

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ХАРАКТЕРИСТИК

Гусарова Ірина Григоріївна

ORCID: 0000-0002-1421-0864

канд. тех. наук, доцент, професор кафедри прикладної математики
Харківський національний університет радіоелектроніки

Костенко Маргарита Юрївна

здобувач вищої освіти факультету інформаційно-аналітичних
технологій та менеджменту

Харківський національний університет радіоелектроніки

Україна

Моделювання режимів роботи газотранспортної системи – важливий інструмент для ефективного управління газопостачанням. Це допомагає забезпечувати безпеку та оптимізувати параметри, які впливають на транспортування газу, а також передбачати аварійні ситуації. Результатом є зменшення втрат, енергоспоживання та економія ресурсів.

Розглядаються особливості моделювання перехідного режиму течії газу по ділянці трубопроводу (ДТ) за допомогою методу характеристик, а саме спосіб урахування граничних умов на початку ДТ в даному методі. Цей перехідний режим напряму пов'язаний з аварійними відключеннями або з підключенням великого споживача. Математична модель перехідного процесу описується системою диференціальних рівнянь у частинних похідних, яку беремо із загальної газової динаміки:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi),$$
 де з урахуванням кінетичної

енергії матриці B , Φ мають вигляд, показаний в [1], з заданими граничними і початковими умовами. Вважається, що на початку ДТ заданий тиск і температура, на кінці ДТ – масова витрата, як функції часу.

Корені рівнянь заданої математичної моделі з урахуванням кінетичної енергії знайдені та описані в роботі [2]. Якщо застосувати до цих коренів явний метод характеристик, суть якого полягає у переході від рівнянь у частинних похідних до сім'ї звичайних диференціальних рівнянь, то можна отримати диференціальні співвідношення, вигляд яких викладений в роботі [3]. Метод характеристик дуже влучно підходить для задачі оцінки часу перехідного процесу, адже в цьому методі є можливість з високою точністю визначити час, який виділений як окремий параметр. Але для застосування методу характеристик необхідно вміти знаходити параметри газового потоку $(x_i, t_i, W_i(x_i, t_i), P_i(x_i, t_i), T_i(x_i, t_i))$ (просторову координату, часову координату, питому масову витрату, тиск, температуру) на границях ділянки з урахуванням заданих граничних умов.

Розглядаємо алгоритм розрахунку системи рівнянь математичної моделі перехідного режиму транспорту газу по ділянці трубопроводу з урахуванням кінетичної енергії, у основі якого лежить метод характеристик з використанням алгоритму Масо, суть якого – замінити наші диференціальні рівняння на відповідні різниці.

Починається цей алгоритм з поділу відрізка ділянки трубопроводу на N частин, отримавши точки кінців цих частин, кожній з яких на кожному часовому шарі визначаємо наступні параметри $(x_i, t_i, W_i(x_i, t_i), P_i(x_i, t_i), T_i(x_i, t_i))$ та визначаємо максимальну кількість часових шарів, що обчислюємо.

Особливу увагу приділимо процедурі обчислення параметрів 3-ої точки на парному часовому шарі за допомогою 2-ої точки на непарному часовому шарі з урахуванням наступних граничних умов: $P(0, t) = P^0(t)$, $T(0, t) = T^0(t)$, тобто параметрів газового потоку у вузлах сітки, зображеної на рис. 1.

Почнемо з того, що візьмемо параметри 2-ої точки на непарному часовому шарі і знайдемо параметри 3-ої точки на парному часовому шарі. Оскільки 3-тя точка знаходиться на осі ординат, то її параметр $x_3 = 0$, а отже $t_3^{(1)} = t_2 - \overline{\lambda_{32} x_2}$, точка $t_3^{(1)}$ – це точка перетину прямої, що проведена з 2-ої точки та віссю ординат.

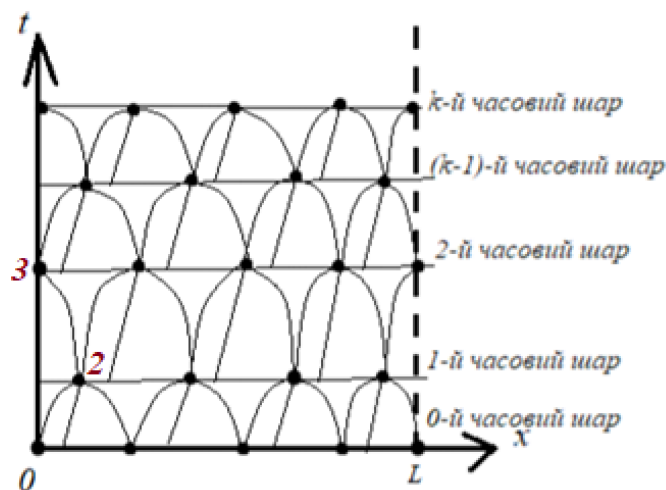


Рис 1. Розрахункова сітка

Виходячи з того, що параметри тиску і температури за початкових умов задані як функції часу, то знаючи t_3 можемо з граничних умов знайти $T_3^{(1)} = T^0(t_3^{(1)})$ та $P_3^{(1)} = P^0(t_3^{(1)})$.

