К ВОПРОСУ АНАЛИЗА КРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТОЙ ОТ ВРЕДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Боцман А.С.
Научные руководители: доц. Наумейко И.В., проф. Сова А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина,14, каф. ВМ, тел. (057) 70-21-335)
E-mail: igor.naumejko@mail.ru, факс (057) 702-11-13

Another model of the dynamic system which reduces a detrimental factor at a reasonable price is worked out.

В развитие [1] рассматривается модель динамической системы, описывающей ситуацию, когда основная подсистема «производит» вредный фактор, а вторая подсистема – защита – пытается его уменьшить абсолютно, или за приемлемую цену. Как эмпирическая базовая модель – основа для модификации – взята система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая основные законы конкуренции. В [1] основные свойства модели сформулированы в виде аксиом (естественных положений) об авто- и взаимной куммулятивности.

Защита $z(t)>0$ может управляться программно или адаптивно – в зависимости от величины приведенной интенсивности вредного фактора $u(t)$. Стоимость защиты $C=C(z)$ естественно считать монотонно растущей неотрицательной функцией. Ниже предлагаются следующие модификации моделей 1 и 2 из [1].

Вредное воздействие можно записать, в первом приближении, в виде интеграла дозы $U=\int_0^T u(t)dt$. Достаточно общий случай системы дифференциальных уравнений, которая описывает поведение системы, имеет вид:

$$\begin{cases} u'(t) = \alpha u(t) - \beta z u(t) \\ z'(t) = F(u(t), z(t)) \end{cases}, \qquad (1)$$

при ограничениях $u \ge 0, z \ge z_0$ (z_0 – стационарная защита).

Функция $F(u, z)$ может принимать вид:

1) $F(u(t), z(t)) = \gamma u(t)$;

2) $F(u, z) = \gamma u - \delta z$;

3) $F(u, z) = \gamma_1 u + \gamma_2 u^2 - \delta_1 z - \delta_2 z^2$.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) не всегда возможно найти аналитически. Поэтому для нахождения функций защиты и вредного воздействия используются численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Система (1) исследована на устойчивость при различных значениях параметров подсистемы защиты (α, β, γ).

Модель 3

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} u' = \alpha u(t) - \beta z(t) u(t) \\ z' = \gamma_1 u(t) + \gamma_2 u^2(t) - \delta_1 z(t) - \delta_2 z^2(t) \end{cases}. \quad (2)$$

Она не имеет решения в общем виде. Функции *z(t)* и *u(t)* представлены в решении в виде интерполяционных таблиц, т.е. в пакете Mathematica получено численное решение системы (2).

Три ее стационарные точки

$$(-\frac{\delta_1}{\delta_2},0),\ (0,0),\ (\frac{\alpha}{\beta},\frac{-\beta^2\gamma_1}{2\beta^2\gamma_2} \pm \frac{\beta\sqrt{\beta^2\gamma_1^{\,2} + 4\alpha\beta\gamma_2\delta_1 + 4\alpha^2\gamma_2\delta_2}}{2\beta^2\gamma_2})$$

найдем аналитически, приравняв левые части к 0.

$$\begin{cases} 0 = \alpha u - \beta z u \\ 0 = \gamma_1 u + \gamma_2 u^2 - \delta_1 z - \delta_2 z^2 \end{cases}. \quad (3)$$

Изобразим фазовый портрет системы (2), взяв $\alpha = 0.6, \beta = 0.3, \gamma_1 = 6, \gamma_2 = 10,\ \delta_1 = 2, \delta 2 = 0.1,\ z_0 = 12,\ C_0 = 1200$.

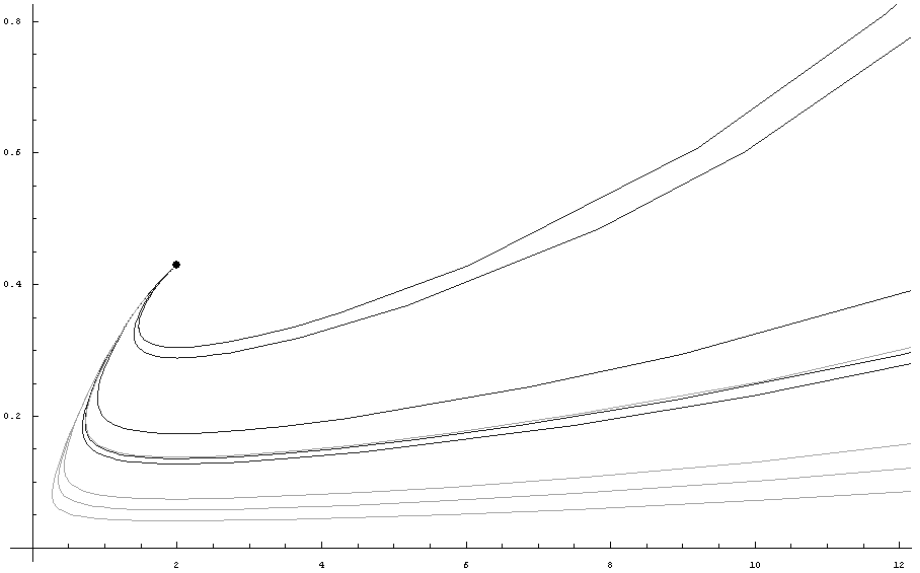

Рисунок - Фазовый портрет системы (2)

Как видно из фазового портрета система стремится к состоянию $z = 2, u = 0.428$. Интервал времени, за которое она стремится к устойчивому состоянию $t = 5$ является приемлемым для нашего случая. Более того, есть возможность уменьшить затраты на стационарную защиту. Поэтому можно изменить уровень воздействия защиты (в сторону уменьшения).

1. Наумейко, И.В. К расчету марковской модели эргатической системы [Текст] / И. В. Наумейко, А.В. Сова //Сб Науч.Труд. 5-Й Юбилейной Международной Научной конференции "ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ БАЗА НАНОЭЛЕКТРОНИКИ" Харьков-Крым, 2012. С. 236-239