
УДК 518.517

А. Б. ГАЛАТ

**К РАСЧЕТУ ПОЛЯ В ТРИОДНОЙ СЕТОЧНОЙ СИСТЕМЕ
ФОРМИРОВАНИЯ**

При моделировании электронного пучка, создаваемого в неосесимметричной системе формирования (СФ), расчет поля в системе электродов является важным этапом.

Решение полевой задачи (нахождение распределения потенциала) необходимо при моделировании пучков с заданными параметрами,

так как позволяет получить предварительную информацию о поведении пучка.

В практике моделирования электронных пучков широко используется методика траекторного анализа (ТА), требующая высокой точности определения напряженности поля. Применение численных методов приводит к тому, что упомянутая точность оказывается значительно ниже точности определения потенциала. Нами разработан аналитический метод расчета потенциала и напряженности поля, представляющий собой комбинацию конформного преобразования и метода интегральных уравнений.

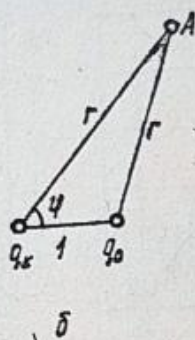
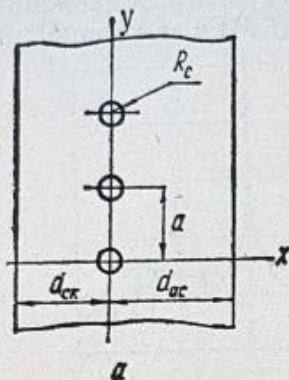


Рис. 1

Применение метода конформных преобразований позволяет получить аналитическое выражение для потенциала. Этот метод использовали для расчета потенциала в триодной сеточной системе формирования.

Для расчета поля в системе электродов,

представляющей собой плоский триод, применяли систему точечных зарядов q_k, q_c в полярных координатах r, φ .

Потенциал в триодной системе [1]

$$U(x, y) = \frac{q_k x}{\epsilon_0 a} - \frac{q_c}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(e^{\frac{4\pi x}{a}} + 1 - 2e^{\frac{2\pi x}{a}} \cos \frac{2\pi y}{a} \right) + C. \quad (1)$$

Преобразование $\omega = \frac{a}{2\pi} \ln z$ переводит заряд q_k плоскости z (рис. 1, б) в линию $x = -\infty$ плоскости ω (рис. 1, а), перпендикулярную к оси Ox . Заряд q_c преобразуется в плоскости ω в систему точечных зарядов, распределенных по оси Oy с периодом a .

Для нахождения потенциала в системе нужно определить q_k, q_c, C в формуле (1) по геометрическим размерам d_{ck}, d_{ac}, a, R_c и потенциалам на электродах U_k, U_a, U_c : $U(-d_{ck}, 0) = U_k$; $U(\pm R_c) = U_c$; $U(d_{ac}, 0) = U_a$ (2).

Если принять ограничение на размеры $R_c \ll a \ll d_{ck}, d_{ac}$, с учетом уравнений (2) получится простое выражение для потенциала плоского триода [1]

$$U(x, y) = R \frac{R_3}{R_1} \ln \left(e^{\frac{4\pi x}{a}} + 1 - 2e^{\frac{2\pi x}{a}} \cos \frac{2\pi y}{a} \right) + \left(\frac{x}{d_{ck}} + 1 \right) \frac{R_4}{R_1} + U_k, \quad (3)$$

где $R = -\frac{a}{4\pi d_{ck} d_{ac}}$; $R_3 = (U_c - U_k) d_{ak} - (U_a - U_k) d_{ck}$; $R_1 = 1 +$

$$+ D + D'; R_4 = (U_c - U_k) + D(U_a - U_k); D = -\frac{a}{2\pi d_{ac}} \ln \left(2 \sin \frac{\pi R_c}{a} \right);$$

$$D' = D \frac{d_{ac}}{d_{ck}}; d_{ak} = d_{ac} + d_{ck}.$$

Однако выражение (3) описывает потенциал в системе приближенно. Оценим связь погрешности расчета потенциала и геометрических размеров системы.

