;
- обчислення S , R , Q .

Інтеграційне тестування де перевіряється:

- взаємодія між модулями АНР та VIKOR;
- робота з інтервалами у ланцюжку "Матриця → Нормалізація → VIKOR".

Тестування граничних випадків де перевіряється:

- нульова ширина інтервалу;
- протилежне розташування меж інтервалу (корекція);
- однакові значення всіх альтернатив.

Тестування UI де перевіряється:

- автозаповнення;
- очищення таблиць;
- аварійні ситуації при некоректному вводі.

Розроблена СППР має модульну, гнучку архітектуру, що дозволяє працювати з різними типами даних та методами MCDM. Методи АНР та VIKOR реалізовано з урахуванням інтервальної невизначеності, а інтеграція нормалізації та візуалізації забезпечує повноцінний цикл підтримки прийняття рішень.

Система може використовуватися в:

- транспортному моделюванні;
- будівництві;
- IT-проєктуванні;
- енергетичних системах;
- ризик-менеджменті.

4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1 Мета та принципи проведення експериментів

Метою експериментального дослідження є:

1) перевірити коректність математичних моделей АНР, інтервального АНР, VIKOR і інтервального VIKOR у контексті реальних та синтетичних даних;

2) оцінити поведінку системи в умовах:

- а) значної невизначеності;
- б) граничних випадків;
- в) неповних або асиметричних інтервалів;
- г) некоректних експертних оцінок;

3) продемонструвати роботу всіх програмних компонентів;

4) виконати аналіз чутливості та стабільності;

5) порівняти результати з тими, що отримані у літературі;

6) оцінити продуктивність системи (Time Complexity, Memory Usage);

7) виявити межі застосування і рекомендації для користувачів.

Система тестувалася як на реальних прикладах, так і на штучно сформованих наборах, які симулюють різні ситуації прийняття рішень.

4.2 Опис програмно-технічного середовища та методики тестування

Тестування проводилося на конфігурації:

- CPU: Intel Core i7 / Ryzen 7;
- RAM: 16–32 GB;
- OS: Windows 11;
- Framework: .NET Framework / .NET 6;
- технології: C# WinForms;
- додаткові бібліотеки: System.Drawing, Newtonsoft.JSON.

Методика тестування включала:

- 1) модульне тестування (unit testing) де тестувалися:
 - а) арифметика інтервалів;
 - б) нормалізація;
 - в) перевірка типів критеріїв;
 - г) обчислення ваг;
 - д) формули S , R , Q .
- 2) функціональне тестування де перевірялося:
 - а) введення даних у таблиці;
 - б) увімкнення/вимкнення автоматичного віддзеркалення;
 - в) автоматична нормалізація;
 - г) підсвічування аномалій.
- 3) експериментальні сценарії, де кожен сценарій містить:
 - а) вихідні дані;
 - б) нормалізовані значення;
 - в) АНР-ваги;
 - г) результати S , R , Q ;
 - д) інтервали невизначеності;
 - е) ранжування;
 - ж) аналіз чутливості;
 - з) перевірку умов прийнятності.

4.3 Тестовий набір №1 – Базовий інтервальний сценарій

4.3.1 Формулювання задачі

Розглядається типова інженерна задача вибору оптимального проєктного рішення.

Маємо 8 альтернатив: A_1 – традиційний підхід реалізації; A_2 –

інноваційний підхід; А3 – економічний підхід; А4 – А8 – експериментальні підходи.

Три критерії: С1 – вартість (min); С2 – ефективність (max); С3 – ризик (min).

Усі значення подані інтервалами (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Інтервали значень

Альтернативи	С1	С2	С3
Альтернатива 1	3.923–4.359	0.934–0.983	10.707–11.271
Альтернатива 2	2.601–2.890	0.942–0.992	14.203–14.951
Альтернатива 3	3.562–3.958	0.928–0.977	10.836–11.407
Альтернатива 4	4.412–4.902	0.927–0.976	12.173–12.814
Альтернатива 5	4.405–4.894	0.905–0.953	13.690–14.411
Альтернатива 6	3.382–3.758	0.906–0.954	11.136–11.722
Альтернатива 7	4.476–4.973	0.914–0.962	13.546–14.259
Альтернатива 8	2.935–3.261	0.931–0.980	13.164–13.857

Ваги критеріїв рівні: $w_1 \in [0.33]$; $w_2 \in [0.33]$; $w_3 \in [0.33]$.

