УДК 621.396

*И. М. ЕФАНОВ, Н. П. ЖУК*, канд. физ.-мат. наук, *О. А. ТРЕТЬЯКОВ*, д-р физ.-мат. наук

# РАССЕЯНИЕ ВОЛН ПРОВОЛОЧНЫМ ВИБРАТОРОМ В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Решение задачи рассеяния волн электрически тонким проводником играет ключевую роль в теории антенн [1]. Известные аналитические результаты относятся к случаю, когда рассеиватель находится в безграничной однородной среде или в полом волноводе [1; 2]. Решим задачу рассеяния электромагнитных волн неизолированным проволочным вибратором, который расположен произвольным образом в однородном слое плоскослоистой среды.

Безграничная по $\vec{R} = (x, y, z)$ плоскослоистая среда заполняет трехмерное пространство и характеризуется параметрами $\varepsilon(z)$, $\mu(z)$. Последние представляют собой произвольные кусочно-непрерывные и в общем случае комплекснозначные ($\operatorname{Im}\varepsilon, \mu \geqslant 0$) функции вертикальной координаты $z$.

Погрузим в эту среду идеально проводящий вибратор, который имеет вид отрезка кругового цилиндра длиной $2l$ и диаметром $2a$. Пусть $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ — точки пересечения оси вращения цилиндра с торцами вибратора: $\vec{R}_c$ — его геометрический центр, $\vec{R}_i = \vec{r}_i + \vec{z}_0 z_i$ $(i = 0{,}1)$, $\vec{R}_c = (\vec{R}_1 + \vec{R}_2)/2 = \vec{r}_c + \vec{z}_0 z_c$, где $\vec{r} = (x, y, 0)$, $\vec{z}_0$ — орт оси $z$, $z_2 \geqslant z_1$. Обозначим через $\vec{s}_0$ орт вдоль оси вибратора, направленный от нижнего торца к верхнему, $\vec{n}_0$ — единичный вектор в направлении горизонтальной проекции $\vec{s}_0$, $\vec{s}_0 = (\vec{R}_2 - \vec{R}_1)/|\vec{R}_2 - \vec{R}_1|$, $\vec{n}_0 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$. Векторы $\vec{\varphi}_0 = \vec{z}_0 \times \vec{n}_0$, $\vec{\theta}_0 = \vec{s}_0 \times \vec{\varphi}_0$ и $\vec{s}_0$ образуют ортогональный базис с началом в $\vec{R}_c$. Далее удобно использовать прямоугольную декартову систему координат $u$, $v$, $s$ относительно этого базиса. Боковая поверхность $\sum$ вибратора задается в этих координатах условиями $u^2 + v^2 = a^2$, $-l < s < l$. Для произвольной точки $\vec{R} \equiv \vec{R}(x, y, z)$ далее подразумеваем соответствие $\vec{R} \equiv \vec{R}(u, v, s) = \vec{R}_c + \vec{\varphi}_0 u + \vec{\theta}_0 v + \vec{s}_0 s$.

Пусть $\vec{E}_0(\vec{R})$, $\vec{H}_0(\vec{R})$ — первичное электромагнитное поле, возбуждаемое сторонними монохроматическими ($e^{-i\omega t}$) источниками в слоистой среде в отсутствие вибратора. При наличии вибратора поле, создаваемое теми же источниками, есть сумма $\vec{E}_0+\vec{E}_s$, $\vec{H}_0+\vec{H}_s$ первичного и рассеянного полей. Последнее подчиняется уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}_s(\vec{R}) - ik_0c\mu(z)\vec{H}_s(\vec{R}) = 0, \nabla \times \vec{H}_s(\vec{R}) + ik_0\varepsilon(z)\vec{E}_s(\vec{R}) = 0, \quad (1)$$

вне области, занятой вибратором, удовлетворяет условию излучения в бесконечности и граничному условию $\vec{N}(\vec{R}) \times \vec{E}_s(\vec{R}) = -\vec{N}(\vec{R}) \times \times \vec{E}_0(\vec{R})$ на поверхности вибратора. Здесь $k_0 = \omega/c$, $c$ — скорость света в вакууме, $\vec{N}(\vec{R})$ — нормаль к поверхности вибратора. Условия непрерывности горизонтальных компонент поля на структурных границах раздела среды ($z = \mathrm{const}$) «встроены» в уравнения (1) и далее не упоминаются.

