НОРМАЛЬНЫЕ ОДНОЗНАЧНЫЕ ДВОИЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ И АЛГЕБРА ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Г. Г. Любченко, В. С. Подлипенский

Киев

1. Преобразования нормальных однозначных двоичных таблиц

Нормальные однозначные двоичные таблицы (НОД таблицы), называемые [3, 5 — 8] нормальными матрицами, являются одним из классов нормальных k-х таблиц [4]. Приведем определение НОД таблиц и опишем некоторые их преобразования.

Определение НОД таблиц. 1. Цифры 0 и 1 — двоичные таблицы. 2. Пустое слово, обозначаемое далее прочерком, есть двоичная таблица. 3. Таблица

$$\left\|\begin{array}{cccc} A_p & A_{p-1} & \dots & A_1 \\ \alpha_{1p} & \alpha_{1,p-1} & \dots & \alpha_{11} \\ \alpha_{2p} & \alpha_{2,p-1} & \dots & \alpha_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{2^p p} & \alpha_{2^p,p-1} & \dots & \alpha_{2^p 1} \end{array}\right\| \begin{array}{c} f \\ \| \\ B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_{2^p} \end{array} \qquad (1)$$

есть двоичная таблица, если A_j $(j = 1, 2, \ldots, p)$ — буква x_r $(r = 1, 2, \ldots, m)$, или двоичная таблица, отличная от пустого слова; B_i $(i = 1, 2, \ldots, 2^p)$ — двоичная таблица; строки матрицы таблицы (1) — попарно различные p-значные двоичные числа с разрядными цифрами α_{ij}; f — символ, именующий таблицу.

От перестановки строк или столбцов таблица (1) не изменяется. Поэтому ее можно задать так, что каждая i-я строка ее матрицы будет целым положительным числом $i - 1$, записанным в виде p-значного двоичного числа. Заданную таким образом таблицу (1) будем называть НОД таблицей и записывать в виде

$$(A_p A_{p-1} \ldots A_1) \| B_1 B_2 \ldots B_{2^p} \|. \qquad (2)$$

Таблицы вида (—) $\| B \|$, где B — НОД таблица, 0, 1 и —, будем считать НОД таблицами, причем (—) $\| B \| = (\ ) \| B \| = B$.

Каждый из символов A_j будем называть аргументом НОД таблицы, символ $(A_p\ A_{p-1} \ldots A_1)$ — ее приставкой, а символ $B_1 B_2 \ldots B_{2^p}$ или $\|B_1\ B_2 \ldots B_{2^p}\|$ — ее двоичным числом.

Если НОД таблица (2) не задает функции АЛ (быть может, недоопределенной), назовем ее бессмысленной.

Некоторые преобразования НОД таблиц. При описании преобразований таблицу $(A_n\ A_{n-1} \ldots A_1) \| B_1 B_2 \ldots B_{2^n} \|$ для краткости обозначим буквой M.

а) **Введение нового аргумента:**

$$M = (A_l A_n A_{n-1} \ldots A_1) \| B_1 B_2 \ldots B_{2^n} B_1 B_2 \ldots B_{2^n} \|,$$

где A_l отлично от 0 и 1 и $A_l \neq A_l$ $(l = 1, 2, \ldots, n)$.

б) **Введение 0 и 1 в качестве аргумента:**

$$M = (0 A_n A_{n-1} \ldots A_1) \| B_1 B_2 \ldots B_{2^n} — — \ldots — \|,$$

$$M = (1\ A_n A_{n-1} \ldots A_1) \| — — \ldots — B_1 B_2 \ldots B_{2^n} \|.$$

в) **Введение «повторного» аргумента:**

$$M = (A_1 A_n A_{n-1} \ldots A_1) \| B_1 — B_3 — \ldots B_{2^{n-1}} — — B_2 — B_4 — \ldots B_{2^n} \|.$$

г) **Пересылка аргументов из приставки НОД таблицы в ее двоичное число (и обратно):**

$$M = (A_{n+1} A_n A_{n-1} \ldots A_{p+1}) \| \tau_1 \tau_2 \ldots \tau_{2^{n-p}} \|,$$

где

$$\tau_t = (A_p A_{p-1} \ldots A_1 A_0) \| B_{(t-1)2^p+1} B_{(t-1)2^p+2} \ldots B_{t2^p} \|,$$

$$A_{n+1} = A_0 = —,\ t = 1, 2, \ldots, 2^{n-p},\ p = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

д) **Транспозиция аргументов приставки:**

$$(A_n A_{n-1} \ldots A_{p+2} A_{p+1} A_p \ldots A_1) \| B_1 B_2 \ldots B_{2^n} \| =$$

$$= (A_{p+1} A_{n-1} \ldots A_{p+2} A_n) \| \tau_{i_1} \tau_{i_2} \ldots \tau_{i_{2^{n-p}}} \|,$$

где

$$\tau_{i_t} = (A_p A_{p-1} \ldots A_1) \| B_{(i_t-1)2^p+1} B_{(i_t-1)2^p+2} \ldots B_{i_t 2^p} \|,$$

$$i_t = R(2^{n-p-1} - 1) + c + \gamma,$$

$$R = \begin{cases} 2 \text{ при } \beta = \gamma = 0, \\ 1 \text{ при } \beta = 0,\ \gamma \neq 0, \\ 0 \text{ при } \beta \neq 0,\ \gamma \neq 0 \end{cases}$$

(β — остаток от деления t $(t = 1, 2, \ldots, 2^{n-p})$ на 2, c и γ — соответственно частное и остаток, полученные при делении t на 2^{n-p-1}).

е) **Взятие функции от функций.** Для приведения таблицы $F = (T_n T_{n-1} \dots T_1) \| B_1 B_2 \dots B_{2^n} \|$, где среди таблиц T_v $(v = 1, 2, \dots, n)$ хотя бы одна отличается от буквы x_r и от чисел 0 и 1, а двоичное число $B_1 B_2 \dots B_{2^n}$ не содержит букв x_r, к таблице $\Phi = (A_l A_{l-1} \dots A_1) \| C_1 C_2 \dots C_{2^l} \|$, содержащей только аргументы таблиц T_v, необходимо таблицы T_v с помощью перечисленных преобразований привести к таблицам $T_v = (A_l A_{l-1} \dots A_1) \| B_{1v} B_{2v} \dots B_{2^l v} \|$, у которых приставки $(A_l A_{l-1} \dots A_1)$ одинаковые; составить матрицу

$$\left\| \begin{matrix} B_{1n}\, B_{1,\,n-1} & \dots & B_{11} \\ B_{2n}\, B_{2,\,n-1} & \dots & B_{21} \\ \dots\dots\dots & & \\ B_{2^l n} B_{2^l,\,n-1} & \dots & B_{2^l 1} \end{matrix} \right\|; \qquad (3)$$

по таблице F и матрице (3) определить C_t $(t = 1, 2, \dots, 2^l)$ таблицы Φ из соотношения

$$C_t = \begin{cases} B_{\alpha+1}, & \text{если } B_{t,\,n} B_{t,\,n-1} \dots B_{t_1} \text{ не содержит } —, \\ —, & \text{если } B_{t,\,n} B_{t,\,n-1} \dots B_{t_1} \text{ содержит } —, \end{cases}$$

α — десятичное представление двоичного числа $B_{tn} B_{t,\,n-1} \dots B_{t_1}$ $(B_{tj}$ — цифры этого числа); не определенные по последнему соотношению C_t — пустые слова.

2. О некоторых применениях НОД таблиц

НОД таблицы применялись [3, 5 — 8] при кодировании и доопределении функций, при представлении функций алгебры логики формулами. Здесь предлагается при помощи НОД таблиц полностью формализовать решение задач анализа и синтеза схем автоматики, связанных с расчленением последних на блоки.

Предлагаемую методику поясним на двух примерах.

Пример 1.