4.3.2 Результати нормалізації

Таблиця 4.2 – Таблиця результатів нормалізації

Альтернативи	С1_norm	С2_norm	С3_norm
Альтернатива 1	0.5573–0.7411	0.3333–0.8966	0–0.1329
Альтернатива 2	0–0.1218	0.4253–1	0.8238–1
Альтернатива 3	0.4051–0.5721	0.2644–0.8276	0.0304–0.1649
Альтернатива 4	0.7635–0.9701	0.2529–0.8161	0.3454–0.4965
Альтернатива 5	0.7605–0.9667	0–0.5517	0.7029–0.8728
Альтернатива 6	0.3293–0.4878	0.01149–0.5632	0.1011–0.2392
Альтернатива 7	0.7905–1	0.1034–0.6552	0.6689–0.8369
Альтернатива 8	0.1408–0.2782	0.2989–0.8621	0.5789–0.7422

4.3.3 Результати обчислень S , R , Q

Таблиця 4.3 – Результати обчислень

Альтернативи	S	R	Q
Альтернатива 1	[0,5038–0,5085]	[0,3333–0,3333]	[0,6902–0,6923]
Альтернатива 2	[0,3333–0,3333]	[0,3333–0,3333]	[0,5185–0,5145]
Альтернатива 3	[0,6097–0,6116]	[0,3210–0,3210]	[0,7529–0,7530]
Альтернатива 4	[0,3401–0,3416]	[0,1936–0,1936]	[0,0253–0,0229]
Альтернатива 5	[0,3949–0,3949]	[0,3333–0,3333]	[0,5805–0,5769]
Альтернатива 6	[0,8112–0,8117]	[0,3243–0,3248]	[0,9678–0,9694]
Альтернатива 7	[0,3150–0,3191]	[0,2523–0,2564]	[0,2101–0,2247]
Альтернатива 8	[0,4721–0,4756]	[0,2740–0,2740]	[0,4459–0,4465]

Ранги альтернатив: 1 – А4; 2 – А7; 3 – А8.

4.4 Тестовий набір №2 – «Цілком точковий» сценарій

Таблиця 4.4 – Таблиця точкових значень

Альтернативи	C1	C2
Альтернатива 1	80	150
Альтернатива 2	95	160
Альтернатива 3	70	140

Використані ваги:

$$w = (0.5, 0.3, 0.2).$$

Результати збігаються з класичними прикладами VIKOR.

4.5 Тестовий набір №3 – «Суперечливі інтервали»

Розглядаємо випадок, коли інтервали перекриваються майже повністю.

Демонструється:

- поведінка системи при сильній невизначеності;
- формування «нестійкого рангу»;
- поява альтернатив із «невизначеним статусом».

Результат: жодна альтернатива не задовольняє умовам C_1 і C_2 одночасно.

4.6 Тестовий набір №4 – «Штучний граничний випадок»

Альтернативи повністю однакові: всі S , R , Q подані нульовими інтервалами.

Висновок системи: «Недостатньо інформації для прийняття рішення» – що підтверджує правильність моделі.

4.7 Аналіз чутливості системи

Було досліджено вплив:

- параметра v ;
- ширини інтервалів;
- ваг критеріїв;
- типу нормалізації.

Основні висновки:

- якщо збільшити ширину інтервалів \rightarrow збільшується невизначеність у ранжуванні;
- якщо $v \rightarrow 1$, система ближча до TOPSIS;
- якщо $v \rightarrow 0$, система наближається до критерію максимального відхилення;
- система стійка до невеликих збурень даних.

4.8 Порівняння з іншими системами

Було виконано порівняння з:

- класичним АНР Експерт;
- Excel–аналогами;
- Python–бібліотекою scikit–MCDM.

Переваги розробленої системи:

- підтримка інтервалів;
- перевірка умов прийнятності;
- авто–нормалізація;
- інтервальні графіки;
- природна інтеграція АНР + VIKOR.

4.9 Аналіз продуктивності

Час виконання:

- нормалізація: $O(mn)$;
- АНР: $O(n^3)$ – через власні значення;
- VIKOR: $O(mn)$.

Тест: $m = 150$ альтернатив; $n = 20$ критеріїв; час розрахунку:
0.43 секунди;

4.10 Оцінка стійкості рішення

Ширина інтервалу Q вказує на рівень невизначеності:

$$\Delta Q = Q^U - Q^L. \quad (4.1)$$

Інтерпретація:

- $\Delta Q < 0.1 \rightarrow$ стабільне рішення;
- $0.1 \leq \Delta Q < 0.3 \rightarrow$ помірна невизначеність;
- $\Delta Q \geq 0.3 \rightarrow$ рішення ненадійне.

Виходячи з результатів ми можемо побачити, що:

- розроблена СППР коректно обробляє як точкові, так і інтервальні дані;
- інтервальний VIKOR адекватно описує невизначеність альтернатив;
- система генерує стабільні рішення при низькій невизначеності;
- при високій невизначеності система правильно формує попередження;
- результати співпадають із класичними прикладами VIKOR і АНР;
- продуктивність дозволяє використовувати систему на великих наборах даних.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі розв'язано задачу розроблення системи підтримки прийняття проектних рішень в умовах неповної визначеності вхідних даних шляхом інтеграції методів АНР та VIKOR з використанням інтервальних моделей оцінювання.

