ЕМПІРИЧНИЙ ЗАКОН ХЕРСТА ТА МЕТОД НОРМОВАНОГО РАЗМАХУ ДЛЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ, ПОВ'ЯЗАНИХ З ФІЗИЧНИМИ СИГНАЛАМИ ТА ПРОЦЕСАМИ

Чумак В.С.
Науковий керівник – ст. викладач Онищенко А.А.
Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харьков, пр. Науки,14, каф. фізики, тел. (057) 702-13-45)
e-mail: valeriia.chumak@nure.ua

Earlier, we examined some of the fractal measurements [1]. Many observations of natural processes lead to temporal dependencies. Time series measurements can be studied using the R / S method or the Hurst method. Such measurement sequences are characterized by the H indicator, the Hurst indicator. The measurement record is a curve of the fractal dimension D = 2 - N.

Необхідність здійснення ефективного аналізу й обробки нетрадиційних видів сигналів і процесів призводить як до використання вже існуючих методів, так і створення нових. Але необхідно відзначити, що всі ці методи докорінно не змінювали існуючої парадигми щодо аналізу й обробки сигналів і процесів.

Херст займався вивченням Нілу і вирішенням завдань, пов'язаних з накопиченням водних ресурсів. Він відкрив новий статистичний метод, метод нормованого розмаху (метод R / S). В якості введення в цей метод розглянемо оз. Альберт-приклад, наведений Херстом. На рис. 1 відкладені вимірювання річного стоку як функція часу.

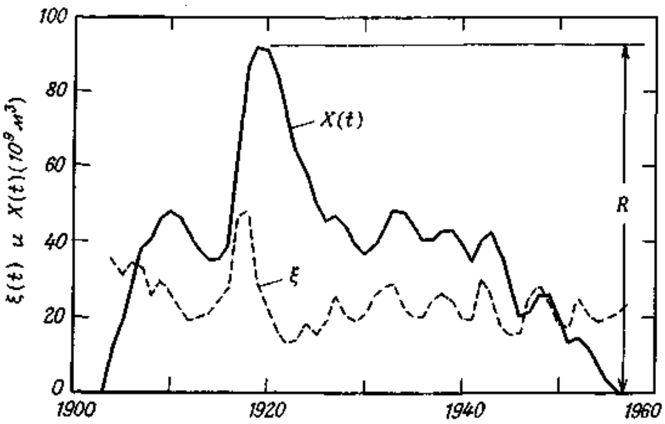

Рис.1 - Годовой сток оз. Альберт $\xi(t)$ (штриховая линия) и накопленное отклонение от среднего стока $x(t)$ (сплошная линия). Указан размах R.

Завдання полягає в тому, щоб знайти оптимальний обсяг резервуара по заданому набору вимірювань стоку води з озера. Оптимальний той резервуар, який ніколи не наповнюється і не порожніє. Вважається, що зміна об'єму підкорюється моделі узагальненого броунівського руху УБР, якщо приріст:

$$\Delta X = X(t_2) - X(t_1), \quad t_2 > t_1 \tag{1}$$

має гаусівський розподіл, що характеризується виразом:

$$F_{\Delta X}(x) = P(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t_2 - t_1)^H} \int_{-\infty}^{x} exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma(t_2 - t_1)^H}\right)^2\right) du \tag{2}$$

Дельта-дисперсія в моделі УБР дорівнює:

$$D[X(t_2) - X(t_1)] = \sigma^2 |t_2 - t_1|^{2H} \tag{3}$$

Параметр H, що входить у вирази (1) і (2), називається параметром Херста. Він може приймати будь які значення в діапозоні $0 < H < 1$. При $H = 1/2$ модель УБР співпадає з класичною моделлю броунівського руху. Показник Херста називають також коефіцієнтом Херста, експонентою Херста та R/S- показником [3].

Математичне очікування приросту (структурна функція першого порядку) визначається виразом:

$$\mathrm{E}[|X(t_2) - X(t_1)|] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma(t_2 - t_1)^H \tag{4}$$

Формула (3) допускає узагальнення на структурні функції порядку $q(q \in N)$. Використовуючи співвідношення (1), можна показати, що

$$\mathrm{E}[|X(t_2) - X(t_1)|^q] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma(t_2 - t_1)^{qH} \tag{5}$$

Прирости мають властивість статистичної самоподібності, яка математично виражається таким чином:

$$X(t + \Delta t) - X(t) = \frac{1}{r^H}(X(t + \Delta t) - X(t)) \tag{6}$$

для будь-якого $r > 0$.

В рамках моделі УБР показано, що фрактальна розмірність $D_H = 2 - H$. Видно, що при $H = 1/2$ ми отримуємо фрактальну розмірність класичного броунівського сигналу $D_H = 3/2$. На сьогодні існує декілька різних методів визначення показника Херста H .

В рамках роботи показано як за допомогою обчислення показника Херста можна визначити фрактальну розмірність залежності.

Перелік джерел посилань

1. Чумак В.С. Расчёт размерности регулярных фракталов в метрической зоне / Чумак В.С., Онищенко А.А. //23-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті». Зб. матеріалів форуму. Т. 2. – Харків: ХНУРЕ, 2019. – С. 105-106.
2. Кононюк А.Е. К213 Дискретно-непрерывная математика. (Поверхности). — В 12-и кн. Кн.6. ч.2.— К.:Освіта України. 2016.—618 с.
3. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.