Задача (анализа). Синтезирована схема с пятью входами x, y, z, u и v и двумя выходами φ_1 и φ_2. Схема состоит из блоков, описываемых функциями АЛ $f_1 = (xyz) \| 0000\ \ 1001 \|$, $f_2 = (xyu) \| 0000\ 1101 \|$, $f_3 = (xzv) \| 1111\ 0010 \|$, $f_4 = (yuv) \| 00000110 \|$ и $f_5 = (zuv) \| 00001110 \|$, связь между которыми выражается функциями АЛ $\varphi_1 = (f_2 f_3 f_4) \| 0001\ 1111 \|$ и $\varphi_2 = (f_1 \varphi_1 f_5) \| 0000\ 0001 \|$. На выходах должны реализоваться функции

$$\varphi_1 = (xyuv) \| 00 — — 0110\ 1111\ 0011 \|, \qquad (4)$$

$$\varphi_2 = (xyzuv) \| 0000 — — 00\ 0000\ 0000\ 00 — — 0000\ 0000\ 0010 \|. \qquad (5)$$

Реализуются ли эти функции на выходах синтезированной схемы?

Решение. Используя преобразования а), д) и г) (см. 3), зададим функции f_1, f_2, f_3, f_4 и f_5 в таком виде:

$$f_1 = (xyzuv) \| 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1111\ 0000\ 0000\ 1111 \|, \qquad (6)$$

$$f_2 = (xyzuv) \| 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1111\ 1111\ 0011\ 0011 \|, \qquad (7)$$

$$f_3 = (xyzuv) \| 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 0000\ 1010\ 0000\ 1010 \|, \qquad (8)$$

$$f_4 = (xyzuv) \| 0000\ 0000\ 0110\ 0110\ 0000\ 0000\ 0110\ 0110 \|, \qquad (9)$$

$$f_5 = (xyzuv) \| 0000\ 1110\ 0000\ 1110\ 0000\ 1110\ 0000\ 1110 \|. \qquad (10)$$

Используя преобразование (е), по НОД таблицам (7), (8) и (9) определяем φ_1 как функцию от x, y, z, u и v:

$$\varphi_1 = (xyzuv) \| 0000\ 0000\ 0110\ 0110\ 1111\ 1111\ 0011\ 0011 \|. \qquad (11)$$

Используя преобразования д), г) и а), из последней НОД таблицы получаем $\varphi_1 = (xyuv) \| 0000\ 0110\ 1111\ 0011 \|$. Сравнивая это задание φ_1 с заданием (4), заключаем, что схема реализует нужные сигналы на выходе φ_1.

Используя преобразование е), по НОД таблицам (6), (11) и (10) получаем

$$\varphi_2 = (xyzuv) \| 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \|.$$

Сравнивая это задание φ_2 с заданием (5), заключаем, что схема реализует нужные сигналы на выходе φ_2.

Таким образом, синтезированная схема реализует функции (4) и (5).

Пример 2.

Задача (синтеза). Можно ли схему, описываемую недоопределенной функцией АЛ

$$F = (xyzuv) \| 0000\ \text{————}\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \|, \quad (12)$$

расчленить на блоки $f_1 = f_1(xyz)$, $f_2 = f_2(xyuv)$ и $f_3 = f_3(zuv)$, которые бы давали $\Phi(f_1 f_2 f_3) = F$? Если такое расчленение возможно, то определить функции АЛ f_1, f_2, f_3 и Ф.

Замечание. Можно показать, что не всегда данную схему возможно расчленить на блоки данной функциональной структуры.

Решение. Пусть

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= (xyz) \| \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6\alpha_7\alpha_8 \|, \\ f_2 &= (xyuv) \| \beta_1\beta_2\beta_3\beta_4\beta_5\beta_6\beta_7\beta_8\beta_9\beta_{10}\beta_{11}\beta_{12}\beta_{13}\beta_{14}\beta_{15}\beta_{16} \|, \\ f_3 &= (zuv) \| \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5\gamma_6\gamma_7\gamma_8 \|, \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

где α_i, β_j и γ_l $(i = 1, 2, \ldots 8;\ j = 1, 2, \ldots, 16)$ — неизвестные, значения которых принадлежат множеству $\{0, 1\}$.

