

Д.т.н. Вартамян В.М., к.т.н. Романенков Ю.А., Кононенко А.В.

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт»

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Имеется целый ряд процессов, сложно поддающихся факторному анализу, в связи с чем, построение причинной модели в виде линейной регрессии не представляется возможным.

Рассмотрена одна из задач прогноза, состоящая в установлении количественных оценок тенденций развития исследуемого процесса, путем анализа временных серий методом экспоненциального сглаживания.

Базовая формула экспоненциального сглаживания имеет вид:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1}), \quad (1)$$

где F_t – новый прогноз; F_{t-1} – прошлый прогноз; α – константа сглаживания ($0 < \alpha < 1$); A_{t-1} – текущий спрос прошлого периода. Зависимость (1) может быть переписана в следующей форме:

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)A_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^3 A_{t-4} + \dots + \alpha(1-\alpha)^n A_{t-n}. \quad (2)$$

Проблема применения метода состоит в обоснованном выборе константы сглаживания α , которая существенно влияет на результат прогноза.

Так, если α близка к единице, то это приводит к учету в прогнозе в основном влияния лишь последних наблюдений; если α близка к нулю, то веса, по которым взвешиваются объемы продаж во временном ряду, убывают медленно, т.е. при прогнозе учитываются все (или почти все) наблюдения.

Точность модели прогнозирования может быть определена сравнением прогнозного значения с текущим, или наблюдаемым, значением.

Значения ошибок прогноза для модели (1) оцениваются средним

абсолютным отклонением ε_{cao} или среднеквадратическим отклонением $\varepsilon_{ско}$. Предпочтительным будет являться такое значение константы сглаживания α , при котором они будут наименьшими.

Процесс выбора константы сглаживания по значениям $\varepsilon_{cao}(\alpha, \Delta)$ и $\varepsilon_{ско}(\alpha, \Delta)$, связан с анализом сложной полиномиальной зависимости между используемыми оценками ошибок прогнозирования и величиной константы сглаживания и может быть сведен к графоаналитическому решению задачи.

Предлагаемая процедура определения константы сглаживания, в отличие от методики, рассмотренной в работе [1], позволяет учесть влияние ошибки первоначального прогноза и предусматривает следующую последовательность действий:

1. Определение кругового прогноза исследуемого параметра на всех рассматриваемых периодах временных серий в аналитической форме с использованием системы символьных вычислений как некоторого полинома

$$F_t(\alpha, \Delta) = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha(1-\alpha)^i A_{t-(i+1)}, \quad (5)$$

где t – количество рассматриваемых периодов, Δ - ошибка первоначального прогноза.

2. Расчет абсолютных отклонений прогнозируемой функции для каждого периода как разницы между круговым прогнозом, определяемым соотношением (4) и текущим значением рассматриваемого параметра.

3. Расчет аналитических (символьных) зависимостей $\varepsilon_{cao}(\alpha, \Delta)$, $\varepsilon_{ско}(\alpha, \Delta)$ и построение графиков этих функций для области определения константы сглаживания $\{0 < \alpha < 1\}$.

4. Установление значения константы сглаживания α_m , доставляющего минимум соответствующим функциям ошибок.

$$\min \varepsilon_{cao}(\alpha) = \varepsilon_{cao}(\alpha_m^*), \quad \min \varepsilon_{ско}(\alpha) = \varepsilon_{ско}(\alpha_m^{**}). \quad (6)$$

Альтернативно выбор α_t для текущего прогноза предлагается осуществлять методом экстраполяции значений α , вычисленных для предыдущих временных периодов, путем решения обратной задачи.

Особенностью предлагаемого подхода по сравнению с [2] является включение в прогнозную модель ошибки прогноза – ΔF_t и поиск ее минимальной величины для случаев, когда решение обратной задачи не дает в спектре решений степенного уравнения (2) значений α , удовлетворяющих допустимой области.

Определение α_t и $\Delta F_{t \min}$ осуществляется графоаналитическим способом по месту пересечения ветвей корневого годографа в осях $Im \alpha_t$, $Re \alpha_t$ интервала $[0, 1]$.

Предложенная процедура реализована инструментальными средствами интегрированного математического пакета MAPLE, обеспечивающего все аналитические вычисления и необходимые средства визуализации.

Литература:

1. Вартамян В.М., Федоренко Н.М. Графоаналитический метод выбора константы сглаживания в моделях временных серий. Науковий вісник Чернівецького торгово-економічного інституту КНТЕУ.: Матеріали XIII міжнар. наук. – практ. конф. (9-10 квітня 2002 року, Чернівці): – Чернівці: – 2002. – Вип. II. Економічні науки. – Ч. II. – С. 202-206.
2. Вартамян В.М., Кононенко А.В. Метод определения константы сглаживания в прогнозной модели продаж. Вестник НТУ „ХПИ”. Сб. научн. тр. „Системний аналіз, управління і інформаційні технології” – Х.: НТУ „ХПИ”. – 2005.- № 41. С. 67-70.