

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СБРОСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ НА КАЧЕСТВО ВОДЫ В ВОДОЕМЕ

Н.Л. Березуцкая *

Старший преподаватель кафедры «Охрана труда»

Л.И. Марченко *

Старший преподаватель кафедры «Охрана труда»

Д.А. Золотарев *

Студент гр. ПМ-03-1

* Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, г. Харьков, пр. Ленина, 14, каф. «Охрана труда».

Контактный тел.: 702-13-60

e-mail: op@kture.kharkov.ua

В данной работе было предложено преобразование формул математической модели системы контроля за степенью очистки сточных вод предприятия с учетом потребностей современного производства.

На основе преобразованных формул была разработана матмодель, определяющая связь между санитарными требованиями к условиям спуска сточных вод и необходимой степенью очистки сточных вод перед спуском в водоемы питьевого и культурно-бытового водопользования

В связи с развитием и совершенствованием вычислительной техники возросла роль численных методов приближенного решения разнообразных прикладных задач, таких как: задачи математической физики, прикладной математики. Но при этом не утратили своего значения приближенные аналитические методы, позволяющие получить в конечном виде соотношения между искомыми функциями и заданными параметрами рассматриваемой задачи.

В связи с потребностями новой техники инженерная практика наших дней все чаще и чаще сталкивается с математическими задачами, точное решение которых весьма сложно или неизвестно. В этих случаях обычно прибегают к тем или иным приближенным вычислениям. Вот почему приближенные и численные методы математического анализа получили за последние годы широкое развитие и приобрели исключительно важное значение.

Рост производительных сил в XXI столетии обусловил решительный прогресс в области вычислительной техники. Это неограниченно расширило вычислительные возможности математики: задачи, для которых при ручном счете требовались годы, сейчас сплошь и рядом решаются за несколько часов, причем непосредственный счет занимает минуты.

В свою очередь, новые вычислительные средства вызвали переоценку известных методов решения задач с точки зрения целесообразности их реализации на современных вычислительных машинах и стимулировали создание более эффективных приемов.

В связи с возросшей ролью вычислительной техники в процессе планирования и принятия решений возросла и роль численных методов в различных науках.

Как известно, любое аппаратное обеспечение не способно без специального прикладного программного обеспечения (т.е. на уровне машинных кодов) находить логарифмы, экспоненты, дробные степени числа.

А применение математических библиотек компиляторов зачастую ведет не только к увеличению нагрузки на процессор (он добивается не нужной точности) и к падению производительности программы (программа перестает быть системой реального времени), но и к значительному увеличению занимаемой программой оперативной и физической памяти.

Поэтому применение сложных, но высокоэффективных с точки зрения компьютера формул стало сейчас обычной практикой.

Целью данной работы является создание математической модели, на базе которой будет разработан программный продукт, моделирующий сброс сточных вод предприятием в реку. Данная программа позволит прогнозировать влияние сбросов предприятия на качество воды перед пунктом водозабора, а также эффективность принимаемых мер по нормализации качества воды.

За основу расчетов были приняты нормативы, которым должно соответствовать качество воды водоемов, согласно «Правилам охраны поверхностных вод от загрязнения сточными водами» [1].

Начальная матмодель

В основе моделируемой системы лежат два уравнения, определяющие связь между санитарными требованиями к условиям спуска сточных вод и необходимой степенью очистки сточных вод перед спуском в водоемы питьевого и культурно-бытового водопользования [2]. Эти уравнения имеют вид:

$$C_{\text{ст.пр}} = \frac{\gamma \cdot Q}{q} \cdot (C_{\text{пллк}} - C_p) + C_{\text{пллк}}, \quad (1)$$

$$C_{\text{пллк}} = \frac{q \cdot C_{\text{ст}} + Q \cdot C_p}{q + \gamma \cdot Q}, \quad (2)$$

где Q и q – расход воды в водотоке и расход сточных вод ($\text{м}^3/\text{с}$);

C_p – концентрация вредного вещества в водотоке;

$C_{ст}$ – концентрация вредного вещества в сточных водах ($\text{мг}/\text{м}^3$);

$C_{ст. пр.}$ – максимальная предельная концентрация вредного вещества в сточных водах ($\text{мг}/\text{м}^3$);

$C_{идк}$ – предельно допустимая концентрация вредного вещества в пункте водопользования;

γ – коэффициент смешения, рассчитываемый с помощью уравнения Фролова-Родзиллера:

$$\gamma = \frac{1 - \beta}{1 + (Q/q) \cdot \beta}, \quad (3)$$

где

$$\beta = e^{-\alpha} \cdot \sqrt[3]{L}. \quad (4)$$

L – расстояние (м) по фарватеру от места выпуска сточных вод до ближайшего створа водопользования;

α – коэффициент, учитывающий гидравлические условия смешения, определяется по формуле:

$$\alpha = \xi \cdot \varphi \cdot \sqrt[3]{E/q}, \quad (5)$$

где φ – отношение расстояний между местом выпуска и местом водопользования по фарватеру и по прямой линии;

ξ – принимается равным 1 при береговом и 1,5 при стержневом выпуске сточных вод;

E – коэффициент турбулентной диффузии, для равнинных рек:

$$E = \frac{V_{ср} \cdot H_{ср}}{200}, \quad (6)$$

где $V_{ср}$ – средняя скорость течения реки ($\text{м}/\text{ч}$);

$H_{ср}$ – средняя глубина русла (м).