Используя преобразования а), д) и г), запишем f_1, f_2 и f_3 в таком виде:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= (xyzuv) \| \overbrace{\alpha_1 \ldots \alpha_1}^{4}\ \overbrace{\alpha_2 \ldots \alpha_2}^{4}\ \overbrace{\alpha_3 \ldots \alpha_3}^{4}\ \overbrace{\alpha_4 \ldots \alpha_4}^{4}\ \overbrace{\alpha_5 \ldots \alpha_5}^{4}\ \overbrace{\alpha_6 \ldots \alpha_6}^{4}\ \overbrace{\alpha_7 \ldots \alpha_7}^{4}\ \overbrace{\alpha_8 \ldots \alpha_8}^{4} \| \\ f_2 &= (xyzuv) \| \overbrace{\beta_1\beta_2\beta_3\beta_4}^{2}\ \overbrace{\beta_5\beta_6\beta_7\beta_8}^{2}\ \overbrace{\beta_9\beta_{10}\beta_{11}\beta_{12}}^{2}\ \overbrace{\beta_{13}\beta_{14}\beta_{15}\beta_{16}}^{2} \| \\ f_3 &= (xyzuv) \| \overbrace{\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4\gamma_5\gamma_6\gamma_7\gamma_8}^{1} \| \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Так как $\Phi(f_1 f_2 f_3) = F$, то, согласно е), получаем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\Phi(\alpha_1\beta_1\gamma_1) = 0,\ \Phi(\alpha_1\beta_2\gamma_2) = 0,\ \Phi(\alpha_1\beta_3\gamma_3) = 0,\ \Phi(\alpha_1\beta_4\gamma_4) = 0, \\ &\Phi(\alpha_2\beta_1\gamma_5) = —,\ \Phi(\alpha_2\beta_2\gamma_6) = —,\ \Phi(\alpha_2\beta_3\gamma_7) = —,\ \Phi(\alpha_2\beta_4\gamma_8) = —, \\ &\Phi(\alpha_3\beta_5\gamma_1) = 0,\ \Phi(\alpha_3\beta_6\gamma_2) = 0,\ \Phi(\alpha_3\beta_7\gamma_3) = 0,\ \Phi(\alpha_3\beta_8\gamma_4) = 0, \\ &\Phi(\alpha_4\beta_5\gamma_5) = 0,\ \Phi(\alpha_4\beta_6\gamma_6) = 0,\ \Phi(\alpha_4\beta_7\gamma_7) = 0,\ \Phi(\alpha_4\beta_8\gamma_8) = 0, \\ &\Phi(\alpha_5\beta_9\gamma_1) = 0,\ \Phi(\alpha_5\beta_{10}\gamma_2) = 0,\ \Phi(\alpha_5\beta_{11}\gamma_3) = 0,\ \Phi(\alpha_5\beta_{12}\gamma_4) = 0, \\ &\Phi(\alpha_6\beta_9\gamma_5) = 0,\ \Phi(\alpha_6\beta_{10}\gamma_6) = 0,\ \Phi(\alpha_6\beta_{11}\gamma_7) = 0,\ \Phi(\alpha_6\beta_{12}\gamma_8) = 0, \\ &\Phi(\alpha_7\beta_{13}\gamma_1) = 0,\ \Phi(\alpha_7\beta_{14}\gamma_2) = 0,\ \Phi(\alpha_7\beta_{15}\gamma_3) = 0,\ \Phi(\alpha_7\beta_{16}\gamma_4) = 0, \\ &\Phi(\alpha_8\beta_{13}\gamma_5) = 0,\ \Phi(\alpha_8\beta_{14}\gamma_6) = 0,\ \Phi(\alpha_8\beta_{15}\gamma_7) = 1,\ \Phi(\alpha_8\beta_{16}\gamma_8) = 0, \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

которую можно записать в виде таблицы (16).

Если эта система имеет такие решения (относительно α_i, β_j и γ_l), что при их подстановке в таблицу (16) получаем задание функции АЛФ, быть может, недоопределенной, то разбиение схемы на указанные в

условии задачи блоки возможно; если таких решений не существует, то — невозможно.

