УДК 517.9

В.А. ДОРОШЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЗАДАЧИ РИМАНА-ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯРАССЕЯНИЯ ВОЛН НА СИСТЕМЕ ИЗ ИМПЕДАНСНЫХ ПЛОСКИХ УГЛОВЫХ СЕКТОРОВ

Плоский угловой сектор является одной из базовых структур, которые входят в качестве элементов в широкий класс рассеивателей. Интерес к исследованию волн на плоском угловом секторе вызван, в частности, и тем, что такая структура обладает широкополосными свойствами и служит моделью микрополосковой и щелевой линейно расширяющейся антенны [1,2]. В ряде работ [3-5] получены решения задачи дифракции электромагнитных волн на идеально проводящем плоском угловом секторе различными методами и изучены дифракционные эффекты, обусловленные вершиной сектора. В последнее время повысился интерес к изучению рассеивающих свойств экранов с покрытием, что значительно расширяет рамки применения этих структур. В связи с чем и возникла необходимость решения электродинамических задач для экранов с поверхностным импедансом [6]. В [7] предложен подход для решения скалярной задачи дифракции волн для экранов с импедансными граничными условиями. Суть этого подхода заключается в сведении третьей и четвертой трехмерных краевых задач математической физики для волнового уравнения с краевыми условиями на плоской решетке из нерегулярных лент (угловых секторов) к сингулярным интегральным уравнениям, решение которых может быть получено только численно. Метод задачи Римана-Гильберта относится к эффективным методам, используемым при решении задач дифракции электромагнитных волн [8]. На его основе построены численно-аналитические методы решения граничных электродинамических задач для идеально проводящих одномерных, двумерных и трехмерных структур [9-13] и получены аналитические решения для некоторых их частных случаев. Авторам работ[14,15] удалось применить метод задачи Римана-Гильберта к решению дифракции электромагнитных волн на одномерных и двумерных неидеально проводящих экранах и свести электродинамическую задачу к системе линейных алгебраических уравнений второго рода (СЛАУ-2), решение которой может быть получено как аналитически, так и численно.

Цель данной работы – построить численно-аналитический подход на основе использования метода задачи Римана-Гильберта для исследования задачи рассеяния волн на трехмерной импедансной нерегулярной структуре (системе плоских угловых секторов) и найти ее аналитическое решение.

Постановка задачи

Периодическая система Σ из N неограниченных плоских угловых секторов расположена в плоскости XOY декартовой прямоугольной системы координат, причем, положительная полуось оси абсцисс является осью одной из щелей. Период системы $l = 2\pi/N$, ширина каждого сектора α и ширина щелей $d = l - \alpha$ равны величинам двугранных углов, которые образованы плоскостями, проходящими через ось OZ и ребра секторов. Источник сферических волн, поле которого меняется по гармоническому закону, расположен в точке $B(\vec{r}_0)$. Требуется найти скалярную функцию (потенциал) $v(\vec{r})$, удовлетворяющую:

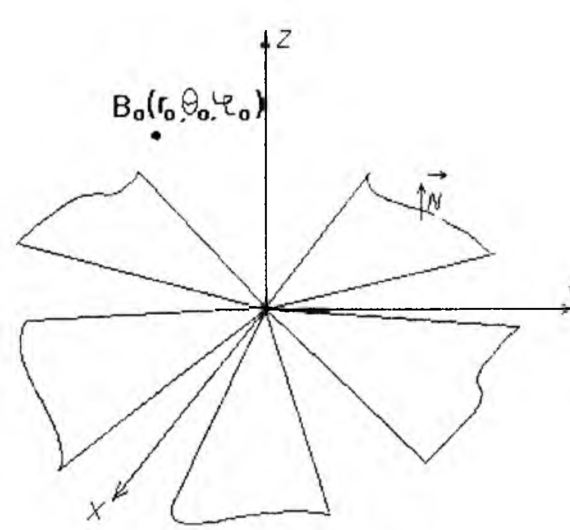

Рис. 1

ISSN 0485–8972. Радиотехника. 2002. Вып. 127.

1) уравнению Гельмгольца $\left(\Delta - q^2\right)v = 0,\ q > 0$, всюду вне конуса и источника;

2) краевому условию на секторах $\left(\hat{\zeta} v + \frac{\partial v}{\partial n}\right)\Big|_\Sigma = 0,\ \hat{\zeta} = \hat{\zeta}(\vec{r})$,

$$\left(\hat{\zeta} v + \frac{\partial v}{\partial n}\right)\Big|_\Sigma = 0,\quad \hat{\zeta} = \hat{\zeta}(\vec{r}), \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial n}\Big|_{\Sigma^+} = \frac{\partial v}{\partial n}\Big|_{\Sigma^-}, \tag{2}$$

где Σ^+ и Σ^- соответствуют стороне сектора при $z > 0$ и $z < 0$;

3) условию

$$\int\limits_\Omega \left(|v|^2 + |\nabla v|^2\right) d\vec{r} < \infty;$$

4) принципу предельного поглощения.

