

Б. Г. ТЕРЯЕВ, канд. техн. наук

**ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ-ПОМЕХА НА ВЫХОДЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ  
УСТРОЙСТВ СИНХРОНИЗАЦИИ КВАЗИКОГЕРЕНТНЫХ  
ДЕМОДУЛЯТОРОВ ФМ-СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЖСИМВОЛЬНЫХ  
ПОМЕХ В КАНАЛЕ**

В работе [1] изложена методика определения энергетического спектра (ЭС) помехи на выходе нелинейных преобразователей (НП) различных типов устройств синхронизации квазикогерентных демодуляторов ФМ-сигналов — УФОК и УВТИ [2]. Там же приведены результаты по исследованию отношения сигнал-помеха на выходе УФОК и УВТИ при наличии только аддитивного шума в канале.

Известно определение ЭС сложной помехи на выходе частотно-ограниченного канала, позволяющее учесть дополнительные искажения сигнала межсимвольной помехой — МСП [3]. Это дает возможность, используя методику, изложенную в работе [1], найти ЭС на выходе НП тех же устройств синхронизации, но при дополнительном появлении межсимвольных искажений в канале. Комплексный коэффициент передачи канала полагаем произвольным, когда импульсная реакция канала на радиосигнал удовлетворяет или не удовлетворяет условию Найквиста. Рассмотрим результаты исследования некоторых типов УФОК и УВТИ квазикогерентных демодуляторов сигналов ФМ-2 и ФМ-4 и отношения сигнал-помеха на их выходе при учете аддитивного шума и МСП. Нормированный комплексный коэффициент передачи представляем в виде

$$k(j\omega) = e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma^2}} e^{j\tau_0(\omega - \omega_0)},$$

где  $\tau_0 = \pi/2\Delta_c$ ;  $\Delta_c$  — эквивалентная энергетическая полоса пропускания канала,  $\Delta_c = \beta/\sqrt{\pi}$ , т. е. рассматривается канал с гауссовой частотной и линейной фазовой характеристикой. Полученные

при этом результаты практически справедливы и при других типах частотных характеристик каналов, например с прямоугольной частотной характеристикой, если только эквивалентные энергетические полосы пропускания каналов  $\Delta_c$  окажутся одинаковыми.

*УФОК Пистолькорса.* Определим ЭС на выходе НП УФОК демодулятора сигналов ФМ-2. УФОК такого типа состоит из удвоителя частоты (НП), узкополосного фильтра, настроенного на удвоенную частоту сигнала фильтрующего элемента (ФЭ), и безынерционного делителя частоты. Запишем вначале ЭС сложной помехи, равной сумме аддитивного шума, и МСП [3]. Энергетический спектр шума при гауссовой частотной характеристике тракта

$$S_n \omega = N_0^+ |k(j\omega)|^2 = N_0^+ e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}}.$$

Здесь  $N_0^+$  — спектральная интенсивность белого шума;  $\delta^2$  — мощность этой помехи,

$$\delta^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S_n(\omega) d\omega = \frac{\Delta_c}{2\pi} N_0^+.$$

Следовательно,

$$S_n(\omega) = \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}}. \quad (1)$$

Энергетический спектр сигнала ФМ-2  $S(t)$ :

$$S_s(\omega) = \frac{U_0^2}{2} T_0 \left( \frac{\sin \frac{\omega - \omega_0}{2} T_0}{\frac{\omega - \omega_0}{2} T_0} \right), \quad (2)$$

где  $U_0$ ,  $\omega_0$ ,  $T_0$  — амплитуда, центральная частота и длительность элементарного сигнала. Тогда ЭС сложной помехи

$$\tilde{S}_n(\omega) = S_s(\omega) \left\{ 1 + e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}} - 2e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\beta^2}} \cos \tau_0(\omega - \omega_0) \right\} + s_n(\omega). \quad (3)$$

Сигнал на выходе квадратора умножителя частоты запишем в виде

$$[S(t) + \tilde{n}(t)]^2 = S(t)^2 + 2S(t)\tilde{n}(t) + \tilde{n}(t)^2. \quad (4)$$

Здесь  $S(t)$  — неискаженный ФМ-сигнал  $U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi_M(t)]$ ;  $\tilde{n}(t)$  — сложная помеха,  $\tilde{n}(t) = n(t) + S_{\text{МСП}}(t)$ .

