№ 3
2016

МЕТРОЛОГИЯ И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ISSN 2073 - 1469

№3 (73)
2016

МЕТРОЛОГИЯ И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издание выходит 1 раз в квартал с декабря 1994 года

Учредители:
Государственный комитет по стандартизации Республики Беларусь (Госстандарт)
РУП «Белорусский государственный институт метрологии» (БелГИМ)

Редакционная коллегия:
Председатель редакционной коллегии
НАЗАРЕНКО В.В.
Заместитель председателя редакционной коллегии
ЖАГОРА Н.А.
Главный редактор
ГУРЕВИЧ В.Л.

БУЛОЙЧИК В.М., БУРСКИЙ В.А., ГОЛОВИН А.Н., ГУСЕВ О.К., ИВЛЕВ С.А., КИРИЛЛОВ В.И., КИСЕЛЕВ М.Г., ЛЕНЬКО Е.М., ЛОБКО В.П., СОЛОМАХО В.Л., СЕРЕНКОВ П.С.

Редактор
КУХАРЕНКО Л.И.
Корректор
НАРУШЕВИЧ М.М.
Компьютерная верстка
НАРУШЕВИЧ М.М.
Дизайн обложки
КОВАЛЕВА Е.В.

Регистрационный № 465 Министерства информации Республики Беларусь

В соответствии с решением ВАК от 15 ноября 2007 г. № 23/10 журнал включен в Перечень научных изданий для опубликования результатов диссертационных исследований

Адрес редакции:
220053, г. Минск,
Старовиленский тракт, 93
Тел.: (017) 233 65 76, 233 55 01
Факс: (017) 288 09 38
Подписные индексы:
Для организаций – 006412
Для индивидуальных подписчиков – 00641
Издатель:
Белорусский государственный институт метрологии (БелГИМ)
Свидетельство ГРИИРПИ № 1/73 от 04.11.2013
Подписано в печать 19.09.2016
Формат 60 x 84 1/8
Бумага мелованная
Печать офсетная
Гарнитура: Journal Sans CTT
Усл.п.л. 9 Уч. изд. л. 9,5
Тираж 300 экз.
Заказ №
Цена договорная
Отпечатано в типографии
ОДО «Дивимакс»,
г. Минск, пр. Независимости, 58, корпус 17
Свидетельство № 2/44 от 18.02.2014.

© Госстандарт, 2016
© БелГИМ, 2016

Содержание

Список использованной литературы

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 1995,Geneva, ISO, ISBN 92-67-01088-9
2. I. Lira, W. Woger, Comparison between the conventional and Bayesian approaches to evaluate measurement data, Metrologia 43 (2006) S249
3. Н. А. Бурмистрова, А. В. Степанов, А. Г. Чуновкина, Байесовские оценки систематических погрешностей средств измерений // Измерительная техника 9(2015), с.6
4. A. Stepanov, A. Chunovkina, N. Burmistrova Calculation of coverage intervals: some study cases/ AMCTM-X. – World Scientific Publishing, 2015. – P.132-139
5. ГОСТ Р 8.736-2011 – Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения.

Наталья Александровна Бурмистрова, научный сотрудник ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева»;

Александр Владимирович Степанов, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева»;

Анна Гурьевна Чуновкина, доктор технических наук, руководитель отдела ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева»

УДК 006.91(045)

О. А. Боцюра, И. П. Захаров

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ОЦЕНИВАНИЮ ВКЛАДОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ВХОДНЫХ ВЕЛИЧИН В НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ИЗМЕРЯЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Проводится сравнительный анализ различных подходов к оцениванию числового значения и вкладов неопределенностей входных величин в неопределенности измеряемой величины. В качестве эталонных значений берутся оценки, полученные аналитическим методом и методом Монте-Карло. Показано, что метод конечных приращений можно применять не только для нахождения вкладов неопределенности, но и для получения несмещенной оценки измеряемой величины.