Задача в такой постановке имеет единственное решение [16,17].

Введем сферическую систему координат r, θ, φ с началом в центре периодической структуры (точка соприкосновения вершин секторов), $\vec{r} = (r, \theta, \varphi)$, $\vec{r}_0 = (r_0, \theta_0, \varphi_0)$. В данной системе координат рассматриваемая структура Σ определяется уравнением $\theta = \pi/2$, а краевые условия (1), (2) принимают вид ($\vec{n} = -\vec{e}_\theta$)

$$\left(\hat{\zeta} v - \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)\Big|_\Sigma = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta}\Big|_{\Sigma^+} = \frac{\partial v}{\partial \theta}\Big|_{\Sigma^-}. \tag{4}$$

Предположим, что $\hat{\zeta} = \frac{1}{r}\cdot\zeta$, $\zeta = const.$; тогда из (3) следует

$$\left(\zeta v - \frac{\partial v}{\partial \theta}\right)\Big|_\Sigma = 0. \tag{5}$$

Метод решения СЛАУ-2

Неизвестный потенциал v ищем в виде

$$v = v_0 + v_1, \tag{6}$$

где v_0 соответствует полю источника

$$v_0 = \frac{p_0}{r_0}\cdot\frac{e^{-qR}}{R},\quad R = |\vec{r} - \vec{r}_0|,\quad p_0 = const., \tag{7}$$

а потенциал v_1 обусловлен присутствием периодической структуры.

Для решения краевой задачи используем интегральные преобразования Конторовича-Лебедева

$$\hat{f}(\tau) = \int\limits_0^{+\infty} f(r)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{8}$$

$$f(r) = \frac{2}{\pi^2}\int\limits_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \hat{f}(\tau)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{9}$$

где $K_\mu(qr)$ – функция Макдональда. Принимая во внимание представление для v_0 (7)

$$v_0 = \frac{2}{\pi^2}\int\limits_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau\cdot\hat{v}_0\cdot\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{10}$$

$$\hat{v}_0=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}\hat{V}^{(0)}_{m\tau}e^{\,im\varphi},$$

$$V^{(0)}_{m\tau}(\theta,\theta_0)=\begin{cases}P^{m}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)P^{m}_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta_0),\theta<\theta_0,\\ P^{m}_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta)P^{m}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta_0),\theta_0<\theta,\end{cases}$$

$$a_{m\tau}=\frac{p_0}{4r_0}e^{-im\varphi_0}(-1)^m\cdot\frac{1}{ch\pi\tau}\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\cdot\frac{\Gamma(\frac{1}{2}-m+i\tau)}{\Gamma(\frac{1}{2}+m+i\tau)},$$

ищем неизвестный потенциал v_1 в виде интеграла Лебедева-Конторовича (8), (9)

$$v_1=\frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty}\tau sh\pi\tau\cdot\hat{v}_1\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{11}$$

$$\hat{v}_1=-\sum_{m=-\infty}^{+\infty} a^{(0)}{}_{m\tau}P^{m}_{-1/2+i\tau}\hat{V}^{(1)}_{m\tau}(\theta,\varphi),$$

$$\hat{V}^{(1)}_{m\tau}=\begin{cases}\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}\hat{\alpha}_{m,n+m_0}(\tau)P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\cdot e^{i(nN+m)\varphi},0<\theta<\pi/2,\\ \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}\hat{\beta}_{m,n+m_0}(\tau)P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta)\cdot e^{i(nN+m)\varphi},\pi/2<\theta<\pi.\end{cases} \tag{12}$$

Используя (1), (2), (10), непрерывность частных производных v_1 в щели и учитывая соотношения

$$\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}(-\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}=-\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2},$$

получаем связь между коэффициентами $\hat{\alpha}_{m,n+m_0}$ и $\hat{\beta}_{m,n+m_0}$, а также функциональное уравнение, определенное на секторах

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left\{\zeta P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(0)-\frac{d}{d\theta}P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}\right\}\alpha_{m,n+m_0}e^{inN\varphi}=h^{m}_{i\tau}(\zeta), \tag{13}$$

$$h^{M}_{i\tau}(\zeta)=\zeta P^{M}_{-1/2+i\tau}(0)+\frac{d}{d\theta}P^{M}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}.$$

Другое функциональное уравнение получим из условия непрерывности функции v_1 в щелях

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\alpha_{m,n+m_0}P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(0)e^{inN\varphi}=0. \tag{14}$$

Введем коэффициенты $z_n^{(m_0)}$ и ε_n

$$z_n^{(m_0)}=(-1)^{n-m_0}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n)\hat{\alpha}_{m,n}\frac{d}{d\theta}P^{(n+\nu)N}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}, \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n)=\\ &=\frac{1}{\pi}(-1)^{(n+\nu)N}ch\pi\tau\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}+(n+\nu)N+i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-(n+\nu)N+i\tau\right)}\frac{1}{\left[\frac{d}{d\theta}P^{(n+\nu)N}_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}\right]^2}.\end{aligned} \tag{16}$$

Для ε_n, определенного в (16), имеет место оценка при $N(n+\nu)>>1$

$$\varepsilon_n = O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right).$$

В результате уравнения (13), (14) соответственно принимают вид

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} z_n^{(m_0)} e^{in\psi} = f(\psi), \qquad |\psi| < \delta, \tag{17}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} z_n^{(m_0)} e^{in\psi} = 0, \qquad \delta < |\psi| \le \pi \tag{18}$$

с дополнительным условием

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{N(n+\nu)} z_n^{(m_0)} = 0, \tag{19}$$

где $\delta = \dfrac{l-d}{l}$, $f(\psi)$ – заданная 2π-периодическая функция:

$$f(\psi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_n e^{in\psi},$$

$$f_n(\zeta) = \left[\zeta \cdot \frac{1}{N(n+\nu)} + \frac{|n|}{n}\hat{\varepsilon}_n\right] z_n^{(m_0)} - h_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\zeta)\delta_n^{m_0},$$

$$\hat{\varepsilon}_n = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_n - 1}.$$

Система парных функциональных уравнений (17)-(19) образует задачу Римана-Гильберта об определении аналитической функции комплексного переменного по ее предельным значениям на некотором контуре. Используя метод, предложенный в [8-10], приходим к системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов $z_n^{(m_0)}$

$$z_s^{(m_0)} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{sp} z_p^{(m_0)} + B_s^{(m_0)}, \; s = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \tag{20}$$

где

$$A_{sn} = \left[\frac{|n|}{n}\hat{\varepsilon}_n + \zeta \cdot \frac{1}{N(n+\nu)}\right] V_{s-1}^{n-1}(u) + P_s(u)\delta_n^0,$$

$$B_s^{(n)} = h_{i\tau}^{(n+\nu)N}(\zeta) V_{s-1}^{n-1}(u), \; u = \cos\delta,$$

$$V_{s-1}^{n-1}(u) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{p=0}^{n} \rho_{n-p}(u) P_{p-s}(u), 1 \le n; \\ \dfrac{1}{2}\left[P_{s-1}(u) - P_s(u)\right], n = 0; \\ -\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{p=0}^{-n} \rho_{-n-p}(u) P_{p+s}(u), n < 0; \end{cases}$$

$$\rho_0(u) = 1, \rho_1(u) = -u; \rho_n(u) = P_n(u) - 2nP_{n-1}(u) + P_{n-2}(u), 2 \le n,$$

$P_n(u)$ -- полиномы Лежандра. Поскольку (20) превращается в тождество при $s = 0$, найдем уравнение для определения $z_n^{(m_0)}$, воспользовавшись дополнительным условием (19)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{N(n+\nu)} z_n^{(m_0)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{N(n+\nu)} \text{[illegible]} \Big] = 0. \qquad (21)$$

Введем в рассмотрение функции

$$W_\nu^{s-1}(u) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+\nu} V_{n-1}^{s-1}(u), R_\nu(u) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+\nu} P_n(u),$$

которые вычислены в [9]. Тогда (21) приобретает вид

$$M_\nu(u) z_0^{(m_0)} = -h_{i\tau}^{(m_0+\nu)N}(\zeta) W^{m_0}(u) - \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{|p|}{p} \hat{\varepsilon}_p + \zeta \cdot \frac{1}{N(p+\nu)} \right] W^p(u) z_p^{(m_0)} \qquad (22)$$

$$M_\nu(u) = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2P_{\nu-1}(u)}{P_\nu(u) + P_{\nu-1}(u)}.$$

Таким образом, исходная краевая задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода (20), (22), которая эквивалентна парным интегральным уравнениям первого рода (13), (14) относительно искомых коэффициентов.

Требования выполнения условия 3 в постановке задачи накладывает на коэффициенты $z_n^{(m_0)}$ условия их принадлежности гильбертову пространству $l^2\left(\frac{1}{1+|n|}\right)$ с нормой

$$\|z\|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\left|z_n^{(m_0)}\right|^2}{1+|n|} < \infty.$$

Для обоснования разрешимости СЛАУ-2 оценим норму матричного оператора $\hat{A}$ системы (20) по норме рассматриваемого гильбертова пространства, в котором $\hat{A}$ определяется матрицей $\{A_{sp}\}_{s,p=-\infty}^{+\infty}$. Используя оценки для функций $V_{n-1}^{p-1}(u)$ [9]

$$\left|V_{n-1}^{p-1}(u)\right| < \begin{cases} C_1\sqrt{1-u^2}\ln(1+|p|), p \neq 0, p \neq n; \\ \sqrt{1-u}, n \neq 0, p = 0; \\ \frac{1-u}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-u^2}\ln(1+|p|), p \neq 0, n = p, \end{cases}$$

а также их поведение при $n \gg 1, s \gg 1$,

$$V_{n-1}^{s-1}(u) = \frac{1}{\pi\sqrt{s}} \cdot \frac{\sqrt{n}}{n-s} \cdot \sin(n-s)\delta \cdot \left[1 + O\left(\frac{1}{|n|} + \frac{1}{|s|}\right)\right],$$

заключаем, что оператор $\hat{A}$ ограничен по норме $l^2\left(\frac{1}{1+|n|}\right)$ и является вполне непрерывным в этом пространстве [18]. Поэтому решение СЛАУ-2 (20), (22) для произвольных параметров задачи может быть получено методом редукции, смысл которого состоит в замене бесконечной системы конечной системой из M уравнений с M неизвестными и оценки погрешности такого приближения [18]. В частном случае полупрозрачной структуры, когда число щелей велико и их ширина мала по сравнению с периодом l, узких щелей, узких секторов оператор $\hat{A}$ является сжимающим (его норма меньше единицы) и для решения СЛАУ-2 можно использовать метод последовательных приближений (итераций) [18]. Применение этого метода дает возможность найти аналитическое решение исходной краевой задачи, провести его анализ и изучить влияние щелей и поверхностного импеданса.

В случае полупрозрачной структуры, которая определяется существование предела

$$\lim_{\substack{N\to+\infty \\ d/l\to 0}}\left[-\frac{1}{N}\ln\sin\frac{\pi d}{2l}\right]=Q>0,$$

потенциал v_1 (11), (12) имеет вид $\left(0<\theta_0<\pi/2\right)$

$$v_1=\frac{Qp}{\pi^2 r_0}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^m e^{im(\varphi-\varphi_0)}\int_0^{+\infty}\tau th\pi\tau\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}-m+i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+m+i\tau\right)}\frac{C_{i\tau}^m(\zeta)}{\Phi_{i\tau}^{(m)}(\zeta)+2Q}\times$$

$$\times P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta_0)P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)d\tau,\ 0<\theta<\pi/2, \tag{23}$$

$$\Phi_{i\tau}^{(m)}(\zeta)=\frac{P_{-1/2+i\tau}^m(0)}{\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}-\zeta P_{-1/2+i\tau}^m(0)},$$

$$C_{i\tau}^m(\zeta)=\frac{\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}+\zeta P_{-1/2+i\tau}^m(0)}{\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}-\zeta P_{-1/2+i\tau}^m(0)}.$$

Аналогичное представление имеет место и для $\pi/2<\theta<\pi$. В случае расположения источника на оси OZ $\left(\theta_0=0, m=0\right)$ (23) упрощается и приобретает следующий вид:

$$v_1=\frac{Qp}{\pi^2 r_0}\int_0^{+\infty}\tau th\pi\tau\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}\frac{C_{i\tau}(\zeta)}{\Phi_{i\tau}(\zeta)+2Q}P_{-1/2+i\tau}(\cos\theta)d\tau,\ 0<\theta<\pi/2,$$

$$\Phi_{i\tau}(\zeta)=\Phi_{i\tau}^{(m)}(\zeta)\Big|_{m=0},\ C_{i\tau}(\zeta)=C_{i\tau}^m(\zeta)\Big|_{m=0}.$$