f_1	f_2	f_3	Ф
α_1	β_1	γ_1	0
α_1	β_2	γ_2	0
α_1	β_3	γ_3	0
α_1	β_4	γ_4	0
α_2	β_1	γ_5	—
α_2	β_2	γ_6	—
α_2	β_3	γ_7	—
α_2	β_4	γ_8	—
α_3	β_5	γ_1	0
α_3	β_6	γ_2	0
α_3	β_7	γ_3	0
α_3	β_8	γ_4	0
α_4	β_5	γ_5	0
α_4	β_6	γ_6	0
α_4	β_7	γ_7	0
α_4	β_8	γ_8	0
α_5	β_9	γ_1	0
α_5	β_{10}	γ_2	0
α_5	β_{11}	γ_3	0
α_5	β_{12}	γ_4	0
α_6	β_9	γ_5	0
α_6	β_{10}	γ_6	0
α_6	β_{11}	γ_7	0
α_6	β_{12}	γ_6	0
α_7	β_{13}	γ_1	0
α_7	β_{14}	γ_2	0
α_7	β_{15}	γ_3	0
α_7	β_{16}	γ_4	0
α_8	β_{13}	γ_5	0
α_8	β_{14}	γ_6	0
α_8	β_{15}	γ_7	1
α_8	β_{16}	γ_8	0

(16)

f_1	f_2	f_3	Ф
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1
1	0	0	0

(17)

Система (15) имеет несколько решений, обладающих указанным свойством. Одним из таких решений при замене каждого пустого слова нулем является:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_8 = \beta_{15} = \gamma_7 = 1,\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = \beta_1 = \beta_2 = \\ = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = \beta_9 = \beta_{10} = \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \\ = \beta_{14} = \beta_{16} = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_8 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Подставляя это решение в таблицу (16), получим таблицу (17), которая дает

$$\Phi = (f_1 f_2 f_3) \| 000 - 0 - - 1 \|.$$

Подставляя значения неизвестных (18) в (13), найдем

$$f_1 (xyz) \| 0000\ 0001 \|,\ f_2 = (xyuv) \| 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \|$$

$$\text{и } f_3 = (zuv) \| 0000\ 0010 \|.$$

Таким образом, мы нашли функции АЛ, задающие блоки, и логическую связь между блоками, используя только формальный аппарат. Можно привести другие типы задач, которые с успехом решаются с помощью k-х нормальных таблиц. Так как предлагаемая методика полностью формализована, то решение подобных задач анализа и синтеза может проводиться на быстродействующих электронных вычислительных машинах.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Глушков. Синтез цифровых автоматов. ГИФМЛ, 1962.
2. С. В. Яблонский. Функциональные построения в k-значной логике. Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 51, 1958.
3. В. С. Подлипенский. Бесконтактные логические схемы автоматики (основы построения). «Наукова думка», 1965.
4. Г. Г. Любченко. О нормальных k-х таблицах. Тр. IX научно-технической конференции КВАИУ, Киев, 1970.
5. Г. Г. Любченко. Представлення булівських функцій формулами. ДАН УРСР, 8, 1960.
6. Г. Г. Любченко. Про знаходження формул найменшої довжини для функцій алгебри логіки. Зб. праць з обчислювальної математики і техніки, 3, 1961.
7. Г. Г. Любченко. Про двійкові коди істинностних пристроїв. ДАН УРСР, 5, 1961.
8. Г. Г. Любченко. Оптимальне кодування та доповнення інформації для пристроїв, які реалізують істинностні функції. «Обчислювальна математика і техніка». Вид-во АН УРСР, 1963.

ОБ ОДНОЙ СХЕМЕ УСИЛИТЕЛЯ С АРУ В ТОНАЛЬНОМ ДИАПАЗОНЕ

Л. Д. Кравченко, В. Л. Булгач, Г. Ф. Витер, А. Н. Луценко
Киев

В системах передачи дискретной информации (СПДИ), использующих временной метод разделения сигналов в канале связи, возникает необходимость в согласовании демодулятора с выходом канала связи, так как уровень входного сигнала приемника изменяется в общем случае по логарифмически нормальному случайному закону.

Динамический диапазон изменения входных сигналов приемника весьма велик. Для нормальной работы СПДИ необходимо обеспечить уменьшение этого диапазона, так как изменение характеристических моментов восстановления на выходе демодулятора увеличивает вероятность неправильной регистрации информации. Уменьшить динамический диапазон можно с помощью системы с автоматической регулировкой усиления (АРУ), которая предназначена для поддержания напряжения на выходе приемного устройства практически постоянным при значительном изменении величины входного сигнала. Действие системы АРУ основано на изменении коэффициента усиления усилителя, который регулируется