A comparative analysis of different approaches to the estimation of a numerical value and uncertainty contributions of input quantities to the measurand uncertainty is carried out. The estimates obtained by an analytical method and Monte Carlo method take as reference values. It is shown that the method of finite increments can be used not only to evaluation of uncertainty contributions, but also to evaluation of unbiased measurand value.

Введение

Руководство по выражению неопределенности измерений (GUM) [1] реализует так называемый модельный подход к оцениванию неопределенности измерений, основанный на использовании уравнения

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N), \quad (1)$$

связывающего измеряемую величину Y с входными величинами X_j, j = 1, 2, ..., N. При этом по числовым значениям входных величин x_j и их стандартным неопределенностям $u(x_j)$ находят числовое значение y и стандартную неопределенность $u(y)$ измеряемой величины. Одним из недостатков такого подхода является появление смещения y и при нелинейной модели (1) и значительных $u(x_j)$ [2]. Устранение этого недостатка возможно путем реализации других подходов: аналитического, метода конечных приращений (МКП), метода Монте-Карло (ММК) [1–3].

В статье проводится анализ точности базового метода GUM и МКП путем их сравнения с аналитическим подходом и ММК, которые принимаются за эталонные.

1. Оценки числового значения результата измерения и его стандартной неопределенности, получаемые при использовании методики GUM

В основу оценивания неопределенности в GUM положен принцип линеаризации, основывающийся на том, что для каждой входной величины X_j

в малой окрестности ее значения x_j, выражение (1) можно аппроксимировать прямой линией t_1, t_2, касательной к (1) в точке $(x_j;y)$ (рис. 1).

При этом значение измеряемой величины находят по формуле

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_N), \quad (2)$$

а вклад неопределенности каждой входной величины X_j в неопределенность измеряемой величины будет определяться выражением

$$u_{j\mathrm{GUM}1}(y) = c_j u(x_j), \quad (3)$$

где c_j – коэффициент чувствительности, равный тангенсу угла наклона касательной t_1, t_2 к оси абсцисс:

$$c_j = \frac{\partial y}{\partial x_j} = \frac{\partial Y}{\partial X_j}\bigg|_{X_j = x_j}. \quad (4)$$

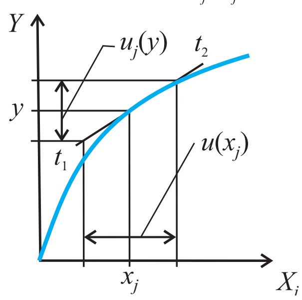

Рис. 1. *Принцип вычисления вклада неопределенности в GUM*

Выражение (3) получено при аппроксимации (1) рядом Тейлора первого порядка. Его применение, как уже было сказано, при значительных $u(x_j)$ приводит к смещению оценок $u_j(y)$. Это смещение можно уменьшить за счет аппроксимации (1) рядом Тейлора второго порядка. Тогда формула для вклада неопределенности входной величины x_j в неопределенность измеряемой величины будет иметь вид [1]:

$$u_{j\mathrm{GUM}2}(y) = \sqrt{[c_j u(x_j)]^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 y}{\partial x_j^2} u^2(x_j)\right]^2}. \quad (5)$$

Анализ смещения оценок y, $u_{j\mathrm{GUM}1}(y)$ и $u_{j\mathrm{GUM}2}(y)$, получаемых при применении методики GUM, будем для наглядности производить на примере нелинейной и монотонной на рабочем участке функции одной переменной

$$Y = f(X). \quad (6)$$

В таблице 1 приведены выражения для оценок измеряемой величины y и ее неопределенности $u(y)$, для степенной функции $Y = AX^m$, полученные в соответствии с методикой GUM без учета $u_{j\mathrm{GUM}1}(y)$ и с учетом $u_{j\mathrm{GUM}2}(y)$ членов второго порядка разложения в ряд Тейлора. Здесь u и $\tilde{u}$, соответственно, стандартная и относительная стандартная неопределенность входной величины, причем $\tilde{u} = u/|x|$.