Погрешность расчета потенциала на катоде и аноде определяется зависимостью U_k, U_a от y (на электродах потенциал постоянен). Функция $\cos \frac{2\pi y}{a}$ в выражении (3), принимая значения $+1, -1$, дает предельные колебания U . Тогда значения погрешности на катоде

$$\Delta U_k^+ = R \frac{R_3}{R_1} \ln \left(e^{-\frac{4\pi d_{ck}}{a}} + 1 + 2e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}} \right);$$

$$\Delta U_k^- = R \frac{R_3}{R_1} \ln \left(e^{-\frac{4\pi d_{ck}}{a}} + 1 - 2e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}} \right).$$

Разность этих значений ΔU_k наиболее полно характеризует погрешность на катоде

$$\Delta U_k = \Delta U_k^+ - \Delta U_k^- = R \frac{R_3}{R_1} \ln \left(1 - \frac{4e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}}}{e^{-\frac{4\pi d_{ck}}{a}} + 1 - e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}}} \right).$$

Для случая $d_{ck} \geq \frac{3}{4}a, U_k = 0$ эту формулу можно упростить

$$\Delta U_k \approx 4R \frac{R_3}{R_1} e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}} = \frac{U_a}{\pi} \left(\frac{a}{d_{ck}} + \frac{a}{d_{ac}} \right) \frac{\frac{d_{ck}}{d_{ac}} - \frac{U_c}{U_a}}{1 + D + D'} e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}}. \quad (4)$$

Погрешность зависит от всех геометрических размеров и потенциалов. Наиболее сильная зависимость проявляется от параметра d_{ck} , тогда как на практике именно это расстояние, определяющее возможности триода управлять током, наиболее существенно.

Если $\frac{d_{ck}}{d_{ak}} = \frac{U_c}{U_a}$, то распределение поля соответствует случаю плоского диода и $\Delta U_k = 0$.

Рассмотрим зависимость ΔU_k от d_{ck} . Перепишем выражение (4) в виде

$$\Delta U_k = 2U_a \frac{AX_k - E}{BX_k - C_1} e^{-X_k},$$

где $A = (1 - E)/X_a; B = 1 - C_1/X_a; C_1 = \ln 2 \sin \frac{\pi R_c}{a}; X_k =$
 $= 2\pi d_{ck}/a; X_a = 2\pi d_{ac}/a; E = \frac{U_c}{U_a}.$

Расчеты показывают, что для обеспечения погрешности $\frac{\Delta U_k}{U_a}$,

Решив эту систему относительно q_k , q_c , C , найдем

$$\frac{q_c(y)}{\epsilon_0} = -\frac{4\pi a B_1}{(B_2(y)a + 4\pi D d_{ac} d_{ck})}; \quad C(y) = U_c - \frac{q_c(y)}{\epsilon_0} D \frac{d_{ac}}{a};$$

$$\frac{q_k(y)}{\epsilon_0} = \left(U_k + \frac{q_c(y)}{4\pi \epsilon_0} R_k(y) - C(y) \right) \frac{a}{d_{ck}},$$

где $B_1 = d_{ac}U_k + d_{ck}U_a - d_{ak}U_c$; $B_2(y) = d_{ac}R_k(y) + d_{ck}R_a(y)$;

$$R_k(y) = \ln \left(e^{-\frac{4\pi d_{ck}}{a}} + 1 - 2e^{-\frac{2\pi d_{ck}}{a}} \cos \frac{2\pi y}{a} \right);$$

$$R_a(y) = \ln \left(e^{\frac{4\pi d_{ac}}{a}} + 1 - 2e^{\frac{2\pi d_{ac}}{a}} \cos \frac{2\pi y}{a} \right).$$

Подставляя значения $q_c(y)$, $q_k(y)$, $C(y)$ в формулу (1), находим выражение для потенциала в плоском триоде, размеры которого

