УДК 621.391

И. И. СНЫТКИН, канд. техн. наук

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЗАИМОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СИСТЕМ ОПТИМАЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ, СУЩЕСТВУЮЩИХ В ПРОСТЫХ И РАСШИРЕННЫХ ПОЛЯХ ГАЛУА $GF(p)GF(p^n)$

Среди систем оптимальных дискретных сигналов (ОДС) в теории и практике широкополосных систем связи особое место занимают ОДС в виде характеристических кодов, кодов квадратичных вычетов, Якоби, Холла, которые вследствие невозможности их генерирования посредством регистров сдвига с линейными обратными связями можно отнести к так называемым нелинейным рекуррентным последовательностям (НЛРП), существующим в полях GF (p) и GF (p^n), где простое число $p > 2$ [1; 2; 5]. Особенность данных НЛРП заключается в том, что в отличие от широко используемых и изученных линейных рекуррентных последовательностей (ЛРП) они существуют для намного бо́льшего числа длительностей $L = p$, $L = p - 1$, $L = p^n - 1$, имеют значительно бо́льшую мощность кодирования и обладают стойкостью к раскрытию структуры и имитации [1; 4; 5]. Это делает указанные НЛРП предпочтительными в широкополосных системах, особенно в системах специального назначения. Однако сложность их построения и невозможность формирования (генерирования) простыми методами и средствами (как это имеет место в случае ЛРП) до сих пор определяют их недостаточную изученность и ограниченное применение [1—5]. Так, в работе [1] приводятся правила построения данных НЛРП и исследуются лишь их автокорреляционные свойства для $L = p \leqslant 709$ и $L = p - 1$, $p^n - 1 \leqslant 136$. В то же время в теории и практике анализа и оценки помехоустойчивости, скрытности, имитостойкости широкополосных систем важное значение имеют взаимокорреляционные свойства систем ОДС [2—5]. Например, подробно исследуются взаимокорреляционные свойства ЛРП в работе [2], а в [3] — обосновываются и формируются общие правила выбора систем сигналов с учетом статистических характеристик их взаимокорреляционных свойств. Результатов же исследования и учета взаимокорреляционных свойств упомянутых НЛРП в известной литературе не приводится, хотя это и актуальная задача в теории и практике их использования.

Приведем некоторые результаты исследований в этой области, в частности, гистограммы и статистические характеристики смешанно-периодических функций взаимной корреляции (СПФВК) систем НЛРП для $L \leqslant 4000$.

Методика проведенных исследований. Формировалась НЛРП заданной длительности $L = p$, $L = p - 1$, $L = p^n - 1$ для всевозможных простых p и n в соответствии с правилами [1], вплоть до $L \leqslant 4000$.

С использованием сформированной таким образом НЛРП посредством авто- и изоморфных преобразований разностных множеств [1], формировался кодовый словарь полного объема НЛРП определенной длительности L, вплоть до $L \leqslant 4000$.

Из полученного кодового словаря брались всевозможные сочетания двух любых НЛРП W_k и W_e и формировался кодовый массив $W^* = \{W_k, W_e, W_e, W_k, W_k\}$, на каждом такте циклического сдвига W_e относительно W^* подсчитывалось число x совпадений символов $w_i \in W_e \in W^*$ и частность f каждого числа x совпадений, т. е. гистограмма числа совпадений $f(x)$. Аналогично все проводилось и для W_k. Затем гистограмма $f(x)$ усреднялась по всему ансамблю кодового словаря. Формирование массива W^* позволяет моделировать всевозможные реальные ситуации взаимного расположения W_k и W_e в потоке кодовых слов и тем самым производить всестороннюю оценку воздействия такого потока W^* на согласованный дискретный фильтр (коррелятор), настроенный на прием W_k или W_e, с учетом всевозможных

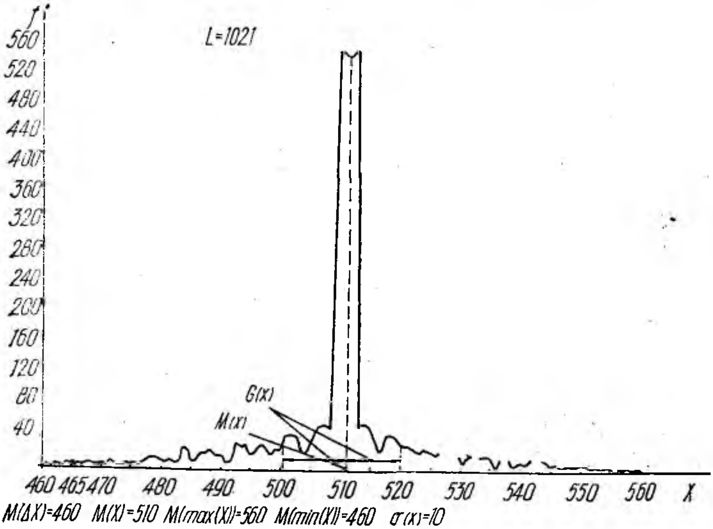

Рис. 1.

стыков W_k и W_e: (W_k, W_e), (W_e, W_e), (W_e, W_k), (W_k, W_k). Тем самым анализируется СПФК как наиболее «плохая» среди всех видов ФВК (2). Было сделано предпочтение расчету числа x, а не непосредственно ФВК — разнице между числом совпадений (x) и несовпадений $(L - x)$ символов при посимвольном сравнении W_k и W_e [1—5]. Это связано с тем, что гистограммы $f(x)$ и ее характеристики непосредственно применяются в специальных системах при корреляционном распознавании цикловой частоты (синхронизации) ОДС; анализ статистики величины x позволяет определять важные дополнительные статистические оценки и характеристики, которые используются при анализе скрытности, имитостойкости широкополосных систем и дают возможность учитывать изменение взаимокорреляционных свойств от длительности ОДС; при известном x легко рассчитывать непосредственно ФВК и ее основные статистические параметры.

На рис. 1 приведены одна из полученных усредненных (по всевозможным авто- и изоморфным преобразованиям НЛРП фиксированной длительности L) гистограмма $f(x)$ и статистические характеристики СПФВК для $L = 1021$, где $M(x)$ и $\sigma(x)$ — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение числа x; $M(\max x)$ и $M(\min x)$ — математические ожидания максимального и минимального значений x; $M(\Delta x)$ — математическое ожидание величины $\Delta x = L - \max x$. Обозначим значение ФВК на каждом такте τ сравнения W_k и W_e как $U_L(\tau)$, тогда, следуя (5),

$$U_L(\tau) = x(\tau) - (L - x(\tau)) = 2x(\tau) - L.$$

Согласно (1)—(5) основные статистические характеристики ФВК — значения наибольших боковых выбросов $U_{б\,макс}(L)$ и математическое ожидание $M(U_б)$ (в дальнейшем параметр τ опустим).

Введем ряд дополнительных статистических характеристик ФВК. Обозначим через $R(L)$ относительную величину ФВК для системы НЛРП длительности L, равную

$$R(L) = \frac{x - (L - x)}{L} = \frac{U_L}{L} = \frac{2}{L}x - 1. \tag{1}$$

Под относительной величиной разброса x от среднего значения $M(x)$ будем понимать

$$r(L) = \frac{M(\max x) - M(\min x)}{L}. \tag{2}$$

Относительной полосой зависимости $f(x)$ на уровне 0,5 считаем

$$\gamma = \frac{x_{макс}(f_{0,5}) - x_{мин}(f_{0,5})}{L}, \tag{3}$$

где $x_{макс}(f_{0,5})$ и $x_{мин}(f_{0,5})$ — максимальное и минимальное значения x на уровне $f(x) = 0{,}5f(x = M(x))$. Относительное отклонение между максимальными значениями ФАК и ФВК для фиксированной L будем оценивать величиной

$$K(L) = \frac{M(\Delta x)}{L}. \tag{4}$$

Сформулируем и докажем следующее утверждение.

Утверждение. Если $\sigma_L(x)$ и $\sigma(R(L))$ есть среднеквадратические значения x и $R(L)$ соответственно, то

$$\sigma(R(L)) = \frac{2}{L}\sigma(x). \tag{5}$$

Доказательство. Исходя из (1), получаем

$$\sigma(R(L)) = \sqrt{D(R(L))} = \sigma\left(\frac{2}{L}x - 1\right) = $$
$$= \sqrt{D\left(\frac{2}{L}x - 1\right)}, \tag{6}$$

где $D(\cdot)$ — дисперсия.

Но согласно свойствам дисперсии имеем

$$D\left(\frac{2}{L}x-1\right)=\left(\frac{2}{L}\right)^2 D(x). \tag{7}$$

Учитывая, что $\sigma_L(x)=\sqrt{D_L(x)}$ и подставляя (7) в (6), находим (5). Выражение (5) существенно упрощает оценку статистических характеристик ФВК, позволяя выражать $\sigma(R(L))$ через $\sigma_L(x)$.

С учетом соотношений (1)—(7) анализ зависимостей $f(x)$ и статистических характеристик СПФВК, представленных для $L=1021$ на рис. 1, позволил определить свойства статистических характеристик СПФВК систем НЛРП:

$$1.\ M(x)=L/2; \tag{8}$$

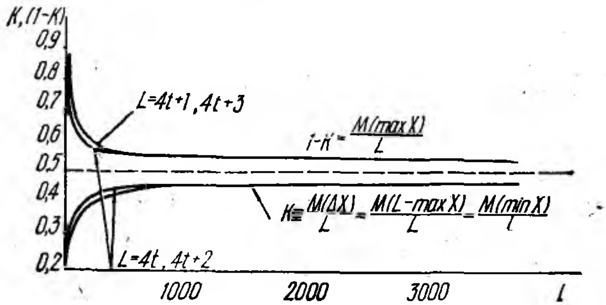

Рис. 2.

$$2.\ M(\Delta x)=M(\min x)=L-M(\max x); \tag{9}$$

$$3.\ K(L)=\frac{M(\min x)}{L},\ 1-K(L)=\frac{M(\max x)}{L}, \tag{10}$$

что следует из (8), (9) с учетом (4);

$$4.\ M(R(L))=M\left(\frac{2}{L}x-1\right)=\frac{2}{L}\cdot M(x)-1=0, \tag{11}$$

поскольку это вытекает из свойства 1;

$$5.\ r(L)=1-2K(L), \tag{12}$$

что обусловлено свойством 3 и соотношением (2);

6. Относительная ширина γ полосы $f(x)$ на уровне 0,5 для систем НЛРП произвольных длительностей L определяется следующим приближенным соотношением:

$$\gamma=\gamma_n=(3-4)/L. \tag{13}$$

С учетом зависимостей $f(x)$ (для $L=1021$, представленной на рис. 1) были построены зависимости $K(L)$, $1-K(L)$, $\sigma_L(x)$ для соответственно четных $L=4\cdot t$, $4\cdot t+2$ и нечетных $L=4\cdot t+1$, $4\cdot t+3$, где $t=0, 1, 2, 3, \ldots$. Графики данных зависимостей, вплоть до $L\leqslant 4000$, показанных на рис. 2, 3, можно использовать для оценки и расчета как основных, так и дополнительных статистических характеристик систем НЛРП.

Итак, при небольших длительностях $L < 600$—800 статистические характеристики взаимокорреляционных свойств систем НЛРП четных длительностей ($L = 4 \cdot t$, $4 \cdot t + 2$) лучше, чем у систем НЛРП нечетных длительностей ($L = 4 \cdot t + 1$, $4 \cdot t + 3$), поскольку для последних характерны бо́льшая частость появления больших выбросов ФВК, бо́льшая равнозначность появления больших и малых выбросов ФВК, бо́льшее среднеквадратическое отклонение значений ФВК $\sigma(R(L))$, $\sigma_L(x)$, бо́льшая относительная величина $R(L)$ разброса значений ФВК от среднего значения.

С увеличением длительности L систем НЛРП статистические характеристики взаимокорреляционных свойств систем НЛРП четных и нечетных длительностей улучшаются и сравниваются уже при $L \approx 1000$, а при $L \to \infty$ асимптотически приближаются к следующим потенциально достижимым значениям:

$$\lim_{L\to\infty} \sigma(R(L)) = \lim_{L\to\infty} 1/(2L) = 0,$$

$$\lim_{L\to\infty} r(L) = 0, \quad \lim_{L\to\infty} K(L) = 0{,}5.$$

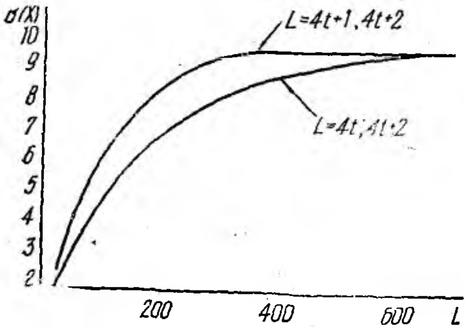

Рис. 3.

Взаимокорреляционные свойства систем НЛРП данных видов оказываются лучшими, чем для систем ЛРП, в частности, для M — последовательностей. Действительно, если исследовать зависимости на рис. 1—3 в смысле оценки чисто ФВК, т. е. U_L, получим, что для НЛРП $U_{б.\,макс}(L) = (1{,}5 - 3)\sqrt{L}$, тогда как согласно данным [2] для ЛРП аналогичная величина составляет $U_{б\,макс}(L) = (2 - 6) \cdot \sqrt{L}$. Значит, если следовать правилам выбора ОДС [2; 3], помехоустойчивость широкополосных систем будет лучше при названных НЛРП (особенно четных длительностей) в случае применения ЛРП.

Таким образом, приведенные результаты исследований взаимокорреляционных свойств систем НЛРП, существующих в простых и расширенных полях Галуа $GF(p)$, $GF(p^n)$, представляют собой фактический материал, значительно расширяющий область изученности данных систем НЛРП и имеющий важное теоретико-практическое значение для исследователей и проектировщиков в области широкополосных систем связи.

Список литературы: 1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 2. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации / Под ред. В. Б. Пестрякова. М., 1973. 284 с. 3. *Варакин Л. Е.* Теория систем сигналов. М., 1978. 304 с. 4. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 5. *Диксон Р. К.* Широкополосные системы / Пер. с англ.; Под ред. В. И. Журавлева. М., 1979. 304 с.

Поступила в редколлегию 22.06.88