Розглянувши відрізок між 2-ою та 3-ою точками як характеристику та використавши вище згадані диференціальні співвідношення вздовж цієї характеристики можемо визначити перше наближення в точці 3, тобто $W_3^{(1)}$:

$$\begin{aligned}
 & -T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)} (W_3^{(1)} - W_2) - \\
 & -T_2 \left(\frac{-2aW_2 P_2^3 - 2P_2^4 - a^2 W_2^2 P_2^2 + a^4 W_2^4}{aW_2^2 P_2^2 (P_2 - aW_2)} \right) (P_3^{(1)} - P_2) + \\
 & + \beta |W_2| \frac{(-a^3 W_2^3 + a^2 W_2^2 P_2 + 2P_2^3) S T_2^2}{aW_2 P_2 (P_2 - aW_2)^2} (x_3^{(1)} - x_2) = 0
 \end{aligned}$$

Позначивши

$$\begin{aligned}
 P P_2^{(1)} &= 0, \quad M_2^{(1)} = -T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)}, \\
 N_2^{(1)} &= -T_2 \left(\frac{-2aW_2 P_2^3 - 2P_2^4 - a^2 W_2^2 P_2^2 + a^4 W_2^4}{aW_2^2 P_2^2 (P_2 - aW_2)} \right), \\
 C_2^{(1)} &= \beta |W_2| \frac{(-a^3 W_2^3 + a^2 W_2^2 P_2 + 2P_2^3) S T_2^2}{aW_2 P_2 (P_2 - aW_2)^2},
 \end{aligned}$$

отримаємо рівняння вигляду

$$M_2^{(l)}(W_3^{(l)} - W_2) + N_2^{(l)}(P_3^{(l)} - P_2) + C_2^{(l)}(x_3^{(l)} - x_2) = 0.$$

Далі покладемо величину l рівній одиниці.

Крок 1. Знайшовши параметри 3-ої точки $(x_3, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$ виконаємо її

уточнення. Для цього знайдемо значення

$$\overline{\lambda_{33}^{(l)}} = \frac{1}{\alpha \frac{T_3^{(l)} W_3^{(l)} S}{P_3^{(l)}} - \sqrt{\alpha T_3^{(l)} S}}, \quad \overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} = \frac{(\overline{\lambda_{33}^{(l)}} + \overline{\lambda_{32}^{(l)}})}{2}$$

та підставимо $\overline{\lambda_{32}^{(l+1)}}$ для 2-ої точки, отримавши наступні значення:

$$\begin{aligned} M_2^{(l+1)} &= -\frac{1}{2} \left(T_2 \frac{(a^2 W_2^2 P_2 - a^3 W_2^3 + 2P_2^3)}{P_2 W_2^2 (P_2 - aW_2)} + T_3^{(l)} \frac{(a^2 W_3^{(l)2} P_3^{(l)} - a^3 W_3^{(l)3} + 2P_3^{(l)3})}{P_3^{(l)} W_3^{(l)2} (P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})} \right), \\ N_2^{(l+1)} &= -\frac{1}{2} \left(T_2 \left(\frac{-2aW_2 P_2^3 - 2P_2^4 - a^2 W_2^2 P_2^2 + a^4 W_2^4}{aW_2^2 P_2^2 (P_2 - aW_2)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + T_3^{(l)} \left(\frac{-2aW_3^{(l)} P_3^{(l)3} - 2P_3^{(l)4} - a^2 W_3^{(l)2} P_3^{(l)2} + a^4 W_3^{(l)4}}{aW_3^{(l)2} P_3^{(l)2} (P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})} \right) \right), \\ C_2^{(l)} &= \frac{\beta}{2} \left(|W_2| \frac{(-a^3 W_2^3 + a^2 W_2^2 P_2 + 2P_2^3) S T_2^2}{aW_2 P_2 (P_2 - aW_2)^2} + \right. \\ &\quad \left. + |W_3^{(l)}| \frac{(-a^3 W_3^{(l)3} + a^2 W_3^{(l)2} P_3^{(l)} + 2P_3^{(l)3}) S T_3^{(l)2}}{aW_3^{(l)} P_3^{(l)} (P_3^{(l)} - aW_3^{(l)})^2} \right), \quad PP_2^{(l+1)} = 0. \end{aligned}$$

Далі знаходимо координату уточненої 3-ої точки $t_3^{(l+1)} = t_2 - \overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} x_2$ та використовуючи граничні умови знаходимо параметри температури та тиску $T_3^{(l+1)} = T^0(t_3^{(l+1)})$, $P_3^{(l+1)} = P^0(t_3^{(l+1)})$.

Останній крок це знаходження значення $W_3^{(l+1)}$ з рівняння вигляду

$$M_2^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_2) + N_2^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_2) + PP_2^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_2) - C_2^{(l+1)} x_2 = 0.$$

І якщо вірне твердження $|W_3^{(l+1)} - W_3^{(l)}| < \varepsilon$ та $|t_3^{(l+1)} - t_3^{(l)}| < \varepsilon$, то параметри $W_3^{(l+1)}$, $P_3^{(l+1)}$, $T_3^{(l+1)}$, $t_3^{(l+1)}$, x_3 знайдені і можна переходити до пошуку параметрів останньої

точки на наступному часовому шарі, в інакшому випадку покладемо значення $l = l + 1$ та повторно проводимо розрахунки, починаючи з Кроку l .

Висновки. Цей алгоритм може бути використаний для моделювання перехідних режимів течії газу з метою прогнозування параметрів газового потоку, оцінки часу поширення перехідного процесу, а також з метою уникнення небажаних наслідків вештатних та аварійних ситуацій.

Список використаних джерел:

1. Husarova I. H., Tevyashev A. D. & Tevyasheva O. A. (2022). Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. Vol. 9, No. 2, (pp. 416–430).
2. Гусарова І.Г. & Костенко М.Ю. (2023) Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів з використанням методу характеристик. Болонья, Італія: IV Міжнародна науково-практична конференція «RICERCHE SCIENTIFICHE E METODI DELLA LORO REALIZZAZIONE: ESPERIENZA MONDIALE E REALTÀ DOMESTICHE».
3. Гусарова І.Г. & Костенко М.Ю. (2022) Застосування методу характеристик при моделюванні нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу. Харків: 26-ий Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті».