Здесь $t_{\text{мет. пар}}$ — время на вычисление метеопараметров; $t_{\text{печ}}$ — время печати получения данных.

Время $t_{\text{мет.пар}}$ установлено экспериментально и составляет порядка $200 \cdot 10^{-3}$ с. Время $t_{\text{печ}}$ определяется скоростью печатающего устройства и равно 2,3-с. Тогда $t_{\text{полн}} = 248{,}6\text{с} \approx 4\text{мин}$.

Результаты показывают, что спроектированный вычислительный комплекс по быстродействию удовлетворяет требованиям аэродромных метеослужб.

Список литературы: 1. *Определение* температуры, скорости и направления ветра в приземном слое атмосферы методом радиоакустического зондирования/С. И. Бабкин, Г. Н. Милосердова, М. Ю. Орлов и др.//Метеорология и гидрология. 1980. № 8. С. 36—45. 2. *МикроЭВМ* «Электроника НЦ ОЗТ». Техн. описание. Х., 1978. Кн. 3. 127 с. (Ротапринт/АН УССР. Ин-т радиоэлектроники).

Поступила в редколлегию 03.07.84.

УДК 621.396

В. Н. КРАСНИКОВ, О. В. ОВЧАРЕНКО

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ЮСТИРОВОЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

При радиоюстировке антенного поля обычно применяют реперные источники радиоизлучения [1], принимая сигналы которых, находят вектор оцениваемых параметров (например, поправки к координатам фазовых центров антенн радиоинтерферометра). В работе [2] был предложен эффективный алгоритм составления системы линейных уравнений для оцениваемых поправок, использующий четыре радиорепера.

Решим задачу об оптимальном расположении радиореперов по критерию максимума определителя линейной системы уравнений для оцениваемых поправок. Рассмотрим случай, когда антенны и радиореперы расположены в одной плоскости XOY.

Обозначим координаты антенн A_i, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$ через $(x_i + \delta x_i, y_i + \delta y_i)$, а координаты радиореперов $И_m$, $m = \overline{1,4}$ через (a_m, b_m). Тогда система линейных уравнений относительно δx_i, δy_i при условии $x_0 = y_0 =$ принимает вид [2]

$$\vec{A}\vec{x} = \vec{h}, \tag{1}$$

где $$\vec{x} = (\delta x_0, \delta y_0, \delta x_1, \delta y_1, \ldots, \delta x_n, \delta y_n)^{\mathrm{T}};$$

$$\vec{h} = (h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{14}, h_{23}, h_{24}, \ldots, h_{n3}, h_{n4})^{\mathrm{T}};$$

$$h_{lm} = k\psi_{im} - r_{im} + r_m;\ r_{im} = \sqrt{(x_l - a_m)^2 + (y_l - b_m)^2};$$

$$r_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2};$$

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & C & 0 & \dots & 0 \\ B_1 & A_1 & 0 & \dots & \vdots \\ B_2 & 0 & A_2 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ B_n & 0 & 0 & & A_n \end{bmatrix} \quad (2);\quad A_0 = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{r_1} & \frac{b_1}{r_1} \\ \frac{a_2}{r_2} & \frac{b_2}{r_2} \end{bmatrix} \quad (3);$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - a_1}{r_{11}} & \frac{y_1 - b_1}{r_{11}} \\ \frac{x_1 - a_2}{r_{12}} & \frac{y_1 - b_2}{r_{12}} \end{bmatrix} (4);\quad A_l = \begin{bmatrix} \frac{x_l - a_3}{r_{l3}} & \frac{y_l - b_3}{r_{l3}} \\ \frac{x_l - a_4}{r_{l3}} & \frac{y_l - b_4}{r_{l3}} \end{bmatrix} \quad (5);$$

$$B_l = \begin{bmatrix} \frac{a_3}{r_3} & \frac{b_3}{r_3} \\ \frac{a_4}{r_4} & \frac{b_4}{r_4} \end{bmatrix} (6);$$

ψ_{im} — разность фаз сигналов, принятых нулевой и i-й антеннами от m-го радиорепера.

Определитель системы (1) равен

$$\det A = \det D \det A_2 \dots \det A_n,\ \text{где}\ D = \begin{bmatrix} A_0 & C \\ B_1 & A_1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матрицы A_i составлены из координат нормированных векторов, направленных из A_i к $И_3$ и $И_4$, поэтому $\det A_i$ равен площади параллелограмма, построенного на этих единичных векторах. Чтобы площадь была максимальной, указанный параллелограмм должен приближаться к квадрату, для чего $И_3$, $И_4$ следует расположить вдали от антенного поля на взаимно ортогональных осях, например OX, OY. В этом случае

$$\det A_l \cong 1;\ \det A \cong \det D,\ i = \overline{2,n}.$$

Таким образом, задача сводится к максимизации $\det D$. Для ее решения заметим, что при использовании описанного расположения $И_3$, $И_4$ имеем $B_1 = E$, где справа — единичная матрица. Поэтому, умножая справа второй столбец блочной матрицы (7) на A_1^{-1} и вычитая его из первого, получаем

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} A_0 - CA_1^{-1} & C \\ 0 & A_1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Так как (8) следует из (7) в результате элементарных преобразований [3]: $\det D = \det \tilde{D}$. В случае принятого расположения $И_3$, $И_4$ матрица $A \cong E$, поэтому можно считать, что

$$\det D \cong \det \tilde{D} \cong \det (A_0 - CA_1^{-1}) \cong \det (A_0 - C). \qquad (9)$$

Первая строка матрицы A_0 состоит из координат нормированного вектора $\vec{r}_1^{\,н}$, а вторая — $\vec{r}_2^{\,н}$. Аналогично строки матрицы C состоят из координат нормированных векторов $\vec{r}_{11}^{\,н}$, $\vec{r}_{12}^{\,н}$. Следовательно, $\det D$ равен площади параллелограмма П, построенного на векторах $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, координаты которых определяются выражениями

$$\vec{V}_1 = \vec{r}_1^{\,н} - \vec{r}_{11}^{\,н}, \quad \vec{V}_2 = \vec{r}_2^{\,н} - \vec{r}_{12}^{\,н} \qquad (10)$$

и составляют первую и вторую строки матрицы $[A_0—C]$ соответственно. Таким образом,

$$\det D = \det \begin{bmatrix} \vec{r}_1^{\,н} - \vec{r}_{11}^{\,н} \\ \vec{r}_2^{\,н} - \vec{r}_{12}^{\,н} \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \end{bmatrix} = S. \qquad (11)$$

Приведенная геометрическая интерпретация $\det D$ позволяет геометрическим путем выяснить оптимальное расположение источников $И_1$, $И_2$.

Из формул (3), (4), (9) видно, что матрица D зависит только от координат антенны A_1. Удобно выбрать местную систему координат, чтобы антенна A_1 располагалась на оси OX, тогда $x_1 = l$, $y_1 = 0$, где l — база (расстояние между фазовыми центрами антенн A_0 и A_1). Целесообразно иметь максимальную базу l. При этом, как будет показано, оптимальное расположение $И_1$, $И_2$ дает наибольшее значение $\det D$.

С учетом замечания относительно месторасположения антенны A_1 будем варьировать положения реперов $И_1$, $И_2$ и следить за формой параллелограмма П. При этом примем во внимание следующие условия.

1. Расстояния от источников $И_1$, $И_2$ до антенн A_0, A_1 должны быть намного больше оцениваемых поправок. Только при этом условии остается в силе линейная система уравнений (1).

2. $И_1$, $И_2$ не должны располагаться на перпендикуляре P к оси OX, проходящем через середину отрезка $(0, l)$. Далее будет показано, что в противном случае $\det D = S_п = 0$.

3. В расчетные соотношения для $S_п$ в качестве основных переменных целесообразно ввести углы между перпендикуляром к оси OX, проходящем через источник $И_1$ ($И_2$), и вектора-

ми, направленными из A_0, A_1 к $И_1$ ($И_2$). В целях облегчения анализа возникающих при этом тригонометрических выражений удобно ограничить изменение указанных углов диапазоном $0 \div \pi/2$. Это условие всегда выполняется, если положение источников изменяется в пределах одной из восьми зон, на которые разбивается плоскость XOY прямыми OY, OX, P и q, где q — перпендикуляр к OX, проходящий через A_1 (рис. 1).

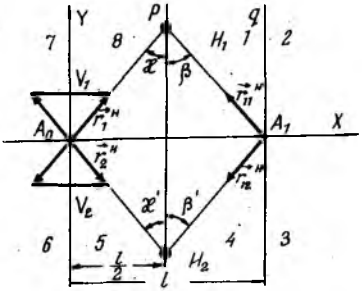


Рис. 1

Следовательно, нужно рассмотреть $8^2=64$ варианта расположения $И_1$, $И_2$ в указанных зонах. Однако с учетом симметрии можно оставить для рассмотрения лишь следующие 12 вариантов: 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 27, где первая цифра указывает зону расположения репера $И_1$, а вторая — $И_2$. Если задан некоторый вариант расположения $И_1$, $И_2$, не совпадающий ни с одним из приведенных 12 вариантов, максимум $S_п$ будет совпадать с максимумом $S_п$ для того из указанных 12 вариантов, который получается из данного некоторым естественным преобразованием симметрии. Например, вариант 74 переходит в 16 с помощью зеркальной симметрии относительно оси OX и изменения порядка записи номеров источников излучения. Аналогично поступаем и с другими вариантами, не совпадающими с основными.

Перейдем к доказательству вырождения системы (1) в случае расположения реперов $И_1$, $И_2$ на линии P. Соединим прямыми линиями точки местоположения антенн A_0, A_1 и источников $И_1$, $И_2$ (рис. 1). Построим на них единичные векторы $\vec{r}^{\,н}_1$, $\vec{r}^{\,н}_{11}$, $\vec{r}^{\,н}_2$, $\vec{r}^{\,н}_{12}$. Затем перенесем векторы $\vec{r}^{\,н}_{11}$, $\vec{r}^{\,н}_{12}$ в начало координат и построим векторы $\vec{V}_1 = \vec{r}^{\,н}_1 - \vec{r}^{\,н}_{11}$, $\vec{V}_2 = \vec{r}^{\,н}_2 - \vec{r}^{\,н}_{12}$. Эти векторы в рассматриваемом случае параллельны. Следовательно, площадь параллелограмма $S_п$, построенного на этих векторах, будет равна нулю.

Теперь изложим методику определения оптимального расположения источников $И_1$, $И_2$ для одной комбинации зон (для других комбинаций зон методика аналогична). Пусть $И_1$ находится в зоне *1*, а $И_2$ в зоне *4* (рис. 2). Используя представленные на рис. 2 обозначения, имеем

$$\gamma = \alpha + \zeta = \frac{1}{2}[(\varkappa' - \beta') + (\varkappa - \beta)];\ of = \sin\frac{1}{2}(\varkappa' + \beta');$$

$$dn = od\sin\gamma = 2\sin\frac{1}{2}(\varkappa + \beta)\sin\frac{1}{2}[(\varkappa' - \beta') + (\varkappa - \beta)].$$

Следовательно, площадь параллелограмма

$$S_{\text{п}} = S_{oco'd} = 2S_{ocd} = 2\left(\frac{1}{2}\,ocdn\right) = 4\sin\frac{1}{2}(\varkappa+\beta)\times$$

$$\times\sin\frac{1}{2}(\varkappa'+\beta')\sin\frac{1}{2}[(\varkappa'-\beta')+(\varkappa-\beta)].$$

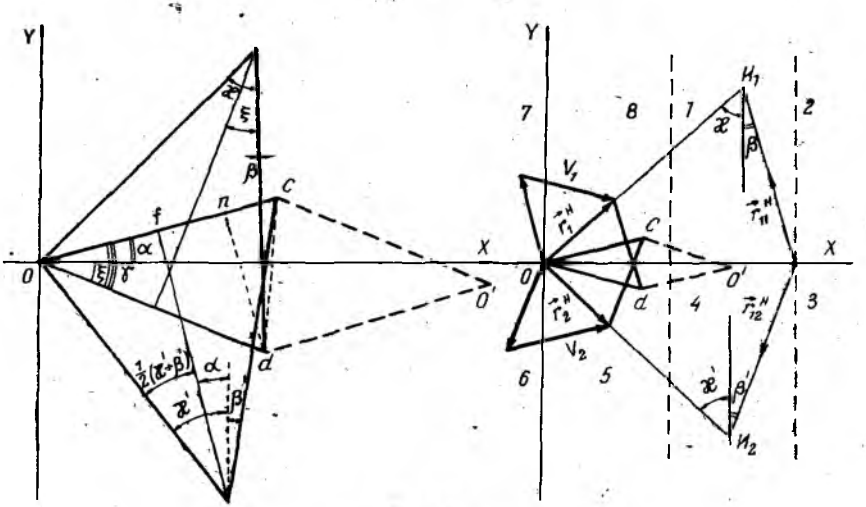


Рис. 2

Таким образом, полученная функция от четырех переменных $S_{\text{п}}(\varkappa, \beta, \varkappa', \beta')$, заданная на области Ω в четырехмерном пространстве, описывается условиями

$$\varkappa, \beta, \varkappa', \beta' \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad \varkappa > \beta, \ \varkappa' > \beta'.$$

Для нахождения экстремума функции $S_{\text{п}}$ в области Ω зафикисируем параметры $\varkappa'$, β' и найдем максимум

$$S_{\text{пм}}(\varkappa', \beta') = \max_{\substack{0<\varkappa,\beta<\pi/2 \\ \varkappa>\beta}} S_{\text{п}}(\varkappa, \beta, \varkappa', \beta').$$

Затем аналогичным путем найдем максимум

$$S_{\text{ппм}} = \max_{\substack{0<\varkappa',\beta'<\pi/2 \\ \varkappa'>\beta'}} S_{\text{п}}(\varkappa', \beta').$$

Из формулы

$$S_{\text{п}} = 4\sin\frac{1}{2}(\varkappa'+\beta')\sin\frac{1}{2}(\varkappa+\beta)\sin\frac{1}{2}[\Delta+(\varkappa-\beta)],$$

где $\Delta = \varkappa' - \beta'$, следует, что плоскость $\varkappa o \beta$ прямыми

$$\varkappa + \beta = 2\pi k, \quad \varkappa - \beta + \Delta = 2\pi n; \quad k, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

разбивается на прямоугольники, внутри которых функция $S_п$ знакопостоянна, в центре каждого прямоугольника имеет экст-

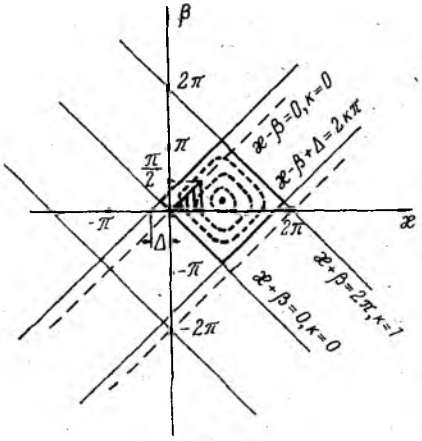
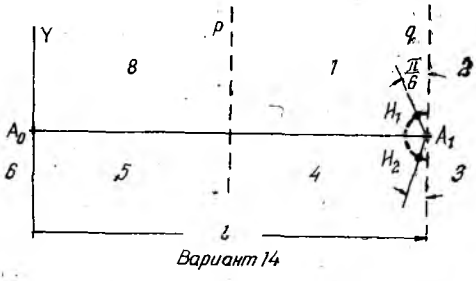


Рис. 3



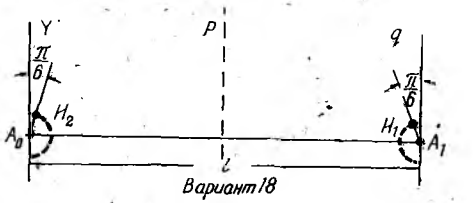


Рис. 4

ремум, а на его границе равна нулю. Один из таких прямоугольников вместе с треугольником, внутри которого могут принимать какие-либо значения углы $\varkappa$, β, показан на рис. 3. Там же показаны линии уровней функции $S_п(\varkappa, \beta, \varkappa', \beta')$ при $\varkappa', \beta' =$ $=$const. Из рис. 3 ясно, что $S_п$ принимает экстремум в некоторой точке катета треугольника параллельного оси β. Из уравнения

$$\left.\frac{\partial S_п}{\partial \beta}\right|_{\varkappa=\pi/2} = 0$$

находим координату $\beta_0 = \frac{\Delta}{2}$, при которой $S_п$ принимает максимальное значение:

$$S_{пм} = 2\left[1 + \sin\frac{1}{2}(\varkappa' - \beta')\right]\sin\frac{1}{2}(\varkappa' + \beta').$$

Изучая, как и ранее, поведение этой функции над плоскостью $\varkappa' o \beta'$, получим искомый максимум $S_{пмм} = \frac{1}{2} 3\sqrt{3}$ в точке $\varkappa' =$ $= \pi/2$, $\beta' = \pi/6$, чему соответствует $\beta_0 = \pi/6$.

В таблице представлены результаты вычислений $S_{\text{пмм}}$ для всех основных комбинаций зон расположения реперных источников. Из них следует, что наибольшее значение площади $S_{\text{п}}$ получается в случаях 14, 18.

Показатели	Комбинации зон											
	12	13	14	15	16	17	18	23	24	25	26	27
$S_{\text{пмм}}$	$\sqrt{2}+1$	$\sqrt{2}+1$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	2	$\sqrt{2}+1$	2	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	2	$\sqrt{2}+1$	2	0,5	2
$\varkappa$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
β	0	$\pi/4$	$\pi/6$	0	0	0	$\pi/6$	0	0	0	$\pi/6$	0
$\varkappa'$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/4$	0	$\pi/6$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0
β'	$\pi/4$	0	$\pi/6$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$

Используя приведенные в таблице значения оптимальных углов $\varkappa$, β, $\varkappa'$, β', легко установить местоположение источников $И_1$, $И_2$. Во всех случаях координаты b_1, $b_2=0$. Значения координат a_1, a_2 различны для вариантов зон. В наиболее важных случаях 14, 18 местоположение источников $И_1$, $И_2$ совпадает с местоположением антенн, что недопустимо согласно предположению 1, ограничивающему снизу расстояние от источника до антенн.

Для установления оптимального расположения реперов $И_1$, $И_2$, с учетом ограничения 1, проведем окружности минимального радиуса и будем искать оптимум на них.

Рассмотрим подробно вариант 18, при котором источник $И_1$ должен располагаться на дуге (S_1^0, S_2^0) окружности с центром в точке A_0, а источник $И_2$ — на дуге (S_1', S_2') окружности с центром в точке A_1. Радиусы окружностей малы по сравнению с расстоянием l между антеннами A_0, A_1. При перемещении $И_1$, $И_2$ по указанным дугам углы $\varkappa$, β' останутся близкими к оптимальным: $\varkappa=\beta'=\pi/2$. Следовательно, остается найти положения источников $И_1$, $И_2$ на соответствующих дугах, при которых углы β, $\varkappa'$ принимают значения, близкие к приведенным в таблице оптимальным значениям $\beta=\varkappa'=\pi/6$.

На рис. 4 представлены оптимальные расположения реперов $И_1$, $И_2$ для наилучших вариантов, полученных по описанной методике. В каждом из них определитель системы (1)

$$\det A = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Отметим следующее. Так как радиусы рассмотренных окружностей фиксированы, для получения наименьшего отклонения углов $\varkappa$, $\varkappa'$, β, β' от оптимальных, указанных в таблице, нужно иметь возможно большее расстояние l между антенна-

ми A_0, A_1. Этим обосновывается выбор в качестве антенн A_0, A_1 наиболее удаленных друг от друга двух антенн юстируемого антенного поля.

Список литературы: 1. *Космические* траекторные измерения. Радиотехнические методы измерений и математическая обработка данных/Под общ. ред. Агаджанова П. А., Дулевича В. Е., Коростылева А. А. М., 1969. 504 с. 2. *Красников В. Н., Овчаренко О. В.* Об эффективной системе линейных уравнений для радиоюстировки//Радиотехника. 1986. Вып. 79. С. 55—59. 3. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М., 1978. 576 с.

Поступила в редколлегию 18.11.85.

УДК 621.396

К. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук, *С. Н. БОЙКО*

СИММЕТРИЧНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ СПИРАЛИ НА ГИРОТРОПНОЙ ПОДЛОЖКЕ С ЭКРАНОМ

Расширение функциональных возможностей приборов СВЧ можно осуществлять путем усложнения структуры этих устройств. Так, для получения однонаправленного излучения плоских спиральных антенн с одной ее стороны располагают экран-резонатор, заполненный диэлектриком [1]. В работе [2] решена задача о симметричном возбуждении такой системы. Представляет интерес изучить симметричное возбуждение плоской спирали, когда в качестве экранированной подложки используется гиротропная среда — феррит.

Исследуемая система состоит из спирали с углом намотки $u=\operatorname{ctg}\psi$, расположенной в плоскости $z=0$ цилиндрической системы координат ρ, φ, z, и идеально проводящего экрана при $z=-a$. Пространство между экраном и спиралью заполнено намагниченным до насыщения ферритом. Постоянное магнитное поле H_0 направлено вдоль оси z. Спираль аппроксимируется бесконечной анизотропно проводящей плоскостью, источник возбуждения — кольцом δ-генераторов радиуса ρ_0 с полем $E=E_0\delta(\rho-\rho_0)$. Зависимость от времени взята в виде $e_{i\omega t}$. Используется гауссова система единиц.

Для решения задачи система разбивается на две частичные области: $0<z<\infty$, $\varepsilon=\mu=1$; $-a<z<0$, $\varepsilon=1$, $\hat{\mu}$. Поля в первой области выражаются через электрический Π_e^I и магнитный Π_m^I векторы Герца, взятые в виде разложения в интегралы Фурье—Бесселя [3]

$$\Pi_{e,m}^I=\int_0^\infty \begin{Bmatrix} B_{e1}(\gamma) \\ B_{m1}(\gamma) \end{Bmatrix} J_0(\gamma\rho)\, e^{-pz}\gamma\, d\gamma, \qquad (1)$$