

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

АНТОШКІН ОЛЕКСІЙ АНАТОЛІЙОВИЧ

УДК 519.85

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ
ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ СЕНСОРНОГО ПОКРИТТЯ ОБ’ЄКТІВ
КОНТРОЛЮ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Національному університеті цивільного захисту України Державної служби з надзвичайних ситуацій України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Панкратов Олександр Вікторович,
старший науковий співробітник відділу математичного моделювання і оптимального проектування,
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного
НАН України.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, доцент
Яковенко Вадим Олександрович,
професор кафедри комп'ютерних наук та інженерії програмного забезпечення,
Університет митної справи та фінансів;

доктор фізико-математичних наук, професор
Яковлев Сергій Всеволодович,
професор кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту,
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут».

Захист відбудеться «___» _____ 2019 р. о ___ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14 і на сайті спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 за електронною адресою: <http://nure.ua/branch/d-64-052-02>.

Автореферат розісланий «___» _____ 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Л.В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Одним з основних шляхів прискорення науково-технічного прогресу є автоматизація проектно-конструкторських робіт на базі широкого застосування програмних засобів моделювання в поєднанні із сучасними пакетами розв'язання оптимізаційних задач.

До даного класу відносяться задачі оптимального покриття, зокрема задачі оптимального покриття довільних областей кругами. Одна з основних областей застосування задач кругового покриття – сенсорні мережі – є відносно новою областю, де технології швидко розвиваються в останні роки і використовуються для розв'язання задач у самих різних галузях.

Однак практично всі роботи в цій галузі присвячені дослідженню бездротових мереж. У даній роботі розглядається клас задач побудови оптимальних дротових сенсорних мереж для областей складної форми, що становлять інтерес, наприклад, в процесі забезпечення протипожежного захисту об'єктів.

Наявні сучасні програмні засоби дозволяють найчастіше розв'язати задачу, якщо її математична модель побудована й подана в певному форматі. Однак один із найбільш складних і відповідальних етапів операційного дослідження – етап побудови моделі – дотепер недостатньо формалізований. Це робить актуальним розробку нових засобів моделювання та побудову нових моделей оптимізаційних задач у різних предметних областях.

Автором однієї з перших монографій, присвячених розв'язанню задач упаковки та розкрою, є лауреат Нобелівської премії Л. В. Канторович. Дослідженню та розробці методів розв'язання цього класу задач присвячені роботи багатьох вітчизняних та закордонних учених: В. Л. Рвачова, Ю. Г. Стояна, С. В. Яковлева, Є. В. Кисельової, Т. Є. Романової, В. М. Ушакова, К. Роджерса, R. P. Vambah.

Важливою складовою процесу побудови математичних моделей задач покриття є питання запису в аналітичному вигляді відношень між об'єктами. Відкритим залишається питання формалізації відношень покриття між геометричними об'єктами, що дозволять подати задачу покриття колами області довільної форми у вигляді задачі нелінійної оптимізації.

Відсутність адекватних математичних моделей призводить до втрати оптимальних розв'язків. Як наслідок, звужується клас практичних задач, що можуть бути розв'язані ефективно.

Дана робота присвячена розробці конструктивних засобів математичного моделювання, побудові адекватних математичних моделей і розробці ефективних методів розв'язання оптимізаційних сенсорних задач покриття колами рівного радіуса області довільної форми з урахуванням додаткових обмежень і похибок вихідних даних.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана відповідно до тематики й загального плану досліджень, що проводяться на кафедрі автоматичних систем безпеки та інформаційних технологій Національного університету цивільного захисту України й у відділі

математичного моделювання й оптимального проектування Інституту проблем машинобудування НАН України. Робота проводилася в рамках НДР:

– «Оптимальне розміщення пожежних сповіщувачів на плані приміщення» реєстраційний № 0198U002106 за замовленням Головного управління пожежної охорони МВС України;

– «Оптимальне планування ресурсів при проектуванні систем раннього виявлення пожежі» реєстраційний № 0117U002008 за замовленням Національного університету цивільного захисту України.

Дисертаційна робота є продовженням досліджень, що проводилися в Національному університеті цивільного захисту України й у відділі математичного моделювання й оптимального проектування Інституту проблем машинобудування НАН України під керівництвом члена-кореспондента НАН України Ю.Г. Стояна.

Мета й задачі дослідження. Метою досліджень дисертаційної роботи є розробка засобів математичного моделювання та оптимізації сенсорного покриття області довільної форми в системах моніторингу та контролю для зменшення капіталовкладень під час обладнання об'єктів такими системами.

Досягнення мети передбачає:

– виділення класу задач сенсорного покриття під час проектування систем моніторингу та контролю;

– аналіз сучасних моделей та методів покриття областей довільної форми системою кіл заданого радіуса, центри яких зв'язані мережею;

– розроблення засобів математичного моделювання зон сенсорного покриття області довільної форми в системах моніторингу та контролю;

– розроблення засобів моделювання для опису відношень між покривними колами, а також відношень між покривними колами і областю покриття довільної форми;

– побудова та аналіз математичних моделей оптимального покриття області довільної просторової форми колами рівного радіуса, що зв'язані мережею;

– побудова та аналіз інтервальних моделей покриття з урахуванням інтервальних нерівностей, що описують геометричні відношення між колами, радіуси яких задані з похибкою;

– розроблення та обґрунтування методів оптимізації покриття областей довільної форми колами заданого радіуса;

– застосування розроблених моделей та методів в процесі оптимізації структури системи автоматичного протипожежного захисту.

Об'єкт дослідження – процес математичного моделювання та оптимізації структури систем моніторингу та контролю.

Предмет дослідження – методи оптимізації покриття довільної області зонами контролю сенсорних датчиків з урахуванням технологічних обмежень.