Преобразованная матмодель

В указанной модели были аппроксимированы следующие выражения:

$$\sqrt[3]{E/q}, \quad (7)$$

$$\sqrt[3]{L}, \quad (8)$$

$$e^{-\alpha}. \quad (9)$$

Будем исходить из предположений, что:

а) $V_{ср}$ изменяется в пределах $(0; 10000]$;

б) $H_{ср}$ – в пределах $(0; 5000]$;

с) $q \in (0.01; 5.0]$;

д) $\varphi \in (1; 2]$;

е) $\xi \in \{1; 1.5\}$.

Исходя из выражения (6), получаем следующий отрезок для E : $E \in [0; 250000]$. Согласно формуле (5), интервал для α : $\alpha \in (0; 877.205]$. Все построения и вычисления будем проводить на этом интервале.

Очевидно, что график $y = e^{-\alpha}$ имеет наиболее характерную часть на интервале $\alpha \in (0; 40)$. Далее y принимает пренебрежительно малые значения.

График $y = e^{-\alpha}$ на указанном интервале имеет вид:

Аппроксимация функции $y = e^{-\alpha}$ проводилась полиномами Лагранжа, как наиболее простым и быстрым способом интерполяции при небольшом количестве слагаемых.



Рисунок 1. График $y = e^{-\alpha}$ на интервале $\alpha \in (0; 40)$

После проведения исследований стало ясно, что, начиная с 10 слагаемых интерполяционного многочлена Лагранжа, приближение весьма точно совпадает с графиком точной функции. Это приближение имеет вид:

$$e^{-\alpha} \approx -8.9011 \cdot 10^{-12} \cdot (-36 + \alpha) \cdot (-32 + \alpha) \cdot (-28 + \alpha) \cdot (-24 + \alpha) \times \\ \times (-20 + \alpha) \cdot (-15.9997 + \alpha) \cdot (-12.0079 + \alpha) \cdot (-7.85735 + \alpha) \times \\ \times (-4.80674 + \alpha) \quad (10)$$

А при числе слагаемых $N=20$ график аппроксимирующей функции точно совпадает с приближаемой:

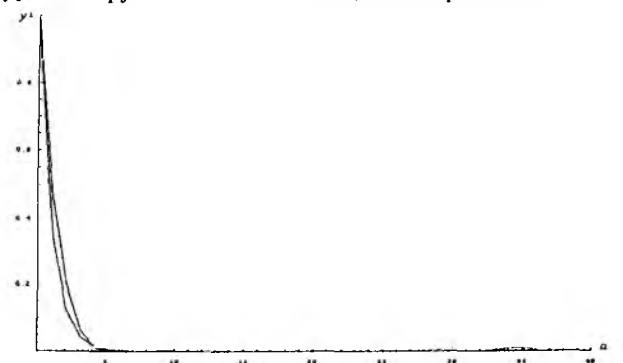


Рисунок 2. График приближения полиномами Лагранжа при $N=10$

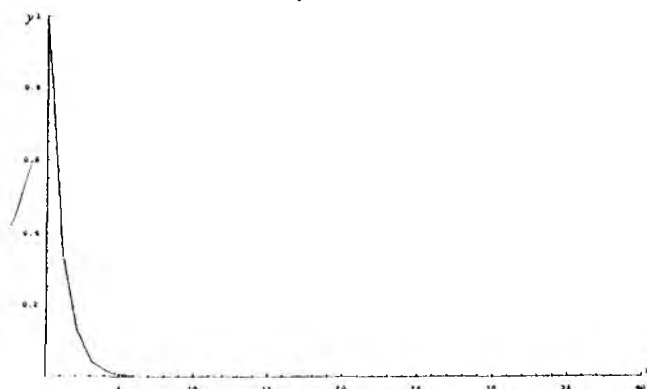


Рисунок 3. График приближения $y = e^{-\alpha}$ полиномами Лагранжа при $N=20$

Таким образом, исходная функция была заменена системой:

$$e^{-\alpha} \approx \begin{cases} \text{выражению (10)}, \alpha \in [0, 40) \\ 0, \alpha \geq 40 \end{cases} \quad (11)$$

Аналогично заменяем $\sqrt[3]{L}$ (количество слагаемых $N=15$) и $\sqrt[3]{E/q}$ (количество слагаемых $N=18$) на приближенные полиномы.