Формальный переход к пределу при $Q\to+\infty$ в правой части (23) приводит к выражению для v_1 в случае импедансной плоскости

$$v_1=\frac{p}{2\pi^2 r_0}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^m e^{im(\varphi-\varphi_0)}\int_0^{+\infty}\tau th\pi\tau\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}-m+i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+m+i\tau\right)}C_{i\tau}^m(\zeta)\times$$

$$\times P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta_0)P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)d\tau,\ 0<\theta<\pi/2.$$

Полагая в (23) $\zeta=0$, что соответствует решению второй краевой задачи для уравнения Гельмгольца, получаем представление для v_1 в предельном случае полупрозрачной структуры из идеально проводящих плоских угловых секторов [19]

$$v_1=\frac{Qp}{\pi^2 r_0}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^m e^{im(\varphi-\varphi_0)}\int_0^{+\infty}\tau th\pi\tau\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}-m+i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+m+i\tau\right)}\times$$

$$\times\frac{\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}}{P_{-1/2+i\tau}^m(0)+2Q\frac{d}{d\theta}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)\Big|_{\theta=\pi/2}}P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta_0)P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\theta)d\tau,\ 0<\theta<\pi/2.$$

Таким образом, в данной работе впервые предложен подход для решения задач рассеяния волн на системе плоских угловых импедансных секторов, основанный на использовании интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и метода задачи Римана-Гильберта. Показано, что третья краевая задача математической физики для трехмерного уравнения Гельмгольца с дополнительным условием на секторах эквивалентна решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов Фурье искомого потенциала. Обоснована разрешимость этой системы, а также применение методов редукции и итераций для нахождения ее решения. В предельном случае полупрозрачной структуры получено аналитическое решение третьей краевой задачи.

Список литературы: 1. *George Jacob, Aanandan C.K., Mohanan P., Nair K.G.* Analysis of a new compact microstrip antenna // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol. 46, No.11. 1998. P.1712-1717. 2. *Stockbroeckx B., Vorst A.V.* Electromagnetic modes in conical transmission lines with application to linearly tapered slot antenna // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.48, No.3. 2000. P.447-455. 3. *Satterwhite R.S.* Diffraction by a quarter plane, the exact solution and some numerical results // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.22, No.5. 1974. P. 500-503. 4. *Hansen T.B.* Diffraction by a plane angular sector, a new derivation // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.38, No.11. 1990. P.1892-1894. 5 *Maci S,Albani M., Capolino F.* ITD formulation for the currents on a plane angular sector // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.46, No.9. 1998. P.1318-1327. 6. *Кравченко В.Ф., Казаров А.Б.* Электродинамические характеристики дисковых сверхпроводящих открытых резонаторов// Докл.РАН. 1997. Т.356, №5. С.620-624. 7. *Дорошенко В.А.* Сингулярные интегральные уравнения в задаче дифракции волн на решетке из неидеально проводящих плоских нерегулярных лент // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001.Вып.120. С.101-106. 8. *Агранович З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П.* Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках // ЖТФ.1962.Т.32, № 4. С.381-394. 9. *Шестопалов В.П.* Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространении электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та. 1971. 400с. 10. *Шестопалов В.П.* Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. Киев: наук. думка, 1983. 252с. 11. *Сологуб В.Г., Харчевникова Т.И.* Дифракция сферических волн на конической поверхности специального вида // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 1972. Вып.20. С.52-58. 12. *Дорошенко В.А., Сологуб В.Г.* Дифракция электромагнитных волн на плоском угловом секторе // Радиофизика и электроника миллиметровых и субмиллиметровых волн. Харьков: ИРЭ АН УССР. 1988. С.50-59. 13. *Doroshenko V.A., Kravchenko V.F.* The scattering of plane electromagnetic waves from a cone with longitudinal slots // Journ. of Communications Technology and Electronics. Vol.46, No.3. 2001. P.271-278. 14. *Zinenko T.L., Nosich A.I., Okuno Y.* Plane wave scattering and absorption by resistive-strip and dielectric-strip periodic gratings // IEEE Trans. Antennas and Propagat. Vol.46. 1998. P.1498-1505. 15. *Nosich A., YurchenkoV., Altintas A.* Numerically exact analysis of a two-dimensional variable-resistivity reflector fed by a complex-point source // IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol.45, No.11. 1997. P.1592-1601. 16. *Ладыженская О.А.* Краевые задачи математической физики. М.: Наука. 1973. 407с. 17. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир. 1964. 428с. 18. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. М.: Наука, 1977. 742с. 19. *Дорошенко В.А.* Возбуждение магнитным радиальным диполем конуса с продольными щелями // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 1992. Вып.97. С.54-61.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 28.03.2002