Методи дослідження базуються на використанні елементів функціонального аналізу для моделювання сенсорних зон пожежних сповіщувачів; методу ϕ -функцій для формалізації відношень між

геометричними об'єктами в задачах покриття; аналітичної геометрії для формалізації критерію покриття та побудови функцій належності; методів геометричного проектування для побудови математичних моделей оптимізаційних задач кругового покриття і методів нелінійної та недиференційованої оптимізації для їх розв'язання.

Наукова новизна полягає в такому:

- вперше запропоновано функції опису відношень покриття між колами рівного радіуса та нові функції належності для опису відношень між колами, що беруть участь в покритті, і довільною областю покриття, які дозволяють описувати в аналітичному вигляді умови покриття області колами і, на відміну від існуючих аналогів, не потребують введення допоміжних змінних;

- вперше побудована узагальнена математична модель оптимізаційної задачі покриття ідентичними колами, яка, на відміну від існуючих моделей, враховує нові аналітичні вирази для опису відношень покриття між колами рівного радіуса та нові функції належності для опису відношень між колами, що беруть участь в покритті, і довільною областю покриття і дозволяє одержувати локально-оптимальні розв'язки ряду важливих практичних задач, у тому числі задачі покриття області колами, які зв'язані мережею;

- удосконалено стратегію розв'язання оптимізаційної задачі покриття області довільної форми колами рівного радіуса шляхом додання нового етапу генерації системи обмежень та функції цілі на основі аналізу отриманої за допомогою запропонованих наближених методів стартової точки з урахуванням конкретної реалізації узагальненої моделі задачі;

- набули подальшого розвитку методи інтервальної геометрії у вигляді нових засобів моделювання для опису інтервальних відношень між круговими об'єктами, які беруть участь в покритті, що дозволяє, на відміну від існуючих аналогів, враховувати під час розв'язання задачі покриття похибку вихідної інформації про фактичні радіуси зон сенсорного контролю датчиків кіл;

- набули подальшого розвитку локально-оптимальні методи побудови покриттів, які дозволили, на відміну від існуючих підходів, отримувати розв'язки для основних реалізацій узагальненої задачі оптимального покриття в автоматичному режимі;

- набули подальшого розвитку засоби математичного моделювання зони сенсорного контролю датчика в системах моніторингу для перетворювання фізичної інформації про зони сенсорного контролю в геометричну для подальшого використання в процесі побудови математичних моделей задач покриття, які, на відміну від існуючих, дозволяють врахувати особливості функціонування систем моніторингу і контролю.

Практичне значення отриманих результатів полягає в розробці й реалізації комплексу програм для розв'язання оптимізаційної задачі покриття області довільної просторової форми колами рівного радіуса, центри яких зв'язані мережею (у тому числі з урахуванням похибок вихідних даних) та ряду практичних задач, серед яких коригування недопустимих покриттів, мінімізація радіуса покривних кіл, оптимізація якості покриттів та ін. Створений

програмний комплекс «Веста» може бути безпосередньо застосований під час проектування систем діагностики, спостереження й контролю, при проведенні пожежно-технічних експертиз, що дозволяє враховувати похибки вихідних даних, підвищувати ефективність використання обладнання. Зазначений комплекс використовується у відділі нормативно-технічної роботи та контролю за системами протипожежного захисту та ліцензування Головного управління Державної служби України з надзвичайних ситуацій у Харківській області під час розгляду проектів систем автоматичного протипожежного захисту, ТОВ «НВП Бранд» (м. Київ) для спрощення проектування систем автоматичного протипожежного захисту, оптимізації витрат на обладнання об'єктів такими системами, а також у навчальному процесі в Національному університеті цивільного захисту України при викладанні дисциплін «Математичне моделювання та оптимізація систем безпеки» і «Пожежна та виробнича автоматика», що підтверджується актами про впровадження.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертаційної роботи опубліковані в роботах [1–19]. Усі положення, що виносяться на захист, отримані здобувачем особисто. Матеріали, які складають основу дисертаційної роботи, опубліковані в роботах [3, 9, 11, 12, 14–19], виконаних одноосібно, складають особистий внесок здобувача.

Особистий внесок здобувача в роботах, які виконані в співавторстві, полягає в такому:

[2] – формалізовано відношення покриття між об'єктами з використанням ω -функцій і побудовано математичну модель задачі кругового покриття;

[3] – сформульовано й описано у аналітичному вигляді додаткові обмеження прикладної задачі покриття колами довільної області, розроблено алгоритм розв'язання задачі, який базується на методі оптимізації за групами змінних;

[4] – формалізовано взаємовідношення між геометричними об'єктами, що задані з похибкою, побудована математична модель задачі покриття в інтервальному вигляді;

[5] – побудовано математичну модель задачі покриття колами опуклої багатокутної області на основі застосування ρ -функцій;

[6] – побудовано математичні моделі задач покриття прямокутника конгруентними колами, що розташовані у вузлах двовимірної решітки, та запропоновано методи регулярного та секційно-регулярного розв'язання таких задач при заданих додаткових обмеженнях;

[7] – запропоновано нові засоби моделювання для опису відношень між геометричними об'єктами для задач кругового покриття областей довільної форми, побудовано узагальнену математичну модель задачі та проведено її аналіз, запропоновано стратегію розв'язання задачі на основі генерації стартових точок з області допустимих розв'язків;

[8] – запропоновано методи генерації простору розв'язків та функції цілі за стартовою точкою для основних реалізацій узагальненої математичної моделі задачі покриття ідентичними колами довільної області і приведено детальну схему пошуку локального мінімуму для практичних задач.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної

роботи доповідалися й обговорювалися на наукових семінарах відділу математичного моделювання й оптимального проектування Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Академії пожежної безпеки України, вченій раді Національного університету цивільного захисту України, а також на: 2-й науково-практичній конференції «Актуальні проблеми сучасної науки в дослідженнях молодих вчених м. Харкова» (м. Харків, 2000 р.); міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Донецьк, 2000 р.); всеукраїнській науково-практичній конференції «Об'єднання теорії та практики – запорука підвищення боєздатності оперативно-рятувальних підрозділів» (м. Харків, 2013 р.); VII та VIII міжнародних науково-практичних конференціях «Теорія й практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій» (м. Черкаси, 2016, 2017 рр.); міжнародній науково-практичній конференції «Пожежна та техногенна безпека. Теорія, практика, інновації» (м. Львів, 2016 р.); VII міжнародній науково-практичній конференції «Актуальные проблемы пожарной безопасности, предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций» (м. Кокшетау, 2016 р.); 6-й та 7-й міжнародних науково-технічних конференціях «Інформаційні системи й технології» (Коблево-Харків, 2017, 2018 рр.); VII міжнародній науково-практичній конференції «Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології» (м. Одеса, 2017 р.); VIII міжнародній науково-практичній конференції «Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем» (м. Чернігів, 2018 р.).

Публікації. Основні результати за темою дисертаційної роботи опубліковані в 19 друкованих роботах, з них статей – 7 у наукових фахових виданнях згідно з переліком МОН України з технічних наук (1 стаття – реферована в наукометричній базі Scopus), 1 стаття – у іншому науковому виданні, 11 тез доповідей, опублікованих в матеріалах всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація містить анотацію, вступ, п'яти розділів, висновки по роботі, 3 додатки (на 38 с.), 32 рисунки (на 41 с.), 1 таблицю (на 1 с.) та список використаних джерел з 249 найменувань (на 22 с.). Повний обсяг дисертації складає 207 сторінок, з них 136 сторінок основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету роботи та задачі дослідження, які потрібно розв'язати для її досягнення. Розкрито наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, наведено відомості про апробацію результатів та публікації.

У першому розділі досліджена предметна область, здійснена постановка задачі й наведений огляд літературних джерел, присвячених розв'язанню задач оптимізаційного покриття області колами, та перелік основних публікацій, присвячених інтервальному аналізу. Було приділено увагу розгляду робіт як вітчизняних, так і закордонних вчених: Стояна Ю.Г., Яковлева С.В.,

Романової Т.Є., Панкратова О.В., Комяк В.М., Делоне Б.Н., Кисельової Є.В., Ушакова В.Н., Kershner R., Fejes Toth L., Rogers C.A. та ін. За результатами проведеного аналізу літературних джерел виконано обґрунтований вибір напрямку досліджень.

Переважну більшість робіт, що мають відношення до задач кругового покриття, присвячено дослідженню евристичних методів їхнього розв'язання. Оптимізаційні задачі покриття, що враховують важливу характеристику довжини мережі з'єднань, яка зв'язує датчики, взагалі не формалізовані через відсутність відповідних засобів моделювання відношень між об'єктами. Існуючі аналітичні моделі й методи розв'язання мають, як правило, недоліки й обмежені областю застосування, що не дозволяє використовувати їх для розв'язання задач кругового покриття довільних областей.

До того ж виникає проблема стійкості, точності й вірогідності одержуваних результатів, оскільки при моделюванні зазначеного класу задач використовуються ідеалізовані математичні моделі матеріальних об'єктів та їхніх взаємодій без врахування похибок вихідних даних. Це обумовило необхідність залучення до їхнього розв'язання перспективного напрямку обчислювальної математики – інтервального аналізу. Багато уваги дослідженню задач інтервального аналізу приділено в роботах Moore R.E., Kaucher E., Herzberger J., Стояна Ю.Г., Романової Т.Є., інших авторів.

Матеріали цього розділу опубліковані в роботах автора [2, 6, 11].

У другому розділі виконано моделювання сенсорної зони пожежного сповіщувача у вигляді кола з радіусом, що заданий у інтервальному вигляді, з урахуванням характеристик конкретного приладу, пожежного навантаження та особливостей розвитку пожежі.

Далі у розділі було досліджено засоби математичного моделювання для формалізації геометричних відношень між сенсорами.

У класі задач геометричного проектування як математичні моделі двовимірних об'єктів використовуються ϕ -об'єкти.

Нехай задані замкнута обмежена множина W і набір n кіл $C_i(u_i) = C_i(0,0) + u_i$, $i \in I_n = \{1, 2, \dots, n\}$, радіуса r із центрами $u_i = (x_i, y_i)$. Сформуємо множину P точок p_k границі області Ω , у яких порушується гладкість її границі. Позначимо K потужність множини P . Надалі вважаємо, що кривизна границі в будь-якій її точці, крім точок з P , менше кривизни покривних кіл.

Уведемо вектор змінних $u = (u_1, \dots, u_n)$. За визначенням об'єкт $Y(u) = \bigcup_{i \in I_n} C_i(u_i)$ є покриттям множини Ω , якщо $\Omega \subset Y(u)$.

Назвемо кругове покриття невідродженим, якщо ніякі із трьох границь об'єктів (включаючи границю Ω) не перетинаються в одній точці.

Сформулюємо критерій повноти покриття у вигляді: для того щоб множина $Y = \bigcup_{i=1}^n C_i$ була невідродженим круговим покриттям множини Ω , необхідно й достатньо, щоб:

– для кожної точки $p_k \in P$ знайшлося хоча б одне коло $C_i, i \in I_n$, таке, що $p_k \in \text{int } C_i$;

– для будь-якої точки $t_{ik}^* \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } \Omega, i \in I_n, k \in \{1, 2\}$ знайшлося хоча б одне коло $C_{j_k}, j \in I_n, i \neq j$, таке, що $t_{ik}^* \in \text{int } C_{j_k}$ й, відповідно, точка $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j$ належала $\Omega^* = \mathbb{R}^2 \setminus \text{int } \Omega$;

– для будь-якої точки $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j, i, j \in I_n, i \neq j, t_{ijk} \in \text{int } \Omega, k \in \{1, 2\}$, існує $C_{s_k}, s \neq i, s \neq j$, таке, що $t_{ijk} \in \text{int } C_{s_k}$.

Таким чином, під час формалізації умови покриття істотно використовуються функції належності, що описують в аналітичному вигляді умови належності точок геометричним об'єктам.

Функцією належності ϕ^{tA} точки t множині A називається функція, для якої виконується: $\phi^{tA} < 0$, якщо $t \notin A$; $\phi^{tA} = 0$, якщо $t \in \text{fr } A$; $\phi^{tA} > 0$, якщо $t \in \text{int } A$.

Як основний засіб математичного моделювання для формалізації умов технологічного характеру, що накладені на розміщення датчика в області складної форми, було використано математичний апарат ϕ -функцій, що був розроблений у науковій школі члена-кореспондента НАН України Ю.Г. Стояна.

У роботі введено, за аналогією з відповідними ϕ -функціями, нормалізовану функцію належності $\bar{\phi}^{tA}$, для якої виконується $\phi^{tA} = -\text{dist}(t, A)$, якщо $t \notin A$, $\phi^{tA} = \text{dist}(t, A^*)$, та псевдонормалізовану функцію належності, для якої справедливо $\phi_+^{tA} < 0$, якщо $\text{dist}(t, A^*) < \rho$; $\phi_+^{tA} = 0$, якщо $\text{dist}(t, A^*) = \rho$; $\phi_+^{tA} > 0$, якщо $\text{dist}(t, A^*) > \rho$.

Нормалізовані й псевдонормалізовані функції належності служать для моделювання умов знаходження точки t в області A на відстані до границі області не менш заданої мінімально допустимої відстані ρ .

За аналогією із квазі ϕ -функціями уведено також функцію квазіналежності ϕ'^{tA} , що залежить від вектора додаткових змінних $q \in \mathbb{R}^g$ і має таку властивість, що функція $\max_{q \in \mathbb{R}^g} \phi'^{tA}$ є функцією належності. Відповідно, нормалізованою функцією квазіналежності називається функція $\bar{\phi}'^{tA}$, для якої $\max_{q \in \mathbb{R}^g} \bar{\phi}'^{tA}$ є нормалізованою функцією належності, а псевдонормалізованою функцією квазіналежності називається функція $\phi_+'^{tA}$, якщо $\max_{q \in \mathbb{R}^g} \phi_+'^{tA}$ є псевдонормалізованою функцією належності.

Функції квазіналежності дозволяють переформулювати деякі функції належності без використання операцій максимуму, а також значно спростити запис інших функцій належності.

У другому розділі також побудовано інтервальні ϕ -функції, необхідні для формулювання математичних моделей задач покриття множини Ω

конгруентними інтервальними колами $C_i(U_i)$, а саме: 1) $\Phi^{ij}(U_i, U_j)$ – нормалізовану ϕ -функцію кіл $C_i(U_i)$ і $C_j(U_j)$; 2) $\Phi^{0i}(U_0, U_i)$ – нормалізовану ϕ -функцію інтервального об'єкта Ω^* й кола $C_i(U_i)$; 3) $\bar{\Phi}^{0i}(U_0, U_i)$ – нормалізовану ϕ -функцію інтервального об'єкта Ω й кола $C_i(U_i)$; 4) $\Phi(U_0, U_T)$ – ϕ -функцію інтервальних об'єктів $T(U_T) = \bigcup_{l=1}^k T_l(U_l)$ і Ω , $\bigcup_{l=1}^k T_l(U_l) = cl(I_s^2 \mathbf{R} \setminus \bigcup_{i=1}^m T_i(U_i))$, де $T_l(U_l)$ – інтервальна опукла замкнута підмножина простору $I_s^2 \mathbf{R}$; $\Phi_{0l}(U_0, U_l)$ – ϕ -функцію об'єктів Ω і $T_l(U_l)$.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах [1, 4, 5, 7, 10, 12].

У третьому розділі виконана побудова узагальненої математичної моделі задачі кругового покриття та досліджені її властивості.

Нехай є невідіржене покриття Y області Ω колами однакового радіуса й необхідно оптимізувати деякий критерій якості. Побудуємо для покриття Y такі індексні множини:

– Ξ_1 , елементами якої є пари чисел, що складаються з номерів точок з множини P й номерів кіл, що задовольняють умови пункту 1 критерію повноти покриття області;

– Ξ_2 , елементами якої є трійки чисел, що складаються з номерів двох кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання кіл, що задовольняють умови пункту 2 критерію повноти покриття області колами;

– Ξ_3 , елементами якої є четвірки чисел, що складаються з номерів трійок кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання, що задовольняють умови пункту 3 критерію повноти покриття області колами.

Тоді на підставі засобів моделювання відношень між об'єктами в задачах кругового покриття, що розглянуті в попередньому розділі, досить загальна математична модель задачі може бути записана у вигляді

$$\underset{u \in W \subset R^\delta}{extr} F(u), \quad (1)$$

$$W = \{u \in R^\delta : \varphi^{t_{ijk}\Omega^*} \geq 0, \Phi_-^{C_i C_j} \geq 0 \forall (i, j, k) \in \Xi_1,$$

$$F_{ijs}^k \geq 0, \Phi_-^{C_i C_j} \geq 0 \forall (i, j, s, k) \in \Xi_2, \varphi^{p_k C_i} \geq 0 \forall (i, k) \in \Xi_3, \Psi \geq 0\}, \quad (2)$$

де $u = (u_1, u_2, \dots, u_n, t)$ – вектор змінних задачі; $\sigma = 2n + l$ – розмірність задачі; l – кількість додаткових змінних; $u_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ – координати центру i -го кола; t – вектор допоміжних змінних задачі з розмірністю l ; $F(u)$ – довільна гладка функція цілі, вигляд якої залежить від умов практичної задачі, що моделюється; $\varphi^{p_k C_i}$ – функції належності; $\varphi^{t_{jk}\Omega^*}$ – функції (або квазіфункції) належності; F_{ijs}^k – нові функції вигляду

$$\begin{aligned}
F_{ijs}^1 &= r^2 - \frac{x_i + x_j}{2} - x_s + (y_i - y_j) \sqrt{\frac{r^2}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - 0.25} - \\
&- \frac{y_i + y_j}{2} - y_s - (x_j - x_i) \sqrt{\frac{r^2}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - 0.25}, \\
F_{ijs}^2 &= r^2 - \frac{x_i + x_j}{2} - x_s - (y_i - y_j) \sqrt{\frac{r^2}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - 0.25} - \\
&- \frac{y_i + y_j}{2} - y_s + (x_j - x_i) \sqrt{\frac{r^2}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - 0.25},
\end{aligned}$$

що моделюють відношення між покривними колами для внутрішньої частини області; $\Phi_{-}^{C_i C_j} = 4r^2 - (x_i - x_j)^2 - (y_i - y_j)^2$ – умови розміщення пари кіл на максимально допустимій відстані $\rho=0$; $\Psi(u)$ – система для моделювання обмежень на розміщення датчиків як фізичних об'єктів.

Нижче виділені й досліджені важливі з практичної точки зору реалізації узагальненої моделі (1)-(2).

Для моделювання **задачі мінімізації довжини дротів** в системі пожежної сигналізації до моделі (1)-(2) вносяться такі зміни:

- у систему додаткових обмежень додаються умови: належності сенсорів області з урахуванням мінімально допустимих відстаней до границі області, неналежності центрів сенсорів областям заборони, виконання мінімальних допустимих відстаней між центрами сенсорів;

- мінімізується функція цілі, що являє собою довжину траси. Відповідні послідовності кіл для кільцевого та радіального типів дротових з'єднань розраховуються шляхом розв'язання допоміжних задач комівояжера та задачі маршрутизації відповідно.

Задача мінімізації радіуса кіл у покритті виникають, зокрема, у випадку, якщо необхідне коригування розміщення кіл, що не задовольняє критерій повноти покриття. У модель вигляду (1)-(2) вноситься дуже проста зміна – радіус кіл r оголошується змінним, розмірність задачі збільшується на 1 і мінімізується функція $F(u) = r$.

Задача мінімізації кількості кіл заданого радіуса, що формують покриття області Ω , часто виникає під час оптимізації покриттів, побудованих наближеними методами. У рамках даного дослідження розглядався такий підхід: вибирається одне з кіл і виконується спроба зменшення його радіуса до 0 зі збереженням покриття області множиною кіл. Якщо операція завершилася успішно, коло викреслюється із множини кіл, що формують покриття.

Моделювання **задачі коригування недопустимого розміщення** сенсорів також часто виникає при оптимізації розміщень сенсорів в області, що отримані

наближеними методами. Для побудови математичної моделі цієї задачі вводиться додаткова змінна λ . Далі визначається, чи виконуються додаткові обмеження вигляду $\psi(u) \geq 0$ для стартової точки $u = u^0$. Якщо виконуються, то вони включаються в систему обмежень, у противному випадку в систему обмежень задачі включається обмеження вигляду $\lambda \leq \psi(u)$. Максимізується функція цілі $F(u) = \lambda$ за умови $\lambda \leq 0$. Якщо додаткова змінна λ досягає 0, то отримана точка максимуму u^* є допустимою для вихідної задачі.

Задача оптимізації щільності покриття виникає за необхідності підвищити надійність системи. Здійснюється це за рахунок збільшення взаємного перекриття сенсорних зон датчиків. Для формалізації умов мінімаксної (максимінної) задачі використовується додаткова змінна.

У цьому розділі було також побудовано інтервальну математичну модель задачі покриття кругами багатокутника у вигляді

$$\min_{U \in D \subset \mathbf{I}_s^{2n} \mathbf{R}} \chi(U) = \min_{U \in D \subset \mathbf{I}_s^{2n} \mathbf{R}} (\chi_0(U) + \chi_1(U)),$$

$$\text{де } U = (U_1, U_2, \dots, U_n) \in \mathbf{I}_s^{2n} \mathbf{R} = \underbrace{\mathbf{I}_s^2 \mathbf{R} \times \dots \times \mathbf{I}_s^2 \mathbf{R}}_n;$$

$$\chi_0(U) = \sum_{i=1}^n \sigma_{0i}(U_i) \cdot \Phi^{0i}(U_0, U_i), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \sigma_{0i}(U_i) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \Phi^{0i}(U_0, U_i) > \langle 0 \rangle, \\ 0, & \text{якщо } \Phi^{0i}(U_0, U_i) \leq \langle 0 \rangle; \end{cases}$$

$$\chi_1(U) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^{n-1} \sigma_{ij}(U_i, U_j) \cdot \Phi^{ij}(U_i, U_j); \quad \sigma_{ij}(U_i, U_j) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \Upsilon_{ij}(U_i, U_j) > 0, \\ 0, & \text{якщо } \Upsilon_{ij}(U_i, U_j) \leq 0; \end{cases}$$

$$\Upsilon_{ij}(U_i, U_j) = \min \{ \Phi^{0i}(U_0, U_i) - d, \Phi^{0j}(U_0, U_j) - d, -\Phi^{ij}(U_i, U_j) \};$$

$$d = \min_{(U_0, U_i) \in \tilde{\gamma}_{0i}} \Phi^{0i}(U_0, U_i) \tilde{\gamma}_{0i} = \{ (U_0, U_i) \in I_s^4 \mathbf{R} \mid \bar{\Phi}^{0i}(U_0, U_i) = 0 \}.$$

У результаті використання даного підходу можна отримати діапазон кількості кіл, якого буде досить для покриття області. Тобто можна назвати мінімальну й максимальну кількість сенсорів для даного приміщення при різній точності визначення вихідних даних

Основні властивості моделі (1)-(2):

- розмірність σ без врахування додаткових змінних дорівнює $2n$;
- область допустимих розв'язків W у загальному випадку є незв'язною множиною;
- кожний компонент зв'язності W може бути багатозв'язним;
- задача (1)-(2) у загальному випадку нестійка, тобто як завгодно мала зміна вихідних даних може привести до значної зміни функції цілі;
- оскільки до функцій належності в загальному випадку входять тригонометричні функції, межа області W формується нелінійними поверхнями;
- оскільки область W незв'язна і кожний компонент зв'язності може бути

багатозв'язним і неопуклим, то задача (1)-(2) у загальному випадку є багатоекстремальною;

– за способом побудови область допустимих розв'язків W може бути зображена як об'єднання підобластей вигляду

$$W = \bigcup_{k=1}^{\eta} W_k, \quad (3)$$

де W_k описується системою нерівностей з гладкими функціями;

– зображення (3) дозволяє звести задачу (1)-(2) до розв'язання набору задач нелінійного програмування, а саме:

$$F(u) = \min\{F(u^{*1}), \dots, F(u^{*k}), \dots, F(u^{*\eta})\}, \quad (4)$$

$$F(u^{*k}) = \min_{u \in W_k \subset R^{\sigma}} F(u). \quad (5)$$

– кожна з η підзадач (5) у загальному випадку є багатоекстремальною.

З урахуванням особливостей математичної моделі (1)-(2) пропонується використовувати стратегію розв'язання задачі покриття, що ґрунтується на застосуванні методу мултистарту, яка викладена далі:

– з використанням інтерактивних й/або евристичних методів будується множина стартових точок;

– на основі аналізу інформації про кожен стартову точку генеруються системи нелінійних обмежень і функції цілі для задачі нелінійного програмування;

– виконується пошук локального екстремуму для кожної задачі;

– кращий з отриманих локальних екстремумів вибирається як наближення до глобального екстремуму.

Принципова схема пошуку локального мінімуму для оптимізаційної задачі другого етапу при старті з довільної точки може бути описана послідовністю кроків, яка наведена нижче.

1. Аналізується критерій повноти покриття області колами. Якщо умови покриття порушуються, то переходимо до кроку 2, інакше – до кроку 5.

2. Будується допустиме покриття на основі недопустимого шляхом збільшення радіуса покривних кіл.

3. Генерується система обмежень і цільова функція задачі корекції недопустимого покриття вигляду (1)-(2). Технологічні обмеження на даному етапі ігноруються. Цільова функція – мінімізація радіуса покривних кіл до значення, заданого у вихідній постановці задачі.

4. Розв'язується задача, яка побудована на кроці 3. Якщо в результаті вдалося отримати допустиме покриття, переходимо до кроку 5, інакше – аварійне завершення роботи програми.

5. Аналізується виконання системи технологічних обмежень. Якщо технологічні обмеження порушуються, переходимо до кроку 6, інакше – до

кроку 8.

6. Генерується система обмежень і цільова функція для задачі корекції порушення технологічних обмежень вигляду (1)-(2).

7. Розв'язується побудована на кроці 6 задача нелінійного програмування. Якщо в результаті вдалося виправити порушення технологічних обмежень, то переходимо до кроку 8, інакше – аварійне завершення роботи програми.

8. Генерується система обмежень і цільова функція для однієї з оптимізаційних задач вигляду (1)-(2). Конкретна форма запису моделі визначається постановкою вихідної практичної задачі.

9. Розв'язується побудована на попередньому кроці задача нелінійного програмування.

З урахуванням особливостей математичної моделі задачі покриття принципова схема розв'язання задачі (1)-(2) при використанні допустимих стартових точок значно спрощується.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах автора [7, 8, 16, 18, 19].

У четвертому розділі виконано побудову стартових точок з області допустимих розв'язків для задачі покриття колами. Розроблено й реалізовано два методи: оптимізації по групах змінних для довільних областей і регулярного покриття на основі решіток для задач покриття прямокутних областей.

Для розв'язання задачі нерегулярного покриття області довільної просторової форми отримані вирази для визначення ω -функцій і побудовано математичну модель поставленої задачі у вигляді

$$\min_{Z \in D \subset E^{2n}} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \omega_{ij}(u_i, u_j) + \sum_{i=1}^n \omega_i(u_i) \right), \quad (6)$$

де $u_i = (x_i, y_i)$ і $u_j = (x_j, y_j)$ – координати центрів кіл; $\omega_{ij}(u_i, u_j)$ – ω -функція, що визначає площу взаємного перекриття кіл C_i, C_j , $i < j \in I_n$; $\omega_i(u_i)$ – ω -функція, що визначає площу взаємного перекриття кола C_i $i \in I_n$ й області $R^2 \setminus \text{int } \Omega$; $D = D_1 \cup D_2$ – область допустимих розв'язків, D_1 – множина, що описує умови покриття області Ω колами C_i $\Omega \cap (\bigcup_{i=1}^n C_i) = \Omega$, у такий спосіб:

$$\max_{t=(t_x, t_y) \in \Omega} \min_{i \in I_n} ((x_i - t_x)^2 + (y_i - t_y)^2 - R^2) \leq 0;$$

D_2 – множина, що описує в аналітичному вигляді обмеження на мінімально й максимально допустимі відстані між центрами кіл і границею області покриття й задана структурою нерівностей, у загальному випадку нелінійних.

Математичну модель задачі покриття, прямокутника розмірами A на B можна подати у вигляді

$$\begin{aligned}
n &\rightarrow \min, \\
\max_{t \in P} \min_{i \in I_n} p(t_i, t) &\leq r^*, \\
p(t_i, t_j) &\geq 2r^-, \quad i > j \in I_n, \\
t_i &\in P^-, \quad I_n = \{1, 2, \dots, n\},
\end{aligned}$$

де $n \in \mathbb{N}$ – кількість кіл; $\mathbb{N}$ – множина натуральних чисел; $p(t_i, t)$ – відстань між точками t_i й t , $t = (t_x, t_y) \in P$; $t_i = (x_i, y_i)$ – центр i -го кола; r – радіус кіл, $P^- = \{(x, y) \in R^2 \mid r^- \leq x \leq B - r^-, r^- \leq y \leq A - r^-\}$, $r^* < r$ та $r^- < r$ – задані величини.

Другий метод призначений для пошуку розв'язків задачі покриття за умови, що область W прямокутна, а центри кіл лежать у вузлах двовимірної решітки.

Розв'язання поставленої задачі методом секційно-регулярного покриття зводиться до розв'язання двох оптимізаційних задач покриття прямокутника з розмірами A і B вертикально й горизонтально розташованими секціями прямокутної форми за умови, що секції покриваються колами регулярно.

Реалізовано двоетапне розв'язання задачі:

– розв'язання ряду задач однорідного регулярного розкрою секцій розмірів $A \times h_k$, $h_k \leq B$;

– вибір оптимальної комбінації секцій за допомогою методу динамічного програмування.

Особливістю запропонованого методу побудови секційно-регулярних покриттів є те, що він може бути природно узагальнений на випадок розбивки прямокутної області на секції, які регулярно покриті колами різних радіусів.

Матеріали даного розділу опубліковані в роботах автора [2, 3, 6, 9, 13, 14, 15].

У п'ятому розділі розглянуті структура, принцип організації та схема функціонування розробленого програмного комплексу «Веста» для проектування оптимальних дровових сенсорних покриттів довільних областей, межі яких формуються ділянками гладких кривих, зокрема, дугами кіл і відрізками прямих.

Програмний комплекс дозволяє здійснювати будову кругових покриттів довільних областей в інтерактивному, напівавтоматичному і автоматичному режимах, здійснювати корекцію недопустимих покриттів, реалізовувати поліпшення вартості (зменшення кількості сенсорів) і/або якості (мінімізація радіуса кіл, максимізація зон взаємних перекриттів кіл) покриттів, будувати дротяні з'єднання двох типів (радіальні і кільцеві) з подальшою оптимізацією вартості (довжини дровових ліній).

Програмний комплекс «Веста» дозволяє знаходити розв'язок задачі наближеними й точними методами на основі програмних інтерфейсів із сучасними оптимізаційними програмними пакетами.

Для розв'язання задачі маршрутизації та комівояжера було використано бібліотеку VPRN, для локальної оптимізації – пакет нелінійної оптимізації IPOPT.

Під час перевірки роботи методу послідовно-одиначного покриття для тестової задачі кількість пожежних сповісвачів, яка необхідна для захисту приміщення, відповідно до вимог нормативних документів становить 11 шт., а відповідно до методу, що пропонується – 10 шт. (різниця в кількості становить 9%).

На рис. 1 зображено покриття незв'язної області складної форми, побудоване з використанням запропонованого методу.

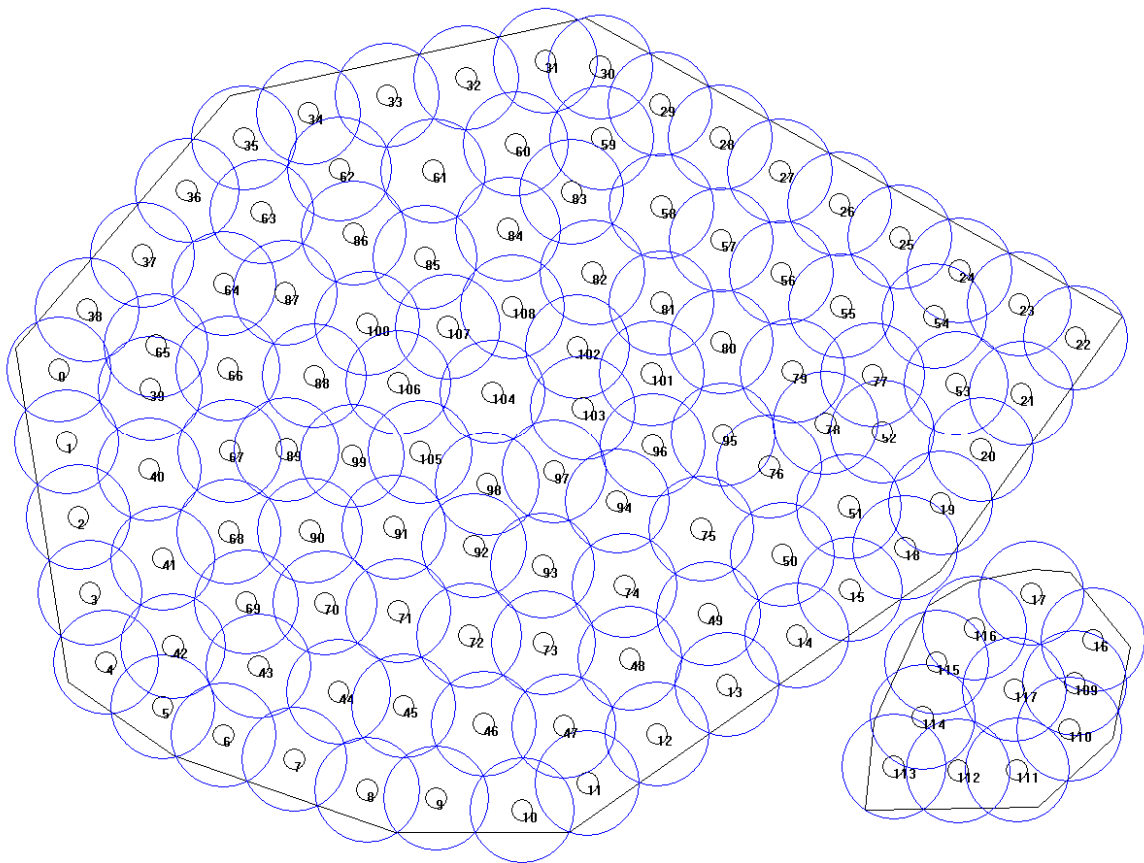


Рисунок 1 – Покриття незв'язної області складної форми

Приклад розв'язання задачі секційно-регулярного кругового покриття прямокутника з розмірами 70000 на 30000 подано на рис. 2.

Оскільки під час аналізу стану питання, що розглядається в даному дослідженні, не вдалося виявити робіт із результатами розв'язання спільних оптимізаційних задач покриття й трасування, було проведено порівняння результатів розв'язання задачі мінімізації радіуса покривних кіл, для однієї з останніх робіт у цій галузі автора В. Н Ушакова та ін. 2016 р. Для всіх прикладів результати були поліпшені. Один з отриманих результатів наведено на рис. 3.

Приклад оптимізації довжини трас під час проектування шлейфів кільцевого типу наведено на рис. 4.

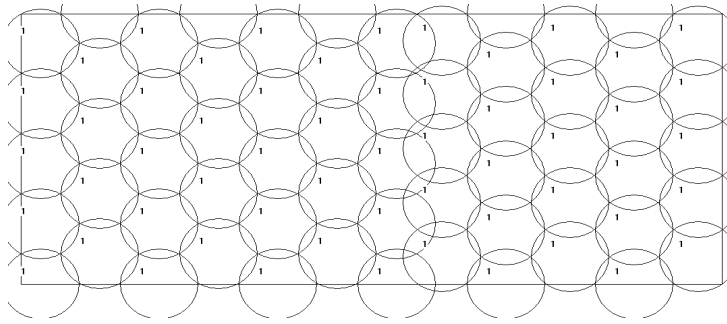


Рисунок 2 – Результат розв’язання задачі секційно-регулярного покриття області з розмірами 70000 на 30000 за допомогою 62 кіл з радіусом 3900

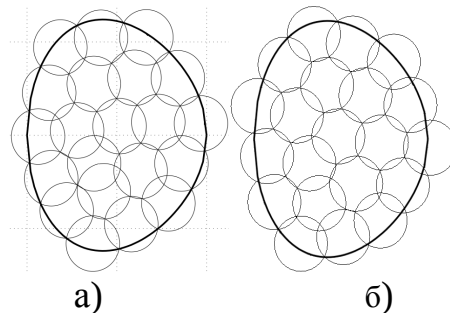


Рисунок 3 – Порівняння результатів для мінімізації радіуса кіл у покритті 21 колом області, обмеженою кривою $y^2 = x^3 - x$: а) з роботи В.М. Ушакова та ін., 2016. р.; б) отриманих в даній роботі. Поліпшення становить 1.6%

Матеріали даного розділу опубліковані в роботі автора [7, 17].

У додатках наведено акти про використання розробленого програмного комплексу в ГУ ДСН України в Харківській області, у ТОВ «НВП Бренд» (м. Київ) та в навчальному процесі у Національному університеті цивільного захисту України, перелік публікацій автора, ілюстрації до розв’язання задач сенсорного дротового покриття складних областей з використанням програмного комплексу «Веста».

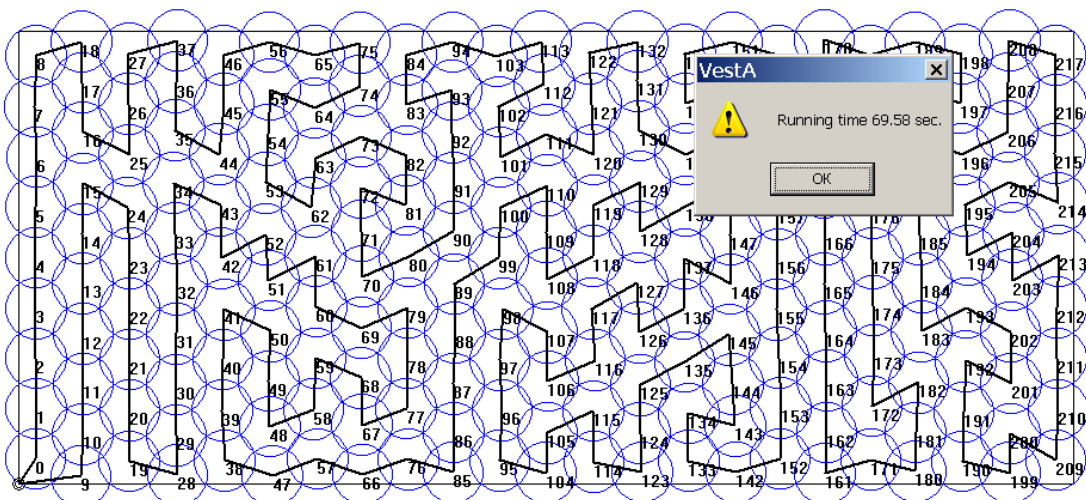


Рисунок 4 – Покриття 218 колами з оптимізованим трасуванням кільцевого типу (зменшення довжини траси 3.03%)

ВИСНОВКИ

У дисертації вирішено важливу наукову і практичну задачу розв'язання оптимізаційної задач покриття ідентичними колами довільних областей з урахуванням додаткових обмежень (технологічного характеру) на ґрунті отриманих нових теоретично обґрунтованих фундаментальних результатів, включаючи розробку конструктивних засобів математичного моделювання у вигляді нової реалізацій критерію повноти покриття на основі запропонованих функцій належності та функцій опису в аналітичному вигляді відношень покриття для трьох кіл, побудову нових математичних моделей, розробку ефективних методів генерації наближених розв'язків та схем локальної оптимізації.

Основні наукові результати дисертації:

а) розроблено засоби математичного моделювання відношень:

- між колами, що формують кругове покриття внутрішньої частини області як функції для опису в аналітичному вигляді відношень покриття для трьох кіл, яка не потребують введення допоміжних змінних;

- між колами, що формують кругове покриття та областю, що покривається, у вигляді функцій належності, нових псевдонормалізованих функцій належності та квазіфункцій належності.

б) побудовано узагальнену математичну модель задач покриття довільних областей ідентичними колами з урахуванням спеціальних обмежень на параметри розміщення об'єктів;

в) розроблено засоби генерації множини реалізацій узагальненої математичної моделі покриття, що охоплює широкий клас прикладних задач, у тому числі задач:

- мінімізації довжини дротів;