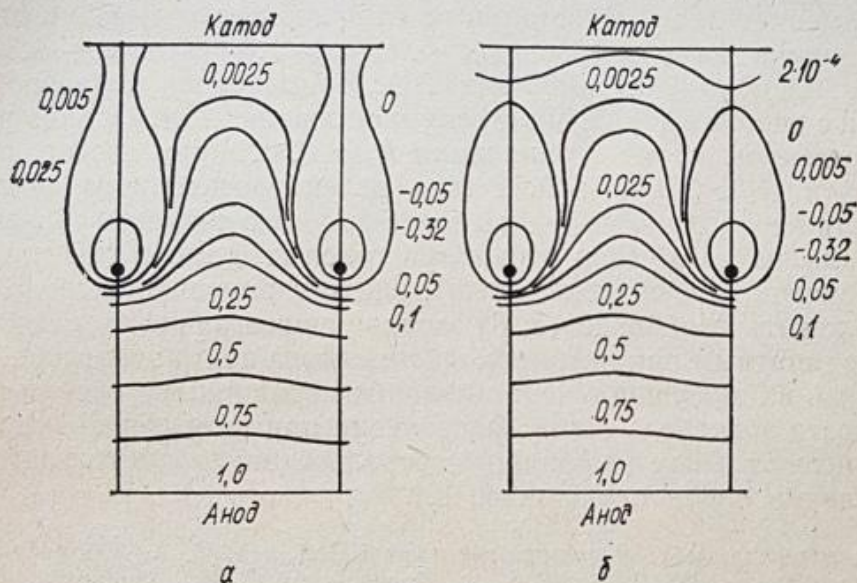


Рис. 2

не связаны соотношением (7). Погрешность определения потенциала на сетке

$$\delta U_c = \left(-\frac{q_k(0) R_c}{\epsilon_0 a} - \frac{q_c(0)}{4\pi \epsilon_0} \ln \left(e^{\frac{4\pi R_c}{a}} + 1 - 2e^{\frac{2\pi R_c}{a}} \right) + C(0) - U_c \right) / U_c.$$

В случае $d_{ac}, d_{ck} \geq a$ с достаточной степенью точности можно пользоваться формулой (6).

Размер относительной погрешности не всегда может служить объективной оценкой точности решения полевой задачи. Если абсолютная погрешность расчета потенциала того же порядка, что и размерность потенциалов между точками, удаленными друг от друга на расстояние, сравнимое с характерным размером СФ в данной области, то, как бы ни была мала эта погрешность, она

существенно исказит картину распределения потенциала. На рис. 2 представлена картина распределения потенциала в триодной СФ в условиях, близких к условиям «запираания» триода. Вариант на рис. 2, а рассчитан по формуле (3) методом конформных отображений, а вариант на рис. 2, б — по уточненной формуле комбинированным методом с учетом выражения (8). Оба варианта соответствуют одним и тем же геометрическим размерам и режиму работы. Хотя $\delta U_k \sim \sim 5 \cdot 10^{-4}$, использование формулы (3) приводит к принципиальным ошибкам в распределении потенциала вблизи катода. В то же время $\delta U_c \sim 10^{-2}$, но к заметным искажениям распределения потенциала в области сетки это не приводит.

Таким образом, выражение (3) непригодно для расчета распределения потенциала триодной СФ в условиях, близких к условиям «запираания» катода, а также в условиях, приводящих к аналогичной ситуации на аноде ($U_c \sim U_a$), когда напряженность поля на аноде меняет знак. В остальных случаях необходимо учитывать ограничения на размеры $d_{ck}/a \sim d_{ac}/a \geq 1,5$ (или $2 \div 2,5$ для целей ТА), $R_c/a \leq 0,1$ (0,02 для ТА). Применение уточненной методики с учетом выражения (8) снимает ограничения на геометрические размеры, кроме ограничения $R_c/a \leq 0,1$ (при расчете потенциала) и $R_c/a \leq 0,02 \div 0,04$ (для целей траекторного анализа).

Если необходимо получить более высокую точность расчета потенциала на сетке (для уточнения токовых и энергетических характеристик на электроде сетки), следует внутри электрода сетки расположить несколько (4; 8) зарядов симметрично по отношению к координатным линиям, проходящим через центр электрода, и определить их значение с использованием граничных условий на поверхности электрода сетки. Фактически при этом переходим к методу интегральных уравнений с использованием дискретного распределения плотности зарядов [2].

Список литературы: 1. *Электронные лампы*/Под ред. С. А. Оболенского.— М.: Сов. радио, 1954, 1.— 540 с. 2. *Молоковский С. И., Сушков А. Д. Интенсивные электронные и ионные пучки.*— Л.: Энергия, 1972.— 272 с.

Поступила в редколлегию 21.11.83.