В рамках тонкопроволочного приближения [1], справедливого при $a \ll l$, $\lambda$ ($\lambda$ — характерный масштаб пространственного изменения поля в среде), решение поставленной задачи ищем в виде поля, порожденного некоторым током $I(s)$, текущим вдоль оси вибратора. Привлекая аппарат полевых функций Грина в плоскослоистой среде [4], имеем

$$\begin{gathered}\vec{E}_s(\vec{R}) = [4\pi/ik_0c\varepsilon(z)]\,[k^2(z) + \varepsilon(z)\nabla\varepsilon^{-1}(z)\nabla] \cdot \int_{-l}^{l} \vec{f}(\vec{R}, s')\,I(s')\,ds'; \\ \vec{H}_s(\vec{R}) = -[4\pi/c\mu(z)]\,\nabla \times \int_{-l}^{l} \mu(z)\vec{f}(\vec{R}, s')\,I(S')\,ds',\end{gathered} \quad (2)$$

где

$$\begin{gathered}\vec{f}(\vec{R}, s') = \vec{s}_0A(\vec{R}, s') + \vec{\theta}_0B(\vec{R}, s'); \\ A(\vec{R}, s') = \sin\theta_0\cos\theta_0\,[\cos\theta_0(\partial/\partial s) - \sin\theta_0(\partial/\partial v)]\,W(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s') + \\ + \sin^2\theta_0\mathcal{H}_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s')/\varepsilon(z_c + s'\sin\theta_0) + \\ + \cos^2\theta_0\mathcal{H}_\mu(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s')/\mu(z); \quad (3) \\ B(\vec{R}, s') = \cos^2\theta_0\,[\cos\theta_0(\partial/\partial s) - \sin\theta_0(\partial/\partial v)]\,W(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s') + \\ + \sin\theta_0\cos\theta_0\mathcal{H}_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s')/\varepsilon(z_c + s'\sin\theta_0) - \\ - \sin\theta_0\cos\theta_0\mathcal{H}_\mu(\vec{R}, \vec{R}_c + \vec{s}_0s')/\mu(z);\end{gathered}$$

$k(z)$ — локальное волновое число, $k(z) = k_0[\varepsilon(z)\mu(z)]^{1/2}$ ($\mathrm{Im}\,k \geqslant 0$); $\theta_0$ — угол скольжения вибратора, $\sin\theta_0 = s_{0z}$, $\cos\theta_0 = (s_{0x}^2 + s_{0y}^2)^{1/2}$. Функции $\mathcal{H}_\eta(\vec{R}, \vec{R}')$ ($\eta = \varepsilon, \mu$) определены как решения уравнений

$$\begin{gathered}[\eta(z)\nabla\eta^{-1}(z)\cdot\nabla + k^2(z)]\,\mathcal{H}_\eta(\vec{R}, \vec{R}') = \eta(z)\,\delta(\vec{R} - \vec{R}'), \\ -\infty < x,\ y,\ z < +\infty,\end{gathered} \quad (4)$$

удовлетворяющие условию излучения в бесконечности. Функция $W(\vec{R}, \vec{R}')$ вводится соотношениями

$$\nabla_t^2 W(\vec{R}, \vec{R}') = \varepsilon^{-1}(z') \frac{\partial}{\partial z'} \mathcal{H}_\varepsilon(\vec{R}, \vec{R}') + \mu^{-1}(z) \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{H}_\mu(\vec{R}, \vec{R}'),$$

$$W(\vec{R}, \vec{R}') \to 0 \quad (|\vec{r} - \vec{r}'| \to +\infty, \tag{5}$$

где $\nabla_t$ — горизонтальная компонента оператора $\nabla$, $\nabla_t = \vec{x}_0(\partial/\partial x) + \vec{y}_0(\partial/\partial y)$, $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$ — орты осей $x$, $y$. Выражения (2) удовлетворяют уравнениям Максвелла (1) и условию излучения. Используя граничное условие на боковой поверхности вибратора $\sum$ в пренебрежении компонентой электрического поля, ортогональной $\vec{s}_0$, получаем уравнение типа Поклингтона

$$\left[\varepsilon(z_\Sigma) \frac{d}{ds} \varepsilon^{-1}(z_\Sigma) \frac{d}{ds} + k^2(z_\Sigma)\right] \int_{-l}^{l} A(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma) I(s') ds' +$$

$$+ \varepsilon(z_\Sigma) \frac{d}{ds} \varepsilon^{-1}(z_\Sigma) \int_{-l}^{l} D(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma) I(s') ds' = \tag{6}$$

$$= -ik_0 c\varepsilon(z_\Sigma) E_{0s}(s \mid u_\Sigma, v_\Sigma)/4\pi, \quad -l < s < l,$$

которое совместно с физическим условием на концах вибратора $I(+l) = I(-l) = 0$ (7) образует задачу относительно $I(s)$.

Величины $A(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma)$, $D(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma)$, $E_{0s}(s \mid u_\Sigma, v_\Sigma)$ представляют собой значения соответственно функций $A(\vec{R}, s')$, $\partial B(\vec{R}, s')/\partial v$, $\vec{s}_0 \cdot \vec{E}_0(\vec{R})$, когда радиус-вектор $\vec{R}$ находится на $\sum$, т. е. при $\vec{R} = \vec{R}_\Sigma \equiv \vec{R}_c + \vec{\varphi}_0 u_\Sigma + \vec{\theta}_0 v_\Sigma + \vec{s}_0 s$, $u_\Sigma^2 + v_\Sigma^2 = a^2$; $z_\Sigma \equiv \vec{z}_0 \cdot \vec{R}_\Sigma$. Координаты $u_\Sigma$, $v_\Sigma$, считающиеся фиксированными, определяют положение точки наблюдения $\vec{R}_\Sigma$ на контуре поперечного сечения вибратора. В пределах справедливости тонкопроволочного приближения $I(s)$ не зависит от параметров $u_\Sigma$, $v_\Sigma$. В связи с этим далее в качестве аргументов их не указываем

$$A(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma) \equiv A(s, s'); \quad D(s, s' \mid u_\Sigma, v_\Sigma) \equiv D(s, s');$$
$$E_{0s}(s \mid u_\Sigma, v_\Sigma) \equiv E_{0s}(s).$$

Считаем, что вибратор целиком находится в однородном слое, в котором материальные параметры $\varepsilon(z)$, $\mu(z)$ плоскослоистой среды принимают постоянные значения $\varepsilon_c$, $\mu_c$. Тогда дифференциальный оператор в первом слагаемом из уравнения (6) можно обратить, если воспользоваться произвольным решением $G(s, s')$ уравнения

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k_c^2\right) G(s, s') = \delta(s - s'), \tag{8}$$

рассматриваемого на интервале $-l < s < l$. В результате приходим к уравнению типа Халлена

$$\int_{-l}^{l} K(s, s') I(s')\, ds' = C_1 \cos k_c s + C_2 \sin k_c s + Q(s), \tag{9}$$

где

$$K(s, s') = A(s, s') + \int_{-l}^{l} G(s, s'') \frac{d}{ds''} D(s'', s')\, ds'';$$

$$Q(s) = -(ik_0 c\varepsilon_c/4\pi) \int_{-l}^{l} G(s, s'') E_{0s}(s'')\, ds'', \tag{10}$$

$k_c$ — волновое число в однородном слое, $k_c = k_0 \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}$ ($\mathrm{Im}\, k_c > 0$); $C_1$, $C_2$ — произвольные постоянные.