Мощность сигнала  $S(t)$  на удвоенной частоте  $2\omega_0$ :

$$P_{c_{yд}} = (U_0^2/2)^2/2 = U_0^4/8. \quad (5)$$

ЭС сложной помехи после преобразования в квадраторе определяется вторым и третьим членами выражения (4). Полагая статистическую независимость между  $S(t)$  и  $\tilde{n}(t)$ , что допустимо при заметном уровне аддитивного шума, запишем ЭС, обусловленный вторым членом соотношения (4):

$$S_{2s \times \tilde{n}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{S}_n(\omega - \nu) S_{2s}(\nu) d\nu, \quad (6)$$

где  $S_{2s}(\nu)$  — ЭС сигнала  $2S(t)$ , определяемый из (2).

Вычисление (6) дает выражение ЭС, справедливое в окрестности частоты  $2\omega_0$ :

$$S_{2s \times \tilde{n}}(\omega) = A\tau_0^2(\omega - 2\omega_0)^2 + B e^{-\frac{(\omega - 2\omega_0)^2}{\beta^2}}.$$

Здесь  $A = \frac{1}{2\pi} \frac{U_0^2}{2} T_0 \frac{(2U_0)^2}{2} \frac{1}{2}$ ;  $B = \frac{1}{2\pi} \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} \frac{(2U_0)^2}{2} \frac{1}{2}$ ,  $\omega \approx 2\omega_0$ .

Поскольку ФЭ УФОК обычно узкополосный, достаточно знать ЭС в окрестности частоты  $2\omega_0$ .

Выражение ЭС помехи, вызванное третьим членом (4), выполним в предположении, что статистика сложной помехи гауссова. Воспользовавшись при этом выражением корреляционной функции квадрата нормального случайного процесса, приведенным в [4], получим ЭС помехи, вызванный третьим членом (4), также справедливым в окрестности частоты  $2\omega_0$ :

$$F(2\omega_0) = 4 \left\{ \sigma^4 \frac{\pi}{\sqrt{2}\Delta_c} + 2U_0^2 \sigma^2 (\tau_0/T_0) + 4U_0^4 (\tau_0/T_0)^4 T_0/3 \right\}. \quad (7)$$

Используя (5), (6), (7), составим отношение сигнал-помеха на выходе ФЭ удвоителя частоты

$$P_{c_{yx}} = P_{c_{y\lambda}} / (P_{n1} + P_{n2}),$$

где

$$P_{n1} = B\Delta\Phi + A\tau_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_{2\omega_0 - \frac{\Delta\Phi}{2}}^{2\omega_0 + \frac{\Delta\Phi}{2}} d\omega (\omega - 2\omega_0)^2 = \frac{U_0^2}{2\pi} \sigma^2 n_{оп} + \frac{U_0^4}{192} n_{оп}^2 m;$$

$n_{оп}$  — отношение полосы пропускания ФЭ удвоителя частоты к полосе приемопередающего тракта  $\Delta_c$ ,  $n_{оп} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta_c/2\pi}$ ;  $m$  — обобщенная полоса пропускания,  $m = \frac{\Delta_c}{2\pi} T_0$ ;

$$P_{n2} = F(2\omega_0) \Delta\Phi = 4 \left[ \frac{\sigma^4}{2\sqrt{2}} + \frac{U_0^2 \sigma^2}{8m} + \frac{U_0^4}{3 \cdot 4^3 m^3} \right] n_{оп}.$$

Тогда

$$P_{c_{уд}}/P_{\Pi} = \frac{1}{n_{оп} \left[ \frac{2\sqrt{2}}{N^4} + \frac{2}{N^2} \left( \frac{1}{\pi} + \frac{1}{m} \right) + \left( \frac{n_{оп}^2}{2^4} + \frac{1}{6m^3} \right) \right]}, \quad (8)$$

где  $N$  — отношение сигнал-помеха на выходе тракта при отсутствии МСП,  $N = U_0/\sqrt{2}\sigma$ . Ввиду принятых ограничений на выражения ЭС сложной помехи (6), (7) последнее соотношение справедливо при малых  $n_{оп} \lesssim 0,1$  и  $m \lesssim 2$ . При безынерционном делении частоты сигнала на выходе ФЭ отношение сигнал-помеха не меняется, поэтому выражение (8) определяет отношение сигнал-помеха на выходе УФОК Пистолькорса.

Выражения отношений сигнал-помеха на выходе УФОК Пистолькорса, Сифорова и Костаса (ПСК) одинаковы [1]. Поэтому (8) справедливо для УФОК ПСК.

Таблица 1

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,0	0	1,775	9,970	20,10	36,07	51,66	60,0
1,5	0	2,063	13,92	33,04	75,61	145,0	204,0
$\infty$	0	2,500	18,00	42,00	82,50	250,0	$\infty$

В табл. 1 представлены значения отношения  $P_c/P_{\Pi}$  при различных значениях  $m$  в функции при  $n_{оп} = 0,1$ . Последняя строка таблицы взята из работы [5].

Уменьшение обобщенной полосы  $m$  и, следовательно, увеличение МСП, может привести к заметному снижению отношения сигнал-помеха на выходе УФОК (табл. 1).

*УФОК Стратоновича.* УФОК данного типа в демодуляторах сигналов ФМ-2 содержит фазовый деманипулятор (ФДМ), фазовый детектор (ФД), узкополосный фильтрующий элемент (ФЭ). Непрерывный ЭС помехи на выходе ФДМ такой же как и на его входе [1]. Поэтому непрерывный ЭС сложной помехи на выходе ФДМ определяется выражением (3). Аппроксимация этого выражения в окрестности частоты  $\omega_0$ :

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{U_0^2}{2} T_0 \tau_0^2 (\omega - \omega_0)^2 + \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c}$$

Тогда мощность помехи на выходе ФЭ УФОК Стратоновича

$$P_{\Pi} = \sigma^2 \frac{2\pi}{\Delta_c} \Delta\Phi + \frac{U_0^2}{2} T_0 \tau_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - 2\pi \frac{\Delta\Phi}{2}}^{\omega_0 + 2\pi \frac{\Delta\Phi}{2}} d\omega (\omega - \omega_0)^2 = \sigma^2 n_{оп} + \frac{\pi^2}{96} U_0^2 m n_{оп}^3, \quad (9)$$

где  $\Delta\Phi$  — полоса пропускания ФЭ;  $n_{\text{оп}} = (\Delta\Phi/\Delta_c) 2\pi$ ;  $P_c$  — мощность сигнала,  $P_c = U_0^2/2$ . Тогда отношение мощности сигнала к мощности помехи на выходе УФОК запишем так:

$$P_c/P_n = \frac{1}{n_{\text{оп}}(1/N^2 + 2,05 \cdot 10^{-1} m n_{\text{оп}}^2)}. \quad (10)$$

Выражение (10) также справедливо при малых  $n_{\text{оп}}$ ,  $m \leq 2$ . Используя (10), приведем значения  $P_c/P_n$  в функции  $N$  при  $n_{\text{оп}} = 0,1$ , т. е. при тех же значениях, что и для УФОК ПСК. Результаты

Таблица 2

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,0	0	9,97	39,67	88,36	273,80	829,8	4878
1,5	0	9,96	39,51	87,58	232,18	765,1	3257
$\infty$	0	10	40,00	90,00	250,00	1000	$\infty$

расчетов сведены в табл. 2. В последней строке этой таблицы приведены значения отношения  $P_c/P_n$  при различных значениях  $m$  в случае отсутствия МСП.

Сравнивая данные табл. 1, 2, приходим к заключению, что искомое отношение сигнал-помеха на выходе УФОК Стратоновича, а следовательно, УФОК Травина, Агеева, оказывается существенно выше, чем на выходе УФОК ПСК. Выражения отношений сигнал-помеха на выходе УФОК Стратоновича демодулятора сигналов ФМ-4 и ФМ-2 совпадают [1]. Следовательно, при наличии МСП можно использовать (10) и при УФОК с реманипуляцией демодуляторов четырехпозиционных ФМ-сигналов. Исследование УФОК ПСК демодуляторов ФМ-4 проведено не было ввиду появления весьма громоздких вычислений при определении ЭС сложной помехи на выходе учетверителя частоты.