Таблица 1

Выражения для числовых значений и вкладов неопределенности, рассчитанных по методике GUM

y	$u_{j\mathrm{GUM}1}(y)$	$u_{j\mathrm{GUM}2}(y)$
$Y=Ax^m$	$Ax^m m\tilde{u}$	$Ax^m m\tilde{u}\sqrt{1+[(m-1)\tilde{u}]^2/2}$

Следует отметить, что применение методики GUM приводит к оценкам y и $u(y)$, которые не зависят от закона распределения X. Для определения смещения этих оценок их надо сравнить с результатами, полученными аналитическим методом или методом Монте-Карло с учетом закона распределения X.

2. Числовые значения результата измерения и его стандартной неопределенности, получаемые аналитическим методом

Математическое ожидание $M(Y)$ и стандартная неопределенность $u(Y)$ измеряемой величины будут, соответственно, равны:

$$M(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} Y \cdot g(Y) dY, \quad (7)$$

$$u(Y) = \sqrt{D(Y)} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [Y - M(Y)]^2 g(Y)\, dY}, \quad (8)$$

где $g(Y)$ – плотность вероятности Y; $D(Y)$ – дисперсия Y.

Для вычисления значений $M(Y)$ и $u(Y)$ выразим плотность вероятности $g(Y)$ через функцию распределения $G(X)$ входной величины.

По определению функции распределения

$$G(X) = P(x < X),$$

где P – вероятность.

Очевидно, что для монотонной функции справедливо:

$$P(x < X) = P[y < f(X)].$$

Поскольку по определению

$$P[y < f(X)] = G[f(X)],$$

то

$$G(X) = G[f(X)].$$

Производя обратное преобразование выражения (6), получаем

$$X = f^{-1}(Y),$$

тогда

$$G(Y) = G[f^{-1}(Y)]. \quad (9)$$

Дифференцируя выражение (9), получаем дифференциальную функцию распределения $g(Y)$ [4]:

$$g(Y) = \frac{\partial G(Y)}{\partial Y} = \frac{\partial\{G[f^{-1}(Y)]\}}{\partial Y}. \quad (10)$$

Рассмотрим трансформацию степенной функцией $Y = AX^m$, $m > 0$ входной величины X, имеющей равномерное распределение с математическим ожиданием M, границами $[M-\theta;\ M+\theta]$ и функцией распределения (рис. 2, а):

$$G(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } X < M-\theta; \\ \dfrac{X-(M-\theta)}{2\theta}, & \text{при } X \in [M-\theta; M+\theta]; \\ 1, & \text{при } X > M+\theta. \end{cases}$$

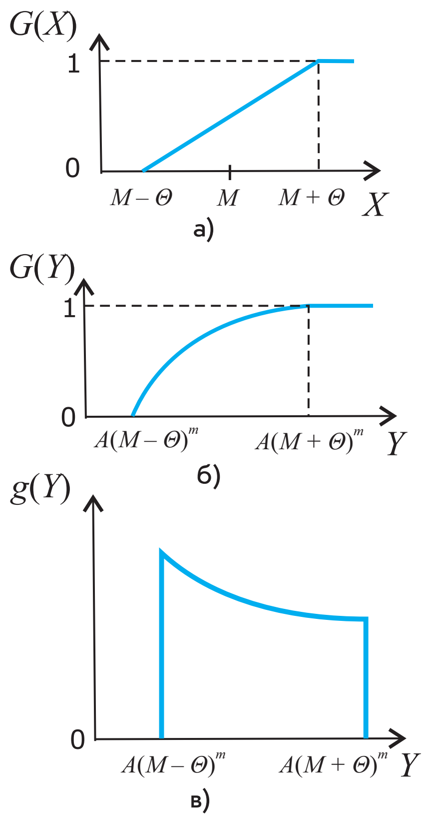

Рис. 2. *Трансформация степенной функцией входной величины с равномерным распределением: а — функция распределения X; б — функция распределения Y; в — плотность вероятности Y*

Поскольку обратное преобразование от Y определяется выражением

$$X = (Y/A)^{1/m}, \tag{11}$$

то функция распределения величины Y будет иметь вид (рис. 2, б):

$$G(Y) = \begin{cases} 0, & \text{при } Y < A(M-\theta)^m; \\ \dfrac{\left(\dfrac{Y}{A}\right)^{1/m} - M + \theta}{2\theta} & \text{при } Y \in \left[A(M-\theta)^m; A(M+\theta)^m\right] \\ 1, & \text{при } Y > A(M+\theta)^m. \end{cases} \tag{12}$$

Тогда плотность вероятности величины Y при $Y \in \left[A(M-\theta)^m; A(M+\theta)^m\right]$ будет равна (рис. 2, в):

$$g(Y) = \frac{\partial [G(Y)]}{\partial Y} = \frac{Y^{(1-m)/m}}{2m\theta A^{1/m}}. \tag{13}$$

Математическое ожидание Y будет определяться выражением:

$$M(Y) = \int_{A(M-\theta)^m}^{A(M+\theta)^m} Y \cdot g(Y) \cdot dY = \int_{A(M-\theta)^m}^{A(M+\theta)^m} \frac{Y^{(1/m)}}{2m\theta A^{1/m}} dY =$$

$$= A_m \frac{(M+\theta)^{m+1} - (M-\theta)^{m+1}}{2\theta(m+1)}. \tag{14}$$

С учетом формулы бинома Ньютона:

$$(M \pm \theta)^{m+1} = \sum_{i=0}^{m+1} C^i_{m+1} M^{m+1-i} (\pm\theta)^i, \tag{15}$$

где биномиальные коэффициенты

$$C^i_{m+1} = \frac{(m+1)!}{i!(m+1-i)!}, \tag{16}$$

имеем:

$$M(Y) = A \frac{\sum_{i=0}^{m+1} C^i_{m+1} M^{m+1-i} \theta^i - \sum_{i=0}^{m+1} C^i_{m+1} M^{m+1-i} (-\theta)^i}{2\theta(m+1)}. \tag{17}$$

С учетом (16) и того, что для равномерного распределения стандартная неопределенность равна $u = \theta/\sqrt{3}$, получаем:

$$M(Y) = AM^m \sum_{i=0}^{m/2} \frac{3^i m!}{(2i+1)!(m-2i)!} \tilde{u}^{2i}, \tag{18}$$

где $\tilde{u} = u/M$ – относительная неопределенность входной величины.

Выражения для $M(Y)$ для разных m в пределах от 2 до 7, полученные из (18), приведены в таблице 2.

Дисперсия Y будет определяться выражением:

$$u^2(Y) = \int_{A(M-\theta)^m}^{A(M+\theta)^m} (Y - M_Y)^2 g(Y) dY =$$

$$= \int_{A(M-\theta)^m}^{A(M+\theta)^m} \left\{ Y - A \frac{[(M+\theta)^{m+1} - (M-\theta)^{m+1}]}{2\theta(m+1)} \right\}^2 \frac{Y^{(1-m)/m}}{2m\theta A^{1/m}} dY. \tag{19}$$

Выражения для $u(Y)$ и разных m в пределах от 0 до 7, полученные из (19), приведены в таблице 2.

Из таблиц 1, 2 видно, что реализация методики GUM дает смещенные оценки математического ожидания и стандартной неопределенности, начиная с квадратичной модели.

3. Оценки числового значения и стандартной неопределенности измеряемой величины, получаемые методом конечных приращений

Метод конечных приращений вытекает из теоремы Лагранжа и заключается в вычислении вклада неопределенности $u(y)$ через приращения Δ по формулам:

$$u_{\text{мкп}}(y) = \frac{f(x+\Delta) - f(x-\Delta)}{2\Delta} u. \tag{20}$$

Если принять приращение $\Delta = u$, то это выражение будет иметь вид, приведенный в GUM (рис. 3):

Таблица 2

Выражения для математических ожиданий $M(Y)$ и стандартных неопределенностей $u(Y)$ измеряемой величины для степенной функции и равномерного закона распределения

m	$M(Y)$	$u(Y)$
2	$AM^2(1+\tilde u^2)$	$2AM^2\tilde u$
3	$AM^3(1+3\tilde u^2)$	$3A_3M^3\tilde u\sqrt{1+2\tilde u^2+\frac{3}{7}\tilde u^4}$
4	$AM^4(1+6\tilde u^2+1{,}8\tilde u^4)$	$4A_4M^4\tilde u\sqrt{1+5{,}4\tilde u^2+5{,}4\tilde u^4+1{,}08\tilde u^6}$
5	$AM^5(1+10\tilde u^2+9\tilde u^4)$	$5A_5M^5\tilde u\sqrt{1+10{,}4\tilde u^2+2{,}8\tilde u^4+0{,}48\tilde u^6+0{,}0109\tilde u^8}$
6	$AM^6\left(1+15\tilde u^2+27\tilde u^4+\frac{27}{7}\tilde u^6\right)$	$6A_6M^6\tilde u\sqrt{1+17\tilde u^2+\frac{534}{7}\tilde u^4+\frac{702}{7}M_x^4\tilde u^6+\frac{243}{7}M_x^2\tilde u^8+\frac{729}{637}\tilde u^{10}}$
7	$AM^7(1+21\tilde u^2+63\tilde u^4+27\tilde u^6)$	$7A_7M^7\tilde u\sqrt{1+\frac{126}{5}\tilde u^2+\frac{1269}{7}\tilde u^4+\frac{3132}{7}\tilde u^6+\frac{2673}{7}\tilde u^8+\frac{4374}{49}\tilde u^{10}+\frac{729}{245}\tilde u^{12}}$

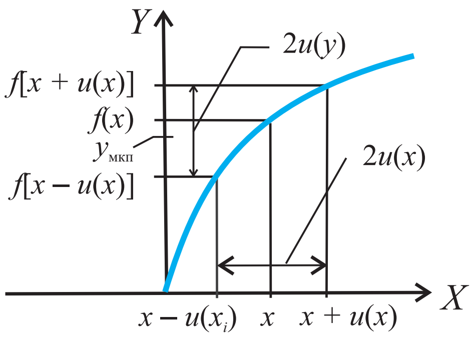

Рис. 3. *Метод конечных приращений*

$$u_{\text{мкп u}}(y)=\frac{f(x+u)-f(x-u)}{2}. \qquad (21)$$

Для функции вида $Y = AX^m$ получаем выражение

$$u_{\text{мкп u}}(y)=A[(x+u)^m-(x-u)^m]/2. \qquad (22)$$

С учетом формул (15) и (16) имеем:

$$u_{\text{мкп }u}(y)=\frac{A}{2}\left[\sum_{i=0}^{m}C_m^i x^{m-i}u^i-\sum_{i=0}^{m}C_m^i x^{m-i}(-u)^i\right]=$$

$$=Ax^{m-1}\sum_{i=0}^{m/2}C_m^{2i+1}\tilde u^{2i+1}=Ax^{m-1}\sum_{i=0}^{m/2}\frac{m!\,\tilde u^{2i+1}}{(2i+1)!(m-2i-1)!}. \qquad (23)$$

Выражения $u_{\text{мкп u}}(y)$ для разных m приведены в таблице 3. В этой же таблице приведены выражения для $u_{\text{мкп }u/2}(y)$ и $u_{\text{мкп}\,\theta}(y)$, вычисленные для $\Delta = u/2$ и $\Delta=\theta=u\sqrt{3}$, соответственно. Сравнение результатов таблиц 2 и 3 показывает (рис. 4), что, начиная с кубической формулы, выражение:

$$u_{\text{мкп }u}(y)=\frac{f(x+\theta)-f(x-\theta)}{2\sqrt{3}} \qquad (24)$$

обеспечивает в не менее чем в 3,5 раза более точные оценки, чем выражение (21) из GUM, не менее чем в 5,7 раз более точные оценки, чем выражение (3) из GUM1, и имеет один порядок точности с выражением (4) из GUM2.

Поскольку оценка измеряемой величины (2) также имеет смещение, можно постараться устранить его методом конечных приращений, применяя формулу

$$y_{\text{мкп}}=\frac{f(x+\Delta)+f(x-\Delta)}{2}. \qquad (25)$$

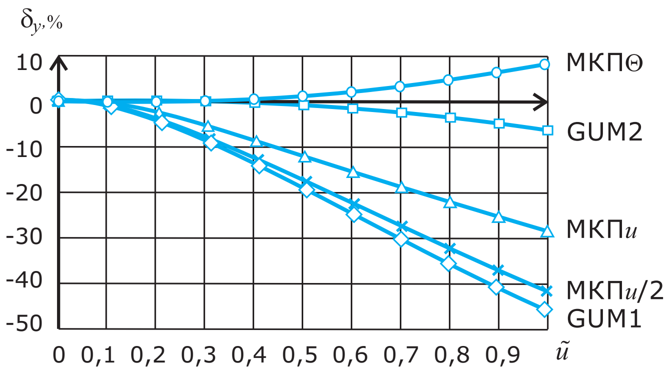

Рис. 4. *Зависимости относительных погрешностей вычисления $u(\tilde y)$ разными методами от значения $\tilde u$*

Для степенной функции $Y = AX^m$, $m>0$ эта формула будет иметь вид:

$$y_{\text{мкп}}=A\frac{(x+u)^m+(x-u)^m}{2}. \qquad (26)$$

С учетом выражений (15) и (16), принимая $\Delta = u$, получаем:

$$y_{\text{мкп}}=A\frac{\sum_{i=0}^{m}C_m^i x^{m-i}u^i+\sum_{i=0}^{m}C_m^i x^{m-i}(-u)^i}{2}=$$

$$=Ax^m\sum_{i=0}^{m/2}C_m^{2i}\tilde u^{2i}=Ax^m\sum_{i=0}^{m/2}\frac{m!}{(2i)!(m-2i)!}\tilde u^{2i}. \qquad (27)$$

Таблица 3

Выражения для числовых значений $y_{\text{МКП}}$ и вкладов неопределенности $u_{\text{МКП}}(y)$ измеряемой величины, полученные МКП для разных значений приращения Δ

m	$y_{\text{МКП}}$	$u_{\text{МКП}}(y)$		
		$\Delta = u$	$\Delta = u/2$	$\Delta = \theta = u\sqrt{3}$
2	$Ax^2(1+\tilde{u}^2)$	$2Ax^2\tilde{u}$	$2Ax^2\tilde{u}$	$2Ax^2\tilde{u}$
3	$Ax^3(1+3\tilde{u}^2)$	$3Ax^3\tilde{u}\left(1+\dfrac{\tilde{u}^2}{3}\right)$	$3Ax^3\tilde{u}\left(1+\dfrac{\tilde{u}^2}{12}\right)$	$3Ax^3\tilde{u}(1+\tilde{u}^2)$
4	$Ax^4(1+6\tilde{u}^2+\tilde{u}^4)$	$4Ax^4\tilde{u}\,(1+\tilde{u}^2)$	$4Ax^4\tilde{u}\;\; 1+\dfrac{\tilde{u}^2}{4}$	$4Ax^4\tilde{u}(1+3\tilde{u}^2)$
5	$Ax^5(1+10\tilde{u}^2+5\tilde{u}^4)$	$5Ax^5\tilde{u}(1+2\tilde{u}^2+0{,}2\tilde{u}^4)$	$5Ax^5\tilde{u}\left(1+\dfrac{\tilde{u}^2}{2}+\dfrac{\tilde{u}^4}{80}\right)$	$5Ax^5\tilde{u}(1+6\tilde{u}^2+1{,}8\tilde{u}^4)$
6	$Ax^6(1+15\tilde{u}^2+15\tilde{u}^4+\tilde{u}^6)$	$6Ax^6\tilde{u}\left(1+\dfrac{10\tilde{u}^2}{3}+\tilde{u}^4\right)$	$6Ax^6\tilde{u}\left(1+\dfrac{5\tilde{u}^2}{3}+\dfrac{\tilde{u}^4}{16}\right)$	$6Ax^6\tilde{u}(1+10\tilde{u}^2+9\tilde{u}^4)$
7	$Ax^7(1+21\tilde{u}^2+35\tilde{u}^4+7\tilde{u}^6)$	$7Ax^7\tilde{u}\left(1+5\tilde{u}^2+\dfrac{3\tilde{u}^4}{7}+\dfrac{\tilde{u}^6}{7}\right)$	$7Ax^7\tilde{u}\left(1+4+\dfrac{3\tilde{u}^4}{16}+\dfrac{\tilde{u}^6}{224}\right)$	$7Ax^7\tilde{u}\left(1+15\tilde{u}^2+27\tilde{u}^4+\dfrac{27\tilde{u}^6}{7}\right)$