Когда $\vec{R}$, $\vec{R}'$ находятся в пределах однородного слоя, $\mathcal{H}_\eta(\vec{R}, \vec{R}')$ ($\eta = \varepsilon\mu$) можно представить в виде суммы статической части — $\eta_c/4\pi|\vec{R} - \vec{R}'|$ и слагаемого, которое не имеет особенностей при $\vec{R} \to \vec{R}'$. Подставив это разложение в выражение для $A(s, s')$ с помощью стандартной схемы [1], перейдем от уравнения (9) к следующему:

$$I(s) = -\alpha\, [C_1 \cos k_c s + C_2 \sin k_c s + F(s\,|\,I) + Q(s)], \tag{11}$$

где $\alpha$ — логарифмический параметр малости, $\alpha = 2\pi/\ln(2a^{-1}l)$; $F(s\,|\,I)$ — линейный функционал тока, зависящий от $s$,

$$F(s\,|\,I) = -\int_{-l}^{l} [A(s, s') I(s') + I(s)/4\pi \sqrt{a^2 + (s - s')^2}]\, ds' -$$
$$- \int_{-l}^{l} I(s')\, ds' \int_{-l}^{l} G(s, s'') \frac{d}{ds''} D(s'', s')\, ds''. \tag{12}$$

Уравнение (11) совместно с условиями (7) образует задачу относительно неизвестных $I(s)$, $C_1$, $C_2$. Функцию $I(s) \equiv I(s, \alpha)$ ищем в виде формального асимптотического разложения, которое отвечает методу последовательных приближений [1]:

$$I(s, \alpha) = C_1(\alpha) \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} L_n(s) +$$
$$+ C_2(\alpha) \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} M_n(s) + \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} Q_n(s). \tag{13}$$

Подставим это разложение в уравнение (11) и приравняем коэффициенты при одинаковых степенях $\alpha$, а затем — при $C_1 \equiv C_1(\alpha)$ и $C_2 \equiv C_2(\alpha)$. Здесь зависимость искомых величин от параметра $\alpha$ указана явным образом.

Для $L_n$, $M_n$, $Q_n$ получаем цепочку прямых формул

$$\begin{gathered} L_0(s) = -\cos k_c s, \quad M_0(s) = -\sin k_c s, \quad Q_0(s) = -Q(s); \\ L_{n+1}(s) = -F(s\,|\,L_n), \quad M_{n+1}(s) = -F(s\,|\,M_n), \\ Q_{n+1}(s) = -F(s\,|\,Q_n), \quad n = 0, 1, 2\ldots \end{gathered} \tag{14}$$

Подчинив разложение (13) условиям (7), находим

$$C_1(\alpha)=\frac{\sum\limits_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\rho_{1m}}{\sum\limits_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\tau_m};\quad C_2(\alpha)=\frac{\sum\limits_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\rho_{2m}}{\sum\limits_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\tau_m},\tag{15}$$

где

$$\rho_{1m}=\sum_{n=0}^{m}[M_n(-l)\,Q_{m-n}(l)-M_n(l)\,Q_{m-n}(-l)];$$

$$\rho_{2m}=\sum_{n=0}^{m}[L_n(l)\,Q_{m-n}(-l)-L_n(-l)\,Q_{m-n}(l)];\tag{16}$$

$$\tau_m=\sum_{n=0}^{m}[L_n(-l)\,M_{m-n}(l)-L_n(l)\,M_{m-n}(-l)],\ m=0,1,2\ldots.$$

В результате получим окончательное выражение для функции распределения тока $I(s)$:

$$I(s,\alpha)=\alpha\sum_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\nu_m(s)/\sum_{m=0}^{+\infty}\alpha^m\tau_m.\tag{17}$$

Здесь

$$\nu_m(s)=\sum_{n=0}^{m}[\rho_{1n}L_{m-n}(s)+\rho_{2n}M_{m-n}(s)+\tau_nQ_{m-n}(s)].\tag{18}$$

Для практических расчетов в числителе и знаменателе (17) достаточно удержать члены первого порядка малости по $\alpha$: $I(s)=+\alpha\nu_0(s)/(\tau_0+\alpha\tau_1)$ (19), где

$$\tau_0=\sin 2k_cl;\ \tau_1=[F(-l\,|\sin k_cs)-F(l\,|\sin k_cs)]\cos k_cl-$$
$$-[F(-l\,|\cos k_cs)+F(l\,|\cos k_cs)]\sin k_cl.\tag{20}$$

Если в качестве $G(s,s')$ взять функцию $(1/k_c)\,h(s-s')\sin k_c(s-s')$, где $h(s)$ — функция Хевисайда, равная единице при $s>0$ и нулю при $s<0$, величина $\nu_0(s)$ и значения функционала $F$ в точках $s=\pm l$ будут равны:

$$\nu_0(s)=-[ik_0c\varepsilon_c/4\pi k_c]\,[\sin k_c(l+s)\int_s^l E_{0s}(s')\sin k_c(l-s')\,ds'+$$
$$+\sin k_c(l-s)\int_{-l}^{s}E_{0s}(s)\sin k_c(l+s')\,ds'];$$

$$F(l\,|\,U(s))=-\int_{-l}^{l}U(s')\,A(l,s')\,ds'-\frac{1}{k_c}\int_{-l}^{l}U(s')\,ds'\int_{-l}^{l}\sin k_c(l-s'')\to\tag{21}$$
$$\to\frac{d}{ds''}D(s'',s')\,ds'',\ F(-l\,|\,U(s))=-\int_{-l}^{l}U(s')\,A(-l,s')\,ds'.$$

Здесь $U$ — произвольная функция.

В случае вертикальной ориентации вибратора, когда $\theta_0 = \pi/2$, $\vec{\varphi}_0 = \vec{x}_0$, $\vec{\theta}_0 = \vec{y}_0$, $\vec{s}_0 = \vec{z}_0$, $s = z - z_c$, из (20), (21) имеем

$$\tau_1 = \varepsilon_c^{-1} \int_{-l}^{l} [\mathscr{H}_\varepsilon (a, z_c + l, z_c + s') \sin k_c (l + s') + \\ + \mathscr{H}_\varepsilon (a, z_c - l, z_c + s') \sin k_c (l - s')] \, ds'. \tag{22}$$

В этой формуле учтено, что для плоскослоистой среды $\mathscr{H}_\eta (\vec{R}, \vec{R}') \equiv \mathscr{H}_\eta (|\vec{r} - \vec{r}'|, z, z')$. Выражение (19) для тока при этом переходит в результат работы [3], полученный методом усреднения.

В случае, когда вибратор расположен горизонтально вдоль оси $0x$, имеем $\theta_0 = 0$, $\vec{s}_0 = \vec{x}_0$, $\vec{\varphi}_0 = \vec{y}_0$, $\vec{\theta}_0 = \vec{z}_0$, $s = x - x_c$, $u = y$, $v = z$. Из (20), (21) следует

$$\tau_1 = \mu_c^{-1} \int_{-l}^{l} [\mathscr{H}_\mu \left(\sqrt{(l - s')^2 + y_\Sigma^2}, z_\Sigma, 0\right) \sin k_c (l + s') + \\ + \mathscr{H}_\mu \left(\sqrt{(l + s')^2 + y_\Sigma^2}, z_\Sigma, 0\right) \sin k_c (l - s')] \, ds' + \\ + \frac{1}{k_c} \int_{-l}^{l} \sin k_c (l + s') ds' \int_{-l}^{l} \sin k_c (l - s'') \frac{\partial^2}{\partial s''^2} \frac{\partial}{\partial z}\bigg|_{z = z_\Sigma} W \left(\sqrt{(s'' - s')^2 + y_\Sigma^2}, \\ z, 0\right) ds'', \quad y_\Sigma^2 + z_\Sigma^2 = a^2, \tag{23}$$

где учтено, что $W(\vec{R}, \vec{R}') = W(|\vec{r} - \vec{r}'|, z, z')$ [4]. Точка $(0, y_\Sigma, z_\Sigma)$ на контуре поперечного сечения $x = 0$ вибратора произвольная. При численном расчете значения (23) полагаем $y_\Sigma = a$, $z_\Sigma = 0$.

Для определения поля по известному току в соответствии с формулой (2) нужно также решить задачи (4)—(5) относительно $\mathscr{H}_\eta (\vec{R}, \vec{R}')$, $W(\vec{R}, \vec{R}')$. Эти функции можно искать в виде разложения по собственным функциям «поперечного» оператора [4] или с помощью преобразования Ганкеля по переменной $|\vec{r} - \vec{r}'|$. Последний путь приводит к следующим выражениям:

$$\mathscr{H}_\eta (\vec{R}, \vec{R}') = (1/2\pi) \int_0^{+\infty} \varkappa J_0 (\varkappa |\vec{r} - \vec{r}'|) \tilde{\mathscr{H}}_\eta (\varkappa, z, z') \, d\varkappa; \\ \tilde{\mathscr{H}}_\eta (\varkappa, z, z') = - \varphi_\eta^+ (z_>, \varkappa) \varphi_\eta^- (z_<, \varkappa) / \Delta_\eta (\varkappa); \\ \Delta_\eta (\varkappa) \eta (z) = \varphi_\eta^+ (z, \varkappa) \frac{\partial \varphi_\eta^- (z, \varkappa)}{\partial z} - \varphi_\eta^- (z, \varkappa) \frac{\partial \varphi_\eta^+ (z, \varkappa)}{\partial z}. \tag{24}$$

Здесь $z_> = \max(z, z')$; $z_< = \min(z, z')$; $\varphi_\eta^\pm (z, \varkappa)$ — произвольные решения уравнения

$$[\eta (z) \frac{d}{dz} \eta^{-1} (z) \frac{d}{dz} + k^2 (z) - \varkappa^2] \varphi_\eta^\pm (z, \varkappa) = 0, -\infty < z < +\infty, \tag{25}$$

такие, что $\varphi_\eta^+(z, \varkappa)$ подчиняется условию излучения при $z\to+\infty$, а $\varphi_\eta^-(z, \varkappa)$ — при $z\to-\infty$. Подстановка (24) в (2) доставляет следующие выражения для рассеянного поля в любой точке пространства:

$$\vec{E}_s(\vec{R}) = (2/ik_0c)\int_{-l}^{l} I(s')\,ds'\int_0^{+\infty}\{\varepsilon^{-1}(z)\varepsilon^{-1}(z')[\vec{z}_0\vec{z}_0\varkappa^2 J_0 +$$
$$+\varkappa J_1(\vec{z}_0\vec{n}(\partial/\partial z') - \vec{n}\vec{z}_0(\partial/\partial z)) + \vec{n}\vec{n}J_0(\partial^2/\partial z\partial z')]\tilde{\mathscr{H}}_\varepsilon +$$
$$+ k_0^2\vec{z}_0\times\vec{n}\vec{z}_0\times\vec{n}J_0\tilde{\mathscr{H}}_\mu\}\cdot\vec{s}_0\,\varkappa d\varkappa +$$
$$+(2/ik_0c)\int_{-l}^{l} I(s')\,ds'\int_0^{+\infty}(J_1/D)(\vec{z}_0\times\vec{n}\vec{z}_0\times\vec{n} - \vec{n}\,\vec{n})\cdot\vec{s}_0\to$$
$$\to[\varepsilon^{-1}(z)\,\varepsilon^{-1}(z')\,\partial^2\tilde{\mathscr{H}}_\varepsilon/\partial z\partial z' - k_0^2\tilde{\mathscr{H}}_\mu]\,d\varkappa;$$
$$\vec{H}_s(\vec{R}) = (2/c)\int_{-l}^{l} I(s')\,ds'\int_0^{+\infty}\{\mu^{-1}(z)[\vec{n}J_0(\partial/\partial z) - \vec{z}_0\varkappa J_1]\to$$
$$\to\vec{z}_0\times\vec{n}\tilde{\mathscr{H}}_\mu + \varepsilon^{-1}(z')\vec{z}_0\times\vec{n}[\vec{n}J_0(\partial/\partial z') - \vec{z}_0\varkappa J_1]\tilde{\mathscr{H}}_\varepsilon\}\cdot\vec{s}_0\varkappa d\varkappa -$$
$$-(2/c)\int_{-l}^{l} I(s')\,ds'\int_0^{+\infty}(J_1/D)(\vec{z}_0\times\vec{n}\vec{n} + \vec{n}\vec{z}_0\times\vec{n})\cdot\vec{s}_0[\mu^{-1}(z)\to$$
$$\to\partial\tilde{\mathscr{H}}_\mu/\partial z + \varepsilon^{-1}(z')\,\partial\tilde{\mathscr{H}}_\varepsilon/\partial z']\,d\varkappa. \qquad (26)$$

Здесь $J_\nu\equiv J_\nu(\varkappa D)\,(\nu=0{,}1)$; $D$ — расстояние по горизонтали от переменной точки интегрирования на оси вибратора до точки наблюдения, $D=|\vec{r}-\vec{r}_c-\vec{n}_0 s'\sin\theta_0|$; $\vec{n}$ — орт вдоль указанного направления, $\vec{n}=(\vec{r}-\vec{r}_c-\vec{n}_0 s'\sin\theta_0)/D$. Операторы $(\partial/\partial z)$, $(\partial/\partial z')$ действуют (по $z$, $z'$) на функции $\mathscr{H}_\eta\equiv\tilde{\mathscr{H}}_\eta(\varkappa, z, z')$; переменная $z'$ связана с $s'$ соотношением $z'=z_c+s'\sin\theta_0$. Если точка наблюдения достаточно удалена от вибратора в горизонтальном направлении $(|k_c(\vec{r}-\vec{r}_c)|\gg\gg 1)$, вторым слагаемым, пропорциональным $1/D$, в каждом из выражений (26) можно пренебречь.

Отметим, что в настоящее время разработаны эффективные алгоритмы для вычисления интегралов от функций Бесселя вида (24), (26) на ЭВМ [5].

**Список литературы:** 1. *Коротковолновые* антенны / Г. З. Айзенберг, С. П. Белоусов, Э. М. Журбенко и др.— М. : Радио и связь, 1985.— 535 с. 2. *Петленко В. А., Хижняк Н. А.* Резонансное рассеяние электромагнитных волн тонкими проводниками в прямоугольном волноводе // Изв. вузов. Радиофизика.—1981.— **24**, № 4.— С. 472. 3. *Ефанов И. М., Жук Н. П., Петленко В. А.* Распределение тока вдоль проволочного вибратора в плоскослоистой среде // Радиотехника.— 1987.— Вып. 82.— С. 97—102. 4. *Богомолов Н. М., Жук Н. П., Третьяков О. А.* Интегральные уравнения электродинамики в плоскослоистой среде.— X., 1983.— 42 с.— (Препринт/Ин-т радиофизики и электрон. АН УССР; № 223). 5. *Смагин С. И.* Об одном численном алгоритме расчета полей в слоистых средах // Журн. вычислит. математики и мат. физики.— 1986.— **26**, № 8.— С. 1234—1242.

*Поступила в редколлегию 23.10.86*