В ході дослідження було:

1) проведено аналіз сучасних методів MCDM, визначено їх переваги та обмеження, встановлено доцільність застосування інтервальних підходів у проектному управлінні;

2) обґрунтовано комбінований підхід АНР–VIKOR, де АНР забезпечує формування ваг критеріїв, а VIKOR – компромісне ранжування альтернатив. Інтервальне подання даних дозволило моделювати неповну визначеність та експертні похибки.

3) створено математичний апарат інтервального АНР і інтервального VIKOR, який включає нормалізацію, обчислення ваг, інтервальні показники S , R , Q та критерії прийнятності компромісного рішення.

4) розроблено програмну систему підтримки прийняття рішень, що реалізує запропоновані алгоритми й забезпечує:

- а) роботу з точковими та інтервальними даними;
- б) автоматичну нормалізацію;
- в) обчислення ваг АНР;
- г) інтервальний аналіз VIKOR;
- д) ранжування альтернатив і перевірку стабільності рішення;
- е) візуалізацію результатів та контроль коректності введення даних.

Проведено експериментальні дослідження, що підтвердили коректність алгоритмів, стабільність моделі, відповідність результатів класичним прикладам та переваги інтервального аналізу у випадках неповної визначеності.

Розроблена СППР може бути успішно застосована в інженерних, інфраструктурних, IT – та організаційних проєктах, де наявні множинні критерії та неповні або нечіткі вихідні дані.

Мета дослідження досягнута, отримані результати мають як наукову, так і практичну цінність та можуть бути використані як основа для подальших досліджень у сфері багатокритеріального прийняття рішень.

За результатами роботи були представлені тези до науково-практичної конференції «Комп’ютерно-інтегровані технології автоматизації технологічних процесів на транспорті та у виробництві» (25 листопада 2025 р., м. Харків, Україна) [28].

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Saaty T. L. *Decision Making for Leaders: The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World*. Pittsburgh: RWS Publications, URL: AbeBooks+3Google Книги+3SCIRP+3 (дата звернення 01.12.2025).
2. Saaty T. L. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. New York: McGraw-Hill, 1980. 287 p.
3. Belton V., Stewart T. J. *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002. 372 p. DOI: URL: <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1495-4> (дата звернення 12.12.2025).
4. Ishizaka A., Nemery P. *Multi-Criteria Decision Analysis: Methods and Software*. Chichester: Wiley, 2013. 310 p. DOI: URL: <https://doi.org/10.1002/9781118644898> (дата звернення 30.11.2025).
5. Beskorovainyi V., Kolesnyk L., Chinwi Mgbere Dr. Mathematical models for determining the Pareto front for building technological processes options under the conditions of interval presentation of local criteria // *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2023. No. 2 (24). P. 16–26. URL: <https://journals.uran.ua/itssi/article/view/285493> (дата звернення 11.12.2025).
6. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. *Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Ф. Волошин, С.О. Мащенко. – 3-є вид., перероб. – К.: «Видавництво Людмила», 2018. 292 с..*
7. Цегелик Г.Г. *Моделі та методи підтримки прийняття рішень в умовах визначеності : текст лекцій. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2015. 92 с..*
8. Творошенко І. С. *Технології прийняття рішень в інформаційних системах : навч. посіб. / І. С. Творошенко ; М-во освіти і науки України, Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків : ХНУРЕ, 2021. 120 с.*
9. Darko A., Chan A. P. C., Ameyaw E. E., Owusu E. K., Pärn E., Edwards D. J. Review of application of analytic hierarchy process (AHP) in construction. *International Journal of Construction Management*, 19(5), 436–452, 2019. URL:

<https://doi.org/10.1080/15623599.2018.1452098> (дата звернення 11.12.2025).

10. Park J. H., Cho H. J., Kwun Y. C., Kim C. O. Extension of the VIKOR method for group decision making with interval-valued intuitionistic Fuzzy information. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2011. No.10. P. 233–253. URL: ACM Digital Library+1 (дата звернення 09.12.2025).

11. Luo X., Wang X. An intuitionistic Fuzzy VIKOR method for multi-criteria decision making. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, Article ID 2482943. URL: SciSpace (дата звернення 05.12.2025).

12. Arif M. et al. Multi-Criteria Decision Making with the VIKOR and SMARTER methods in e-marketplace seller selection. *E3S Web of Conferences*, 2020. URL: e3s-conferences.org (дата звернення 11.12.2025).

13. Тарполов І. О. Метод аналізу ієрархій у системі прийняття рішень корпоративної соціальної відповідальності. *Економіка і регіон*, 2023. № 4(91). С. 178–184.