Выражения для $y_{\text{МКП}}$ для разных m, полученные из (7), приведены в таблице 3.

Зависимости относительной погрешности оценки измеряемой величины δ_y от $\tilde{u}$, полученные МКП для $\Delta=u$ и $\Delta=\theta$ и по методике GUM (2) для m = 3, приведены на рисунке 5. Из рисунка 5 видно, что приращение $\Delta=u$ является оптимальным для устранения смещения числового значения измеряемой величины.

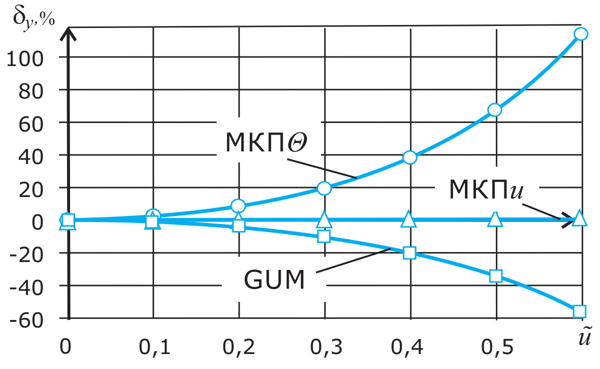

Рис. 5. Зависимости δ_y от $\tilde{u}$

4. Оценки числового значения и стандартной неопределенности измеряемой величины, получаемые ММК

Аналитический метод позволяет находить числовые значения и стандартные неопределенности измеряемой величины только для отдельных случаев (в нашем случае – для равномерного закона распределения X_j и степенной функции). В общем случае эту задачу позволяет решить метод Монте-Карло (ММК) [3].

Таблица 4

Оценки значений измеряемой величины и ее неопределенности, получаемые различными методами для нормального закона распределения

	$\tilde{u}$	0,1	0,2	0,3	0,4
ММК	y	1030	1120	1270	1480
	$u(y)$	306	647	1050	1560
	$\tilde{u}(y)$	0,297	0,578	0,827	1,054
МКП	y	1030	1120	1270	1480
	$u(y)$	304	632	1008	1456
	$\tilde{u}(y)$	0,295	0,564	0,794	0,984
	δ_y,%	0	0	0	0
	$\delta_{u(y)}$, %	–0,65	–2,3	–4,0	–6,7
GUM	y	1000	1000	1000	1000
	$u(y)$	300	600	900	1200
	$\tilde{u}(y)$	0,3	0,6	0,9	1,2
	δ_y, %	–2,9	–11	–21	–32
	$\delta_{u(y)}$, %	2,0	7,3	14	23

Результаты вычисления значений измеряемой величины и ее неопределенности для нормального закона распределения, x = 10, для степенной функции с $m = 3$ для различных $\tilde{u}$ с помощью ММК, МКП и методики GUM представлены в таблице 4. При реализации МКП для оценивания числового

