

В. В. МОВЧАН, В. И. МОЛЯВКО, канд. физ.-мат. наук

К РАСЧЕТУ ДИСПЕРСИОННЫХ СВОЙСТВ БУГЕЛЬНЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Бугельные замедляющие системы находят широкое применение в приборах типа М. Основной особенностью их геометрии является неоднородность в поперечном сечении (рис. 1). Это за-

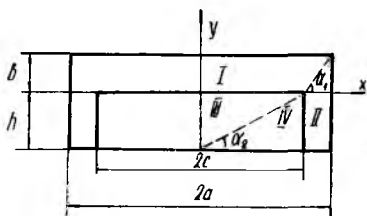


Рис. 1

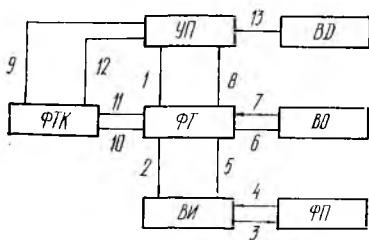


Рис. 2

трудняет строгий электродинамический анализ распространения волн, так как исключаются традиционные одномерные приближения.

Расчет дисперсионных свойств бугельных замедляющих систем производится на основе методов эквивалентных схем, многопроводных линий [1; 2]. Реальная система заменяется некоторой эквивалентной штыревой или лестничной структурой, что не позволяет в полной мере выяснить ее особенности. В настоящем сообщении предлагается методика расчета в более строгой электродинамической постановке. Оценивается ее эффективность.

Построение математической модели, в полной мере отражающей основные свойства бугельных замедляющих систем, применяемых на практике, не представляется возможным. Для оценки эффективности рассматриваемой методики используется упрощенная модель, соответствующая реальным системам при некоторых ограничениях. Задача решается в длинноволновом приближении для основной пространственной гармоники без учета волноводных видов колебаний. Это означает, что поперечные размеры проводников, образующих бугель, не учитываются и рассматривается распространение только медленных поверхностных волн. Такая модель соответствует реальной структуре с периодом и поперечными размерами, значительно меньшими длины волны.

Как следует из рис. 1, система симметрична относительно оси y . Следовательно, решение может быть проведено для положительных значений координаты x . Задача решается методом частичных областей. Области на рисунке пронумерованы римскими цифрами, границы между ними обозначены пунктирными линиями.

Предлагаемый способ разделения на частичные области (в отличие от традиционного, когда граничные поверхности совпадают с характерными поверхностями системы) более естественен для данной системы и удобен тем, что их количество уменьшается и исключается необходимость решения проблемы задания полей в угловых областях.

С учетом изложенных приближений поля в частичных областях могут быть определены посредством следующих векторов Герца для четырех областей:

$$I \quad \vec{\Pi}_{1m}^e = T_{1m}^e(kx) \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(b-y) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$II \quad \vec{\Pi}_{2m}^e = A_{2m}^e \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(a-x) \frac{\sin}{\cos} k(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$III \quad \vec{\Pi}_{3m}^e = T_{3m}^e(kx) \frac{\text{sh}}{\text{ch}} \gamma(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z;$$

$$IV \quad \vec{\Pi}_{4m}^e = \Gamma_{4m}^e(\gamma x) \frac{\sin}{\cos} k(y+h) e^{-i\gamma z} \vec{j}_z.$$

В этих уравнениях

$$T_m^e(kx) = A_m^e \sin kx + B_m^e \cos kx;$$

$$\Gamma_m^e(\gamma x) = A_m^e \text{sh } \gamma x + B_m^e \text{ch } \gamma x;$$

цифровые индексы (в последних двух уравнениях опущены) обозначают номера соответствующих областей; A_m^e , B_m^e — постоянные интегрирования; k — постоянная распространения электромагнитной волны в свободном пространстве, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$;

γ — постоянная распространения поверхностной волны, $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_g}$;

λ_g — ее длина; \vec{j}_z — единичный вектор, направленный вдоль координат оси z .

В силу длинноволновых приближений в областях I, III вдоль координаты x и II, IV вдоль координаты y электромагнитное поле может быть представлено в виде T -волн, что приводит к простым соотношениям между постоянными интегрирования.

Традиционный аналитический метод вывода дисперсионного уравнения сводится к определению условий совместимости системы уравнений, полученной на основе граничных условий. Определение корней дисперсионного уравнения, как правило, трансцендентного, производится численными методами с применением быстродействующих ЭВМ. В данном случае задача усложняется, так как непараллельность граничных и координатных плоскостей приводит к необходимости усреднения полей на границах, что связано с вычислением интегралов, не разрешаемых аналитиче-

скими методами. В связи с этим рационально поручить ЭВМ не только вычисление корней дисперсионного уравнения, но и большую часть процесса его вывода.