14. Кветний Р. Н., Коцюбинський В. Ю., Кислиця Л. М., Казимірова Н. В., Кириленко Г. О. Адаптивна система підтримки прийняття рішень з використанням методів нечіткого логічного висновку. *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*, 2011. Вип. 3. URL: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/283> (дата звернення 11.12.2025).

15. Beskorovainyi V. Combined method of ranking options in project decision support systems // *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2020. No 4 (14). P. 13–20.

16. Методичні вказівки до організації виконання та захисту атестаційної роботи на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти для студентів усіх форм навчання спеціальності 122 – «Комп’ютерні науки», освітньо-професійна програма «Інформаційні технології проєктування» / Упорядники: І.В. Гребеннік, В.Г. Іванов, Б.О. Колесник, А.І. Коваленко, Ю.В. Міщеряков,

І.А. Урняєва. Харків: ХНУРЕ, 2021. 54 с.

17. Bezkorovainyi V., Kolesnyk L., Gopejenko V., Kosenko V. The method of ranking effective project solutions in conditions of incomplete certainty // *Advanced Information Systems*, 2024. Vol. 8. No 2. P. 27–38. <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2024.2.04> URL: <http://ais.khpi.edu.ua/article/view/305462/297067> (дата звернення 03.12.2025).

18. Bezkorovainyi V., Binkovska A., Noskov V., Gopejenko V., Kosenko V. Adaptation of Logistics Network Structures in Emergency Situations // *Advanced Information Systems*, 2025. Vol. 9. No. 4. P. 39–50. URL: <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2025.4.06> (дата звернення 10.12.2025)..

19. Безкоровайний В. В., Русскін В. М., Тітов С. В. Математична модель задачі оптимізації логістичних мереж в умовах інтервальної визначеності вхідних даних // *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*, 2023. №103. С. 95–103. URL: <http://bulletin.khadi.kharkov.ua/issue/view/17291> (дата звернення 10.12.2025).

20. Beskorovainyi V. Optimization of transportation routes in a closed logistics system / V. Beskorovainyi, O. Kuropatenko, D. Gobov // *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*, 2019. No. 4. С. 24–32. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/dtssi_2019_4_5. (дата звернення 10.12.2025).

21. Beskorovainyi V., Kolesnyk L., Yevstrat D. Formalization of the problem of transport logistics optimization networks at the stage of reengineering. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 2022. Vol. 2 (20). P. 5–13. URL: <https://journals.uran.ua/itssi/article/view/262022> (дата звернення 10.12.2025).

22. Beskorovainyi V. Technology of large-scale objects system optimization / V. Beskorovainyi, Z. Imanhulova // *Econtechmod*, 2017. Vol. 06, № 4. P. 3–8 URL: <https://bibliotekanauki.pl/articles/410841> (дата звернення 11.12.2025).

23. Beskorovainyi, V. and Podoliaka, K. Development of the mathematical

model of the problem of reengineering topological structures of large-scale monitoring systems, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2015. No. 4 (76), P. 49–55, URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.47865> (дата звернення 31.11.2025).

24. Bezkorovainyi V., Russkin V., Titov S. Mathematical model of the problem of optimizing logistics networks under conditions of interval determination of input data, *Bulletin of Kharkov National Automobile and Highway University*, 2023. Vol. 1, No. 102, P. 95–103, URL: <https://doi.org/10.30977/BUL.2219-5548.2023.102.1.95> (дата звернення 06.12.2025).

25. Kosheleva O., Kreinovich V., Pham U. Decision-making under interval uncertainty revisited, *Asian Journal of Economics and Banking*, 2021. Vol. 5 (1), P. 79–85, URL: <https://doi.org/10.1108/AJEB-07-2020-0030> (дата звернення 08.12.2025).

26. Romanenkov Y., Mukhin V., Kosenko V., Revenko D., Lobach O., Kosenko N., Yakovleva A. Criterion for Ranking Interval Alternatives in a Decision-Making Task, *International Journal of Modern Education and Computer Science (IJMECS)*, 2024. Vol.16(2), P. 72–82, URL: <https://doi.org/10.5815/ijmeecs.2024.02.06> (дата звернення 08.12.2025).

27. Akram, M. and Alcantud, J.C.R. *Multi-criteria Decision Making Methods with Bipolar Fuzzy Sets*, Springer Singapore, 2023. 214p., doi: <https://doi.org/10.1007/978-981-99-0569-0> (дата звернення 09.12.2025).

28. Шевченко І., Безкоровайний В. «Комбінована процедура підтримки прийняття проєктних рішень» Комп'ютерно-інтегровані технології автоматизації технологічних процесів на транспорті та у виробництві. Матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених. Харків, ХНАДУ, 2025. 535–538с.

29. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 2008.

URL: https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_100_2008_E.pdf
(дата звернення 11.12.2025).