Исследование УВТИ демодуляторов ФМ-сигналов проводили при наличии МСП и аддитивного шума. Ввиду появления громоздких выражений при определении ЭС сложной помехи на выходе НП далее приводятся только окончательные результаты. Так, для УВТИ с дифференцирующей цепью и двухполупериодным преобразователем отношение сигнал-помеха на выходе его ФЭ записывается следующим образом:

$$P_c/P_n = \frac{1}{2n_{\text{ти}} [1 + 1/\gamma^2 (16/\bar{N}^2 + 1/128\bar{N}^4)]},$$

$$\bar{N}^2 = \frac{q}{m \left[ 1 + \frac{1 - e^{-2m}}{2m^2} \right]}, \quad (11)$$

где

$$q = \frac{U_0^2 T_0}{2 N_0^+} = P_c T_0 / N_0^+ = \frac{P_c}{P_{па}} m = N^2 m, \quad N = U_0 / \sqrt{2\sigma};$$

$\gamma = T_0 / \tau_g$ ,  $\tau_g$  — постоянная дифференцирующей цепи УВТИ [2];

$n_{ти} = (\Delta\Phi_{УВТИ}) / \left(\frac{\Delta_c}{2}\right) 2\pi$ ,  $\Delta\Phi_{УВТИ}$  — полоса ФЭ УВТИ. Причем это

выражение справедливо для демодуляторов сигналов ФМ-2 и ФМ-4 и также при малых  $n_{оп}$ . В табл. 3 представлены значения отноше-

Таблица 3

$m$	$N$						
	0	1	2	3	5	10	$\infty$
1,5	0	5,35	6,42	6,49	6,505	6,508	6,51
$\infty$	0	7,01	9,07	9,57	9,84	9,96	10,0

ния  $P_c/P_{п}$  при различных значениях  $m$  в функции  $N$  при значениях параметров  $n_{ти}=0,1$ ;  $\gamma=10$ . Аналогично было определено отношение сигнал-помеха на выходе УВТИ с множителем и линией задержки. Для демодуляторов сигналов ФМ-2 оно имеет вид

$$P_c/P_{п} = \frac{1}{n_{ти} (4 + 1,52/\tilde{N}^2 + 156/\tilde{N}^4)}, \quad (12)$$

для демодуляторов сигналов ФМ-4

$$P_c/P_{п} = \frac{1}{n_{ти} (4 + 3,9/\tilde{N}^2 + 0,38/\tilde{N}^4)}. \quad (13)$$

Выражения (12), (13) также справедливы при малых  $n_{ти}$ . В табл. 4 приведены значения отношения  $P_c/P_{п}$  при различных значениях  $m$  в функции  $N$  при значениях параметров  $n_{ти}=0,1$ .

Таблица 4

$m$	$N$					
	1	2	3	5	10	$\infty$
ФМ-2						
1,5	1,659	4,48	5,07	5,29	5,35	6,66
1,7	1,66	4,28	4,62	4,83	4,93	5,88
$\infty$	3,7	4,01	4,90	5,53	6,90	8,20
1,5	1,55	2,71	2,84	2,87	2,88	3,13
ФМ-4						
1,7	1,34	2,42	2,55	2,57	2,58	2,76
$\infty$	2,8	3,02	3,60	4,20	4,70	5,0

Сравнение данных табл. 3, 4 показывает, что учет МСП приводит к заметному уменьшению отношения сигнал-помеха на выходе УВТИ, так что для получения качественной работы демодулятора необходимо сужать полосу пропускания ФЭ, уменьшая  $n_{\text{тн}}$ . Заметно также «насыщение» функции, когда, начиная с  $N \geq 3$ , отношение сигнал-помеха на выходе УВТИ практически не меняется или меняется незначительно. Полученные в работе выражения отношения сигнал-помеха на выходе различных типов УФОК и УВТИ далее используются при расчете помехоустойчивости демодуляторов ФМ-сигналов с учетом работы их устройств синхронизации и наличии искажений сигнала аддитивным шумом и МСП.

**Список литературы:** 1. *Теряев Б. Г.* Сравнительный анализ устройств синхронизации и их влияние на помехоустойчивость сигналов однократной и двукратной фазовой манипуляции//Докл. на VIII науч.-техн. конф., посвященной Дню радио. М., 1982. — С. 20—25. 2. *Спилкер Дж.* Цифровая спутниковая связь: Пер. с англ. — М.: Связь, 1979. — 400 с. 3. *Теряев Б. Г.* Представление сигнала на выходе частотно-ограниченного линейного тракта//Радиотехника. — 1987. — Вып. 81. — С. 32—36. 4. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1973. — Т. 1. 286 с. 5. *Теряев Б. Г., Мамаев Н. С.* Отношение с/п на выходе удвоителя частоты//Электросвязь. — 1965. — Вып. 9. — С. 38—42.

*Поступила в редколлегию 18.11.85*