Исходные уравнения определяются условиями непрерывности тангенциальных составляющих полей на границах частичных областей. Границы раздела областей задаются такими уравнениями (см. рис. 1): I, II— $y = (x - c) \operatorname{tg} \alpha_1$; III, IV— $y = x \operatorname{tg} \alpha_2 - h$; II, IV— $x = c$; I, III— $y = 0$. Следовательно, исходная система уравнений записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \int_c^a E_{1z} dx &= \int_c^a E_{2z} dx \\ \int_c^a H_{1z} dx &= \int_c^a H_{2z} dx \end{aligned} \right|_{y=(x-c)\operatorname{tg}\alpha_1};$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^c E_{3z} dx &= \int_0^c E_{4z} dx, \\ \int_0^c H_{3z} dx &= \int_0^c H_{4z} dx, \\ \int_0^c E_{3y} \operatorname{tg} \alpha_2 dx &= \int_0^c E_{4x} dx \end{aligned} \right|_{y=x\operatorname{tg}\alpha_2-h};$$

$$\int_{-h}^0 E_{2z} dy = \int_{-h}^0 E_{4z} dy \Big|_{x=c}; \quad \int_0^c E_{1z} dx = \int_0^c E_{3z} dx \Big|_{y=0}.$$

Эта система позволяет получить дисперсионное уравнение $[F_1(1 - \cos kc) + F_2 \sin kc] D \operatorname{sh} \gamma b = [D_1(1 - \cos kc) + D_2 \sin kc] F_3 \operatorname{sh} \gamma h$, в котором функции F_1, F_2, F_3 определяются выражениями

$$F_1 = \frac{A_{12} B_{21} - A_{22} B_{11}}{A_{11} B_{21} + A_{21} B_{11}}; \quad F_2 = \frac{A_{12} B_{11} + A_{22} A_{11}}{B_{11} A_{21} + B_{21} A_{11}}.$$

Здесь

$$B_{11} = \int_c^a \frac{\sin}{\cos} kx \operatorname{sh} [\gamma(p - x \operatorname{tg} \alpha_1)] dx;$$

$$B_{21} = \int_c^a \frac{\cos}{\sin} kx \operatorname{ch} [\gamma(p - x \operatorname{tg} \alpha_1)] dx;$$

$$A_{12} = \int_c^a \frac{\sin}{\cos} [k(r + x \operatorname{tg} \alpha_1)] \operatorname{sh} \gamma(a - x) dx; \quad p = b + \operatorname{ctg} \alpha_1;$$

$$r = h - \operatorname{ctg} \alpha_1; \quad F_3 = \frac{\operatorname{sh} \gamma(a - c)}{\frac{D_3}{D} \operatorname{sh} \gamma c + \operatorname{ch} \gamma c};$$

D, D_1, D_2, D_3 — составленные по правилу Крамера определители системы уравнений

$$A_{3e}A_{I_{33}} + B_{3e}B_{I_{33}} - A_{4e}A_{I_{34}} = B_{4e}B_{I_{34}};$$

$$A_{3e}A_{I_{43}} + B_{3e}B_{I_{43}} - A_{4e}A_{I_{44}} = B_{4e}B_{I_{44}};$$

$$A_{3e}A_{I_{53}} \operatorname{tg} \alpha_2 + B_{3e}B_{I_{53}} \operatorname{tg} \alpha_2 - A_{4e}A_{I_{54}} = B_{4e}B_{I_{54}},$$

где

$$\frac{A}{B} I_{33} = \int_0^c \frac{\sin}{\cos} kx \operatorname{sh}(\gamma x \operatorname{tg} \alpha_2) dx; \quad \frac{A}{B} I_{34} = \int_0^c \sin(kx \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{\operatorname{sh}}{\operatorname{ch}} \gamma x dx;$$

$$\frac{A}{B} I_{43} = \int_0^c \frac{\cos}{\sin} kx \operatorname{ch}(\gamma x \operatorname{tg} \alpha_2) dx;$$

$$\frac{A}{B} I_{44} = \int_0^c \cos(kx \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{\operatorname{sh}}{\operatorname{ch}} \gamma x dx; \quad \frac{A}{B} I_{53} = \frac{B}{A} I_{43}, \quad \frac{A}{B} I_{54} = \frac{B}{A} I_{34}.$$

На рис. 2 показан процесс вычисления на ЭВМ корней дисперсионного уравнения. Цифрами и стрелками обозначена последовательность вычислений. Управляющая программа УП формирует массивы исходных данных, результатов, осуществляет их контроль, организует процесс вычислений. Подпрограмма ФТ организует вычисление функций, входящих в дисперсионное уравнение. Подпрограмма ВУ вычисляет интегралы по методу Симпсона, ФП — подынтегральные функции. После вычисления интегралов ФТ передает управление встроенной машинной программе ВО для вычисления определителей. Далее управляющая программа передает информацию подпрограмме ФТК для вычисления корней дисперсионного уравнения методом секущих с автоматическим выбором шага. Результаты вычислений накапливаются в массивах управляющей программы, которая организует их печать и построение дисперсных кривых при помощи подпрограммы ВД.

Реализация рассмотренного алгоритма вычисления дисперсии бугельной замедляющей системы на ЭВМ ЕС-1050 показала, что процесс вычислений связан с большими затратами машинного времени. Это объясняется несовершенством имеющихся программ поиска корней трансцендентных уравнений. Кроме того, решение подобных задач требует, очевидно, более рационального сочетания аналитических и численных методов.

Список литературы: 1. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. — М.: Сов. радио, 1966. — 631 с. 2. Старостенко В. В. Исследование характеристик бугельной замедляющей системы // Радиотехника. — 1984. — Вып. 69. — С. 84—86.

Поступила в редколлегию 20.03.86