Эти приближения имеют вид:

$$\sqrt[3]{L} \approx 0.0299604 \cdot L - 0.0000466133 \cdot L^2 + 4.86722 \cdot 10^{-8} \cdot L^3 - \\ - 3.40235 \cdot 10^{-11} \cdot L^4 + 1.6632 \cdot 10^{-14} \cdot L^5 - 5.8621 \cdot 10^{-18} \cdot L^6 + \\ + 1.51685 \cdot 10^{-21} \cdot L^7 - 2.90343 \cdot 10^{-25} \cdot L^8 + 4.10184 \cdot 10^{-29} \cdot L^9 - \\ - 4.22023 \cdot 10^{-33} \cdot L^{10} + 3.07286 \cdot 10^{-37} \cdot L^{11} - 1.49966 \cdot 10^{-41} \cdot L^{12} + \\ + 4.39832 \cdot 10^{-46} \cdot L^{13} - 5.85755 \cdot 10^{-51} \cdot L^{14} \quad (12)$$

$$\sqrt[3]{E/q} \approx (0.00414708 \cdot E - 3.37152 \cdot 10^{-7} \cdot E^2 + 1.87356 \cdot 10^{-11} \cdot E^3 - \\ - 7.1115 \cdot 10^{-16} \cdot E^4 + 1.93115 \cdot 10^{-20} \cdot E^5 - 3.8828 \cdot 10^{-25} \cdot E^6 + 5.91619 \times \\ \times 10^{-30} \cdot E^7 - 6.93352 \cdot 10^{-35} \cdot E^8 + 6.30117 \cdot 10^{-40} \cdot E^9 - 4.45066 \cdot 10^{-45} \times \\ \times E^{10} + 2.43423 \cdot 10^{-50} \cdot E^{11} - 1.02015 \cdot 10^{-55} \cdot E^{12} + 3.21231 \cdot 10^{-61} \cdot E^{13} - \\ - 7.35013 \cdot 10^{-67} \cdot E^{14} + 1.15305 \cdot 10^{-72} \cdot E^{15} - 1.10857 \cdot 10^{-78} \cdot E^{16} + 4.9233 \times \\ \times 10^{-85} \cdot E^{17}) / (0.181768 + 3.48207 \cdot q - 119325 \cdot q^2 + 31.0262 \cdot q^3 - \\ - 56.7845 \cdot q^4 + 75.3205 \cdot q^5 - 74.4796 \cdot q^6 + 56.0404 \cdot q^7 - 32.5185 \cdot q^8 + \\ + 14.6594 \cdot q^9 - 5.14294 \cdot q^{10} + 1.39855 \cdot q^{11} - 0.29164 \cdot q^{12} + 0.0457232 \times \\ \times q^{13} - 0.00521155 \cdot q^{14} + 0.00040743 \cdot q^{15} - 0.0000195276 \cdot q^{16} + \\ + 4.32467 \cdot 10^{-7} \cdot q^{17}) \quad (13)$$

Также следует сказать, что аппроксимирующая функция для $\sqrt[3]{L}$ хорошо приближает реальную на интервале (750;10000) метров, что более чем достаточно для расчетов с высокой точностью в реальных ситуациях проектирования предприятия.

В приведенных формулах присутствует 45 операций возведения в целую степень, 55 операций сложения и 58 операций умножения.

Это не так много, как может показаться, если учесть, что за один такт процессора в современных компьютерах выполняется несколько операций сложения и умножения в отличие от операций деления или тем более возведения в дробную степень.

В итоге получена матмодель, которая, будучи запрограммированной, работает на порядок быстрее, чем оригинальная.

На основе полученной математической модели предполагается разработка программного продукта, для использования в лабораторном практикуме по дисциплине «Экология» в теме «Гидросфера».

Выводы

1. Таким образом, в данной работе было предложено преобразование формул математической модели системы контроля за степенью очистки сточных вод предприятия с учетом потребностей современного производства.
2. На основе преобразованных формул была разработана матмодель, определяющая связь между санитарными требованиями к условиям спуска сточных вод и необходимой степенью очистки сточных вод перед спуском в водоемы питьевого и культурно-бытового водопользования.
3. На основе полученной математической модели предполагается разработка программного продукта, для использования в лабораторном практикуме по дисциплине «Экология» в теме «Гидросфера».

Литература

1. Родзиллер И.Д., Прогноз качества воды водосмывов – приемников сточных вод, М.: Стройиздат, 1984, с.264
2. Стадницкий Г.В., Родионов А.И. Экология, М.: Высшая школа, 1988, 270с.