

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ САМОНАСТРАИВАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ С КОРРЕЛЯТОРОМ

В. П. Теплов

Киев

Одной из основных тенденций в системах автоматического управления является использование цифровых вычислительных устройств. Применение этих устройств обусловлено способностью обеспечить наиболее полное преобразование информации с малыми затратами мощности при достаточно высоком быстродействии. Наиболее удачным видом автоматического управления является сочетание непрерывно действующих в реальном масштабе времени устройств с дискретными устройствами преобразования информации. При этом возникает задача согласования и выбора параметров дискретных устройств в соответствии с динамикой непрерывных.

В статье рассматривается самонастраивающаяся система с дискретным коррелятором. На рис. 1 представлена блок-схема самонастраивающейся системы. Если система описывается линейными дифференциальными уравнениями и на ее вход воздействует стационарный эргодический случайный процесс, то для оценки динамики системы может быть взята импульсная переходная функция, вычисление которой производится по известному соотношению из [1, 2]:

$$K_{xy}(\tau) = T \sum_{i=0}^N g(iT) K_{yy}(\tau - iT), \quad (1)$$

где $K_{yy}(\tau)$ — автокорреляционная функция входного процесса $y(t)$;

$K_{xy}(\tau)$ — взаимная корреляционная функция между входным $y(t)$ и выходным $x(t)$ сигналами;

$g(t)$ — искомая импульсная переходная функция.

По известным $K_{xy}(\tau)$ и $K_{yy}(\tau)$ с помощью вычислительных устройств (цифровой матрицы или дискретного настраиваемого фильтра) находим импульсную переходную функцию $g(t)$, на основании оценки которой вырабатывается сигнал для настройки параметров изменяемой части регулятора в соответствии с выбранным показателем качества (критерием самонастройки).

В основу определения корреляционных функций положены соотношения из [2, 3]:

$$\begin{aligned} K_{yy}(\tau) &\cong \frac{1}{T} \int_0^T y(t) y(t + \tau) dt, \\ K_{xy}(\tau) &\cong \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \end{aligned} \quad (2)$$

или в дискретном варианте:

$$K_{yy}(\tau) \cong K_{yy}(\mu\Delta) \approx \frac{1}{N-\mu+1} \sum_{v=0}^{N-\mu} y(v\Delta) y[(\mu+v)\Delta]$$

$$K_{xy}(\tau) \cong K_{xy}(\mu\Delta) \approx \frac{1}{N-\mu+1} \sum_{v=0}^{N-\mu} x(v\Delta) y[(\mu+v)\Delta], \quad (3)$$

где $t = v\Delta$, $v = 0, 1, 2, 3, \dots$
 $\tau = \mu\Delta$, $\mu = 0, 1, 2, \dots$

$$T = N\Delta,$$

Δ — шаг интегрирования.

Эти соотношения реализуются с помощью дискретных корреляторов, которые выполнены в виде отдельных блоков. Блоки работают

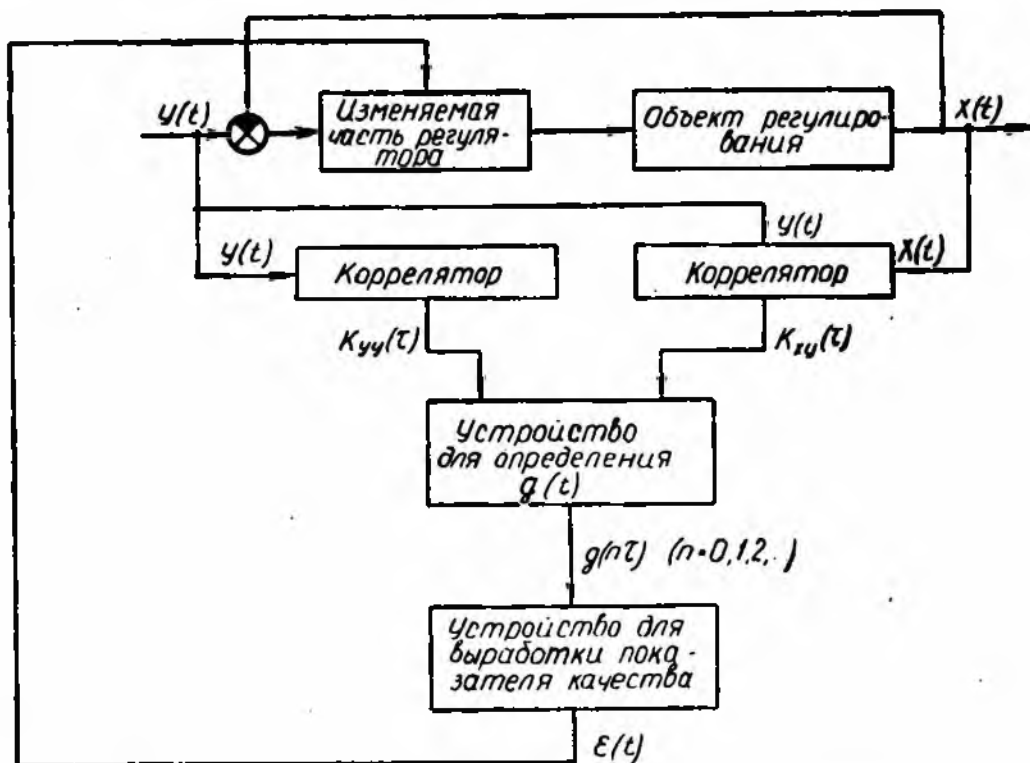


Рис. 1. Блок-схема самонастраивающейся системы с коррелятором.

параллельно и сразу выдают значение корреляционных функций за определенный промежуток времени, равный $n\tau$. Значение τ может быть выбрано равномерным, т. е. в каждом блоке кратным значению первого блока. Секционное построение коррелятора позволяет легко перейти к конструкции на любое число точек корреляционной функции.

Принципиальная электрическая схема одного из блоков коррелятора приведена на рис. 2, а временная диаграмма, поясняющая работу схемы, — на рис. 3. Номера позиций диаграммы соответствуют номерам элементов на рис. 2.

Блок-генератор 1 вырабатывает импульсы с заданной частотой Θ , которые поступают для запуска всего блока. Первый импульс блок-генератора в момент времени t_1 пропускает амплитудное значение входного сигнала в управляющую обмотку трансформатора 2 ω_1 , где и происходит его запоминание. Кроме того, этим же импульсом запускается ждущий мультивибратор, который формирует импульс длительностью τ . Величина τ определяется сопротивлением R_{16} и емкостью C_8 . В момент времени $t_1 + \tau$ открывается триод P_8 и входной сигнал

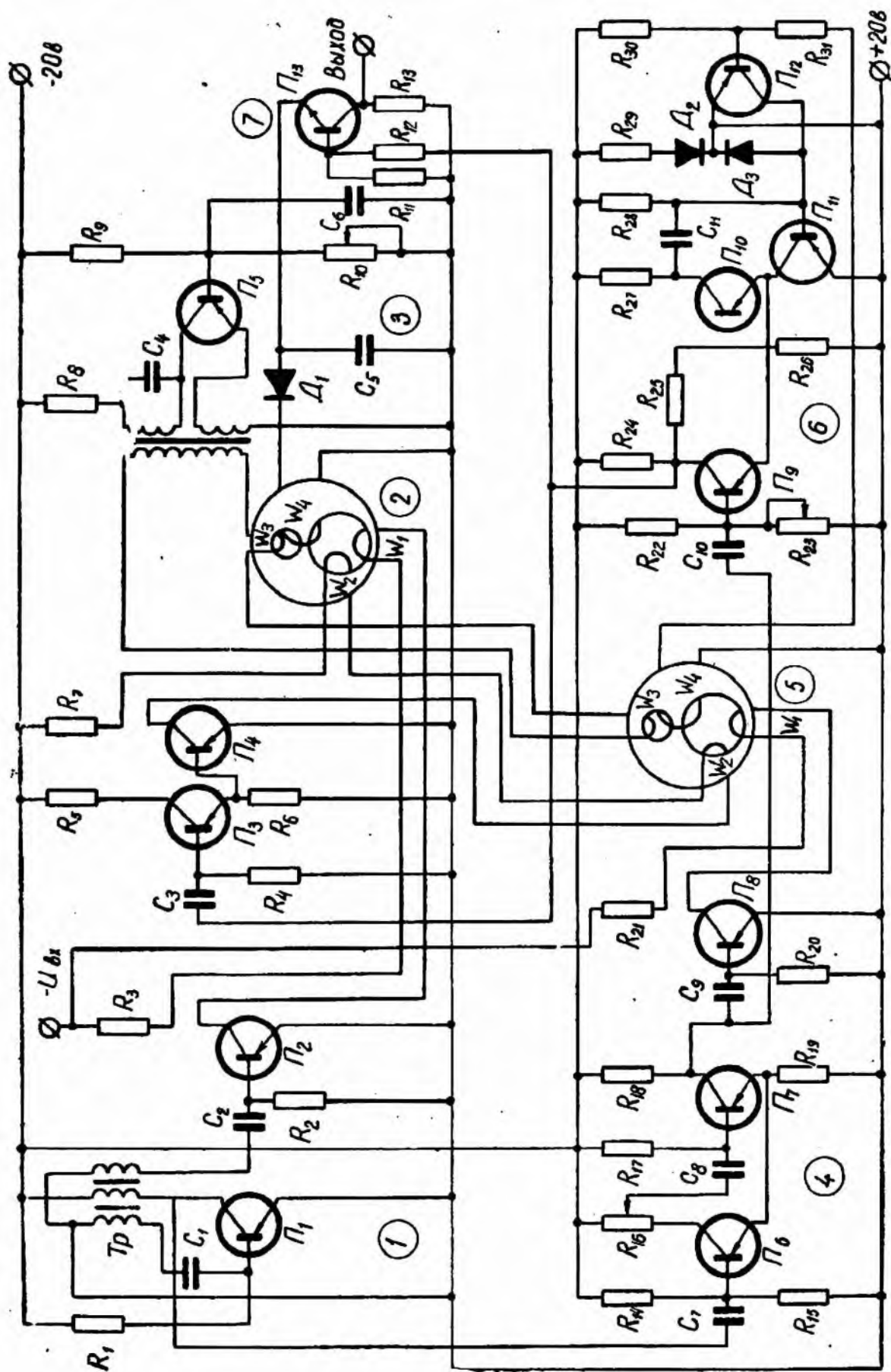


Рис. 2. Принципиальная электрическая схема коррелятора.

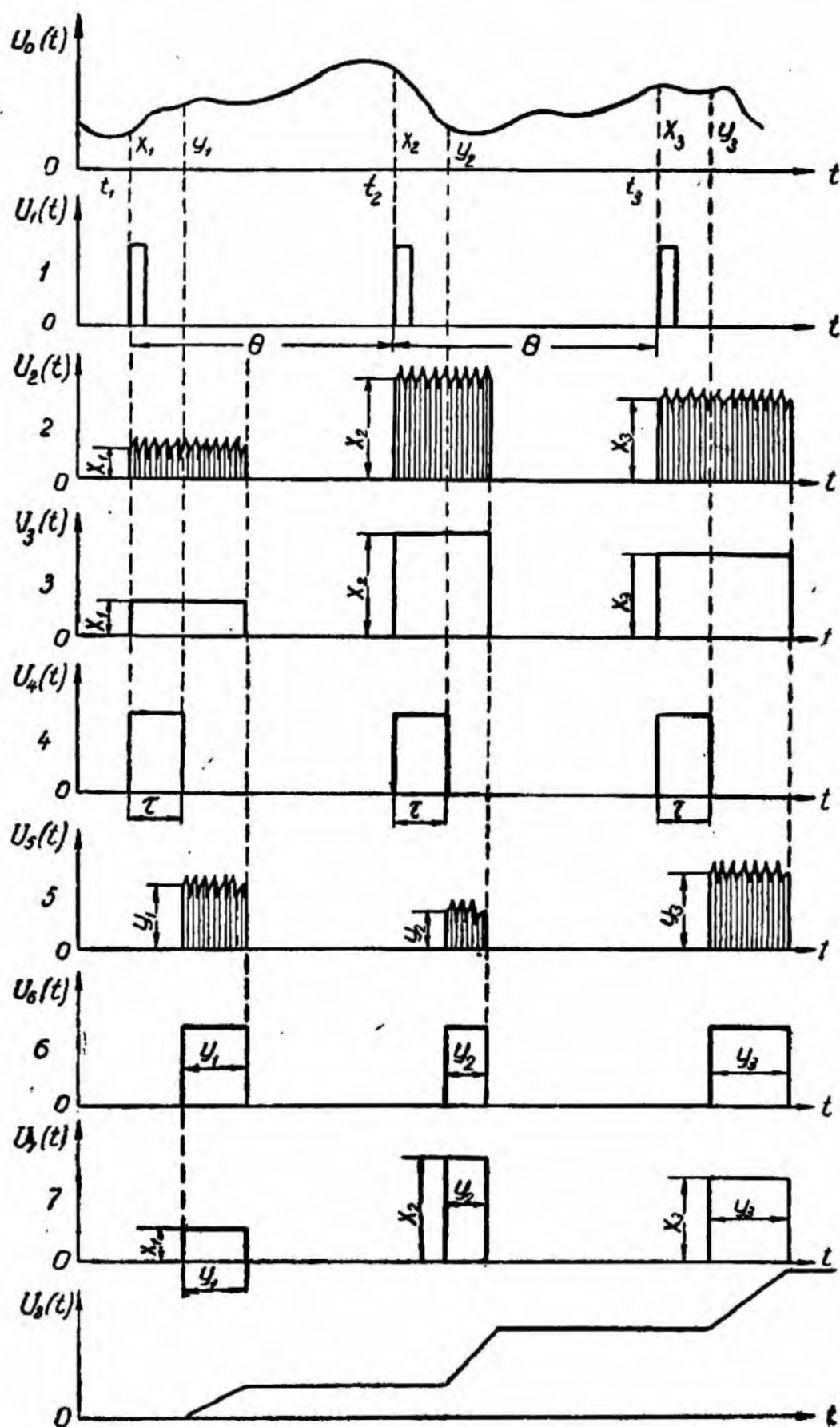


Рис. 3. Временная диаграмма прохождения сигналов через коррелятор.

поступает в управляющую обмотку w_1 трансфлюксора 5. Осуществляется запоминание амплитудного значения входного сигнала в момент времени $t_1 + \tau$.

Импульсом с выхода ждущего мультивибратора в момент времени $t_1 + \tau$ запускается фантастрон 6. Возбуждающие обмотки w_3 трансфлюксоров 2 и 5 питаются от генератора 3. В результате в выходных обмотках w_4 наводится э. д. с., пропорциональная соответственно значениям входного сигнала в моменты времени t_1 и $t_1 + \tau$. Выпрямленная диодом D_1 э. д. с. подается для питания выходного триода Π_{13} , а выпрямленная триодом Π_{12} э. д. с. с трансфлюксора 5 поступает на управляющий вход фантастрона, в результате чего осуществляется временная модуляция входного сигнала в момент времени $t_1 + \tau$.

Так как сигнал с фантастрона подается на базу выходного триода Π_{13} , выполняющего функцию умножения 7, то сигнал на выходе всего блока имеет вид импульса прямоугольной формы, высота которого пропорциональна значению входного сигнала в момент t_1 , а ширина — значению входного сигнала в момент $t_1 + \tau$.

Таким образом, площадь импульса пропорциональна подынтегральному значению корреляционной функции (2).

Задний фронт импульса фантастрона через триоды Π_3 и Π_4 закрывают трансфлюксоры по обмоткам w_2 , в результате чего схема подготавливается для поступления нового значения входного сигнала в момент времени t_2 .

Импульсы коррелятора, различные по площади, при случайном входном сигнале несут также случайный характер, поэтому дальнейшей операцией коррелятора является осреднение импульсов за заданный промежуток времени T . Величина T выбирается кратной периоду блокинг-генератора Θ и задается временным реле. Осреднение можно осуществить либо с помощью интегратора, выполненного на операционном усилителе, либо с помощью цифрового сумматора, предварительно преобразовав импульсы коррелятора в цифровой код.

Дискретные значения корреляционных функций поступают на устройство для вычисления импульсной переходной функции.

При синтезе самонастраивающихся систем, использующих корреляционные методы оценки динамики систем автоматического управления, важное место занимает правильный выбор основных параметров коррелятора. Работа коррелятора характеризуется следующими параметрами: минимально необходимым количеством точек n корреляционной функции на интервале nt , временем корреляции τ , временем осреднения T и шагом интегрирования Δ . При определении этих параметров будем исходить из динамических свойств системы управления и точности, с которой необходимо определить корреляционные функции $K_{yy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau)$.

Располагая заранее некоторыми сведениями о работе исследуемого объекта (например, возможным диапазоном изменения его параметров) и предполагая, что стационарные случайные процессы на входе и выходе центрированы, можно определить рабочий диапазон частот, который ляжет в основу расчета основных параметров коррелятора.

1. Определение минимально необходимого количества точек корреляционных функций

Минимально необходимое количество точек n корреляционных функций $K_{yy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau)$ позволяет определить число ординат импульсной переходной функции на интервале $0 - nt$. Если импульсная пере-

ходная функция $g(t)$ не содержит составляющих частоты выше $F_{гц}$, то, согласно теореме Котельникова, она полностью определяется своими ординатами в моменты, отстающие друг от друга на $\frac{1}{2F}$ секунд.

Таким образом, определив число ординат импульсной переходной функции $g(t)$, мы тем самым найдем минимально необходимое число точек корреляционных функций $K_{yy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau)$, т. е. число блоков коррелятора.

Покажем, как можно определить количество ординат n импульсной переходной функции $g(t)$ системы.

Допустим, что объект представляет собой систему с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{R(p)}{Q(p)}. \quad (4)$$

Импульсная переходная функция равна обратному преобразованию Лапласа:

$$g(t) = L^{-1}[W(p)]. \quad (5)$$

Условимся считать, что объект не пропускает сигналы с частотами $\omega \geq \omega_m$, если эти сигналы ослабляются им более, чем в λ раз по сравнению с сигналами, взятыми при частоте ω_p , причем за частоту ω_p принимается частота сигнала, при которой комплексный коэффициент усиления имеет максимальное значение.

Отсюда условиями для определения этой частоты будут:

$$\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 0, \quad \frac{d^2A(\omega)}{d\omega^2} < 0, \quad (6)$$

где

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)},$$

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega).$$

Из условий (6) находим ω_p и, подставляя его значение в выражение для модуля комплексного коэффициента усиления, находим:

$$A(\omega_p) = A_{\max}. \quad (7)$$

Для определения максимальной частоты, которую еще пропускает объект, имеем уравнение

$$[A(\omega_m)]^2 = \left(\frac{A_{\max}}{\lambda}\right)^2. \quad (8)$$

Точно так же условимся, что сигнал на выходе объекта равен нулю, если его величина в λ раз меньше $A_{\max}$. Тогда величину памяти системы t_n определяем из уравнения

$$\frac{A_{\max}}{\lambda} = |g(t_n)|. \quad (9)$$

Зная t_n и ω_m , нетрудно вычислить минимально необходимое число ординат n импульсной переходной функции по формуле

$$n = \frac{t_n}{1/2F_N} + 1 = \frac{t_n \omega_m}{\pi} + 1. \quad (10)$$

Величину λ можно трактовать как число уровней сигнала. Число возможных уровней сигнала обычно определяют как отношение мощности сигнала к мощности шума.

Определим минимально необходимое количество ординат $g(t)$ для объекта с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (11)$$

Импульсная переходная функция такого звена равна:

$$g(t) = ke^{-\frac{t}{T}}. \quad (12)$$

Очевидно, что $\omega_p = 0$ и $A(0) = k$. Задавшись ослаблением λ , определяем максимальную частоту сигнала, которую пропускает объект:

$$[A(\omega_m)]^2 = \left(\frac{k}{\lambda}\right)^2.$$

После несложных преобразований, полагая $T\omega \gg 1$, получаем:

$$\omega_m = \frac{\lambda}{T}. \quad (13)$$

Уравнение для определения величины t_n имеет вид:

$$\frac{k}{\lambda} = ke^{-\frac{t_n}{T}}.$$

Отсюда

$$t_n = T \ln \lambda. \quad (14)$$

Подставляя значения ω_m и t_n из (13) и (14) в выражение (10), получим, что для полного описания импульсной переходной функции необходимо

$$n = \frac{\lambda \ln \lambda}{\pi} + 1 \quad (15)$$

ординат.

Рассмотрим теперь случай с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}. \quad (16)$$

Импульсная переходная функция такого звена равна:

$$g(t) = L^{-1}[W(p)] = \frac{k}{T \sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T} t} \sin \frac{1}{T} \sqrt{1-\xi^2} t. \quad (17)$$

Комплексный коэффициент усиления имеет следующий вид:

$$W(j\omega) = \frac{k(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2} - j \frac{2\xi T k \omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}. \quad (18)$$

Отсюда формула амплитудно-частотной характеристики имеет вид:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}}. \quad (19)$$

Определяем ω_p из условия

$$\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 0.$$

Отсюда корни равны:

$$\omega_{p1} = 0, \quad \omega_{p2,3} = \pm \sqrt{\frac{1-2\xi^2}{T^2}}. \quad (20)$$

Поскольку нас интересуют только положительные вещественные корни, то ограничимся $\omega_{p1} = 0$, если $\xi > 0,707$, и $\omega_{p1} = \frac{\sqrt{1-2\xi^2}}{T}$, если $\xi < 0,707$. Это нетрудно показать из выражения для второй производной:

$$\frac{d^2 A(\omega)}{d\omega^2} < 0. \quad (21)$$

Подставляя значение корней в выражение (19), определяем:

$$A_{\max} = A(\omega_p) = \frac{k}{2\xi \sqrt{1-\xi^2}}, \quad (\xi < 0,707). \quad (22)$$

$$A_{\max} = A(\omega_p) = k, \quad (\xi > 0,707). \quad (23)$$

Уравнение для определения максимальных частот имеет вид

$$[A(\omega_m)]^2 = \frac{A_{\max}^2}{\lambda^2}. \quad (24)$$

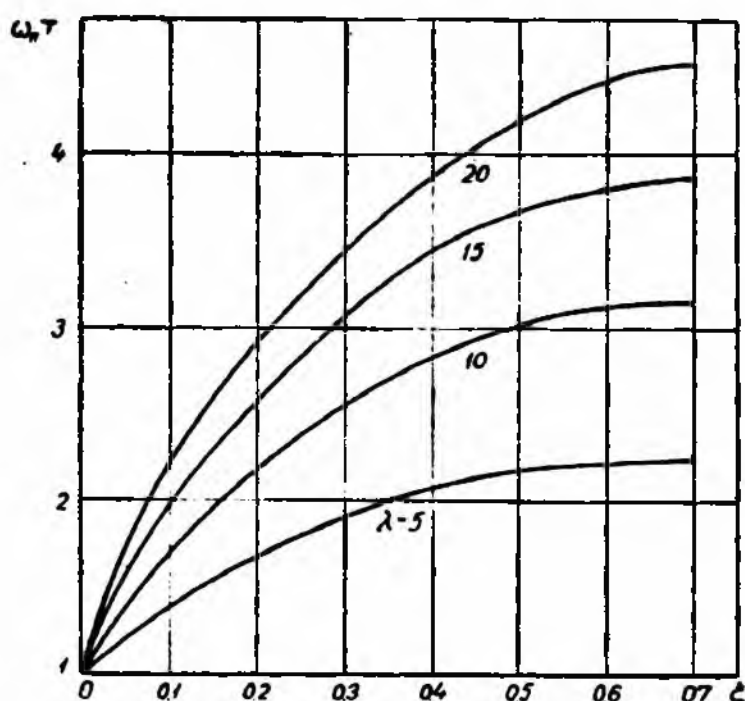


Рис. 4. Кривые изменения максимальных частот ω_m для объектов, описывающихся уравнением второго порядка.

Решая уравнение (24), находим выражения для максимальных частот в общем виде:

$$\omega_m = \frac{1}{T} \sqrt{(1 - 2\xi^2) + \sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4\xi^2(1 - \xi^2)\lambda^2 - 1}}, \quad (\xi < 0,707) \quad (25)$$

$$\omega_m = \frac{1}{T} \sqrt{(1 - 2\xi^2) + \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + (\lambda^2 - 1)}}, \quad (\xi > 0,707) \quad (26)$$

Для вычисления числа ординат импульсной переходной функции необходимо определить еще время t_n .

На основании (9) с учетом (17), (22) и (23) составляем уравнения:

$$\frac{1}{2\xi\lambda} = \frac{1}{T} e^{-\xi \frac{t_n}{T}} \sin \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2} t_n, \quad (\xi < 0,707) \quad (27)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{T \sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \frac{t_n}{T}} \sin \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2} t_n, \quad (\xi > 0,707). \quad (28)$$

Для облегчения расчетов на основании формул (25)–(28) были построены номограммы для различных значений параметров T , ξ и λ . Часть из этих номограмм приведена на рис. 4 и 5.

Задаваясь λ и определяя с помощью номограммы ω_m и $(t_n)_{\max}$, по формуле (10) находим минимально необходимое число ординат

импульсной переходной функции, а следовательно, и число точек корреляционных функций $K_{yy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau)$.

В случае, если динамика объекта или системы описывается дифференциальными уравнениями выше второго порядка, то вычисление числа ординат n импульсной переходной функции аналитическим путем требует очень трудоемких вычислительных работ. Особенно усложняются расчеты, если частотный спектр объекта имеет несколько собственных

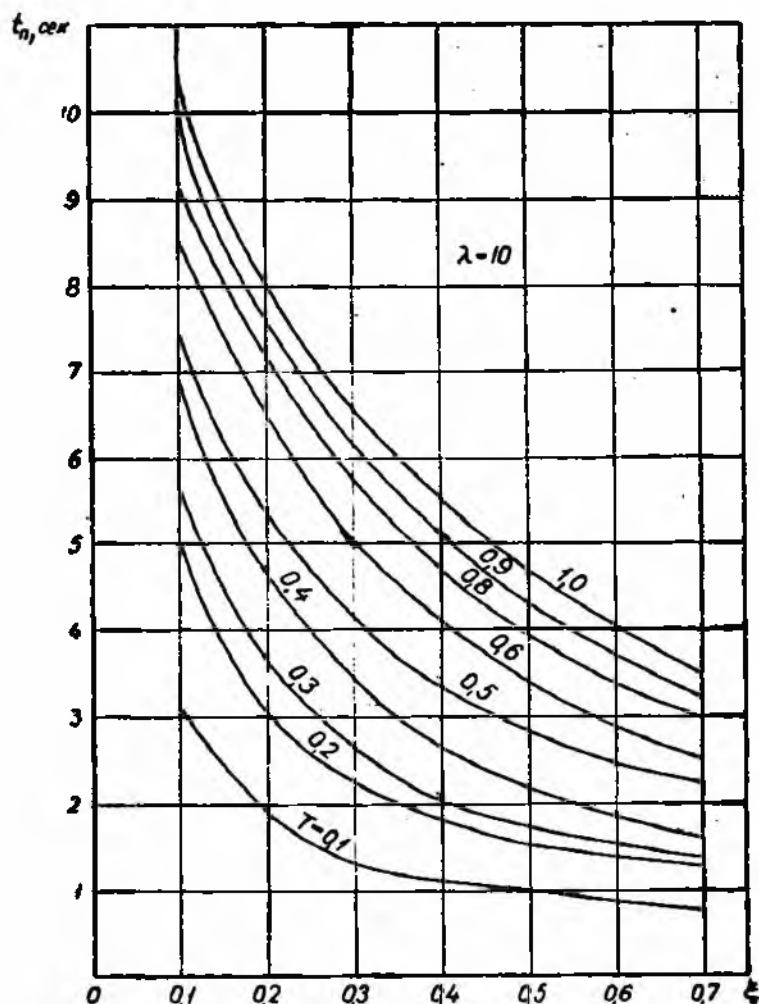


Рис. 5. Номограммы для определения времени памяти системы t_n .

частот (АЧХ имеет несколько ярко выраженных максимумов). Тогда для упрощения расчетов, если возможно, производят аппроксимацию уравнения объекта уравнением второго порядка и, воспользовавшись номограммами, приближенно вычисляют ω_m , t_n и n . Если же уравнение объекта или системы не позволяет произвести такую приближенную аппроксимацию, то в этом случае целесообразно воспользоваться вычислительными машинами. Например, для машин непрерывного действия может быть предложена следующая методика определения числа ординат $g(t)$. Пусть система (или объект) описывается уравнением

$$(p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) x(t) = (b_{n-m} p^m + b_{n-m+1} p^{m-1} + \dots + b_m) f(t). \quad (29)$$

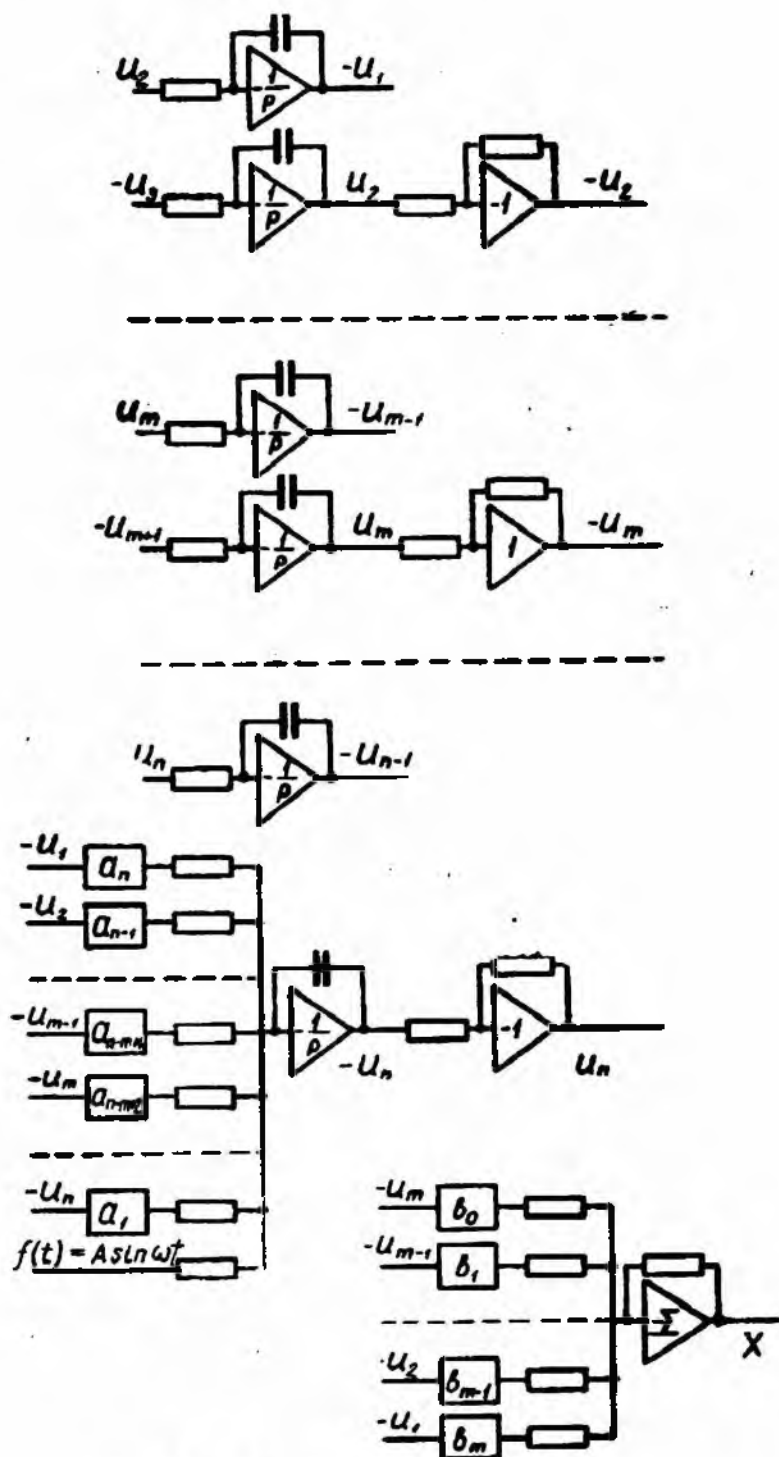


Рис. 6. Структурная схема модели.

Для определения ω_m и $A(\omega)_{\max}$ необходимо составить модель для снятия АЧХ.

С этой целью производим замену в уравнении (29):

$$x(t) = (b_{n-m}p^m + b_{n-m+1}p^{m-1} + \dots + b_n)u(t) \quad (30)$$

и получаем исходное уравнение для моделирования

$$(p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_n)u(t) = f(t). \quad (31)$$

На основании (31) составлена структурная схема модели (рис. 6). Подаем в качестве возмущения гармонический сигнал:

$$f(t) = A \sin \omega t.$$

Отношение амплитуд $x(t)$ и $f(t)$ в диапазоне частот $0 < \omega < \infty$ позволяет определить АЧХ. Снимая АЧХ для различных режимов, находим ω_m и $A(\omega)_{\max}$.

Для определения t_n необходимо снять импульсную переходную функцию. В этом случае структурная схема модели систем не отличается от схемы, изображенной на рис. 6, при этом в качестве возмущения берется импульс, т. е.

$$f(t) = p.$$

Импульсная переходная функция $g(t)$ определяется для каждого режима. Время t_n определяется из условия

$$g_j(t_n) \leq \frac{A_j(\omega)_{\max}}{\lambda}, \quad (32)$$

где $g_j(t)$ — импульсная переходная функция для j -режима;

$A_j(\omega)_{\max}$ — максимальный модуль комплексного коэффициента усиления для j -режима.

По t_{nj} и ω_{mj} определяем n по формуле (10) для каждого режима и выбираем максимальное.

2. Определение времени корреляции τ

Так как $g(t)$ полностью определяется ординатами, отстоящими друг от друга на $\frac{1}{2F_m}$ сек, то и точки корреляционных функций $K_{yy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau)$ также должны быть сдвинуты на тот же интервал времени, т. е.

$$\tau = \frac{1}{2F_m} = \frac{\pi}{\omega_m}. \quad (33)$$

3. Определение времени осреднения T

Располагая сведениями о возможных диапазонах изменения параметров объекта, находим рабочий диапазон частот. При определении времени осреднения (интервала интегрирования) интерес представляет только низшая частота спектра ω_n [2, 3]. Поэтому при определении T погрешность вычисления $K_{xy}(\tau)$ и $K_{yy}(\tau)$ в первом приближении можно оценивать по ошибке определения корреляционной функции для низшей гармоники спектра.

Зная низшую частоту спектра ω_n и допустимую ошибку $\delta\%$, имеем неравенство для грубой оценки T [2]:

$$T > \frac{100}{\omega_n \delta}. \quad (34)$$

Определяя t_n , мы уже задались нашим диапазоном частот. Поэтому

$$t_n \geq \frac{2\pi}{\omega_n}. \quad (35)$$

Подставляя значение ω_n , найденное из (35), в выражение (34), окончательно получаем:

$$T \geq \frac{100t_n}{2\pi\delta}. \quad (36)$$

Например, задаваясь $\delta = 2\%$, находим:

$$T \approx 10t_n.$$

Окончательно T уточняется в процессе вычисления корреляционной функции для различных режимов работы объекта.

4. Выбор шага интегрирования Δ

Если вычислить корреляционную функцию синусоиды $y(t) = \sin t$ при различных Δ , то с достаточной для практики точностью можно ограничиться шагом

$$\Delta < \frac{\pi}{10}. \quad (37)$$

Таким образом, шаг интегрирования Δ может быть определен следующим образом. Определив максимальную частоту спектра ω_m , находим шаг по формуле

$$\Delta = \frac{\pi}{10\omega_m}. \quad (38)$$

Шаг можно определить также по записи случайного процесса, причем выбор его производится таким образом, чтобы функция мало изменялась на протяжении интервала Δ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», М., 1963.
2. В. В. Солодовников, П. С. Матвеев и др. Вычислительная техника в применении для статистических исследований и расчетов систем автоматического управления. Машгиз, М., 1963.
3. В. В. Солодовников, А. С. Усков. Статистический анализ объектов регулирования. Машгиз, М., 1963.
4. П. И. Чинаев. Самонастраивающиеся системы. Машгиз, М., 1963.
5. П. И. Чинаев, Н. М. Чумаков. Теория автоматического регулирования. КВИАНУ ВВС, Киев, 1963.