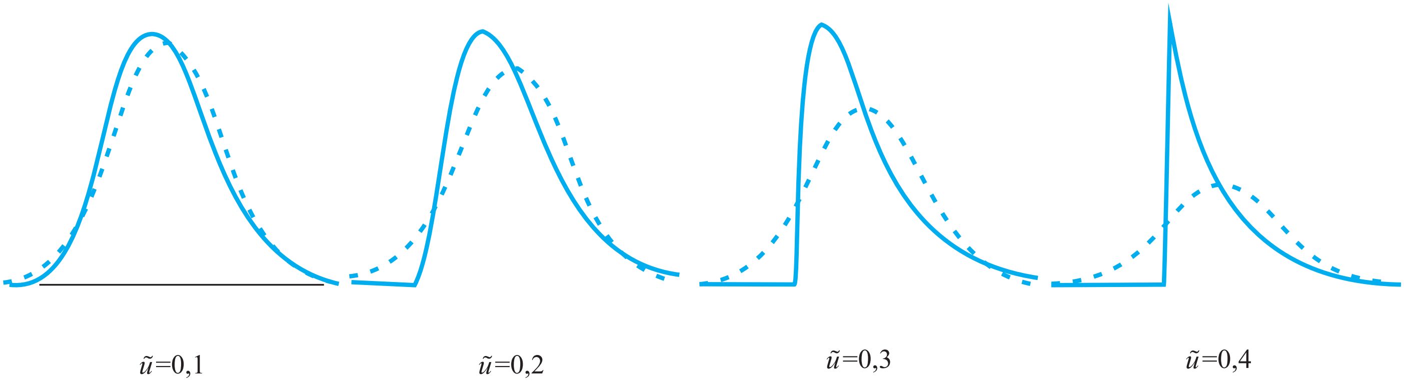

Рис. 6. *Гистограммы измеряемой величины для различных $\tilde{u}$, полученные для ММК (сплошная) и сравнение их с нормальным законом для тех же $u(y)$ (пунктир)*

значения измеряемой величины бралось смещение $\Delta=u$, а при оценивании вклада неопределенности входной величины в неопределенность измеряемой величины – смещение $\Delta = 2u$ (равное расширенной неопределенности для нормального закона). Здесь же представлены относительные погрешности вычисления измеряемой величины δ_y и стандартной неопределенности $\delta_{u(y)}$.

Гистограммы измеряемой величины, получаемые при этом, изображены на рисунке 5.

Из таблицы 4 видно, что оценки y, получаемые с помощью МКП (для $\Delta=u$), не имеют смещения относительно оценок y, получаемых с помощью ММК. В то же время относительная погрешность нахождения y по методике GUM достигает -32 %. Оценки $u(y)$, получаемые с помощью МКП (для $\Delta = 2u$), имеют смещение относительно оценок $u(y)$, получаемых с помощью ММК до -6,7 %, в то же время относительная погрешность нахождения $u(y)$ по методике GUM достигает 23 %.

Выводы

1. Проведен анализ оценивания числового значения и вклада неопределенности измеряемой величины базовым методом GUM и МКП путем их сравнения с аналитическим подходом и ММК на примере модельного уравнения в виде степенной функции для равномерного и нормального законов распределения входных величин.

2. Показано, что погрешность оценивания вклада неопределенности входной величины в неопределенность измеряемой величины $u_j(y)$ по формуле МКП, приведенной в GUM для $\Delta=u$, хотя и меньше погрешности оценивания $u_j(y)$ базовым методом GUM, но все же остается значительной. Для ее минимизации предложено в качестве размера приращения выбирать полуразмах равномерного распределения входной величины или удвоенное значение стандартной неопределенности нормального закона распределения входной величины.

3. Показано, что метод конечных приращений можно успешно применять для получения несмещенной оценки измеряемой величины y. Получено, что наименьшее значение смещения y для равномерного и нормального законов распределения входной величины обеспечивается выбором приращения $\Delta=u$.

Список использованной литературы

1. JCGM 100:2008 Guide to the Expression of Uncer-tainty in Measurement, GUM 1995 with minor corrections.

2. JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data – An introduction to the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» and related documents.

3. JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» – Propagation of distributions using a Monte Carlo method.

4. Захаров И. П. Теоретическая метрология. Учебное пособие. Харьков: ХТУРЭ, 2000, – 176 с.

Олеся Анатольевна Боцюра, аспирант Харьковского национального университета радиоэлектроники;

Игорь Петрович Захаров, доктор технических наук, профессор Харьковского национального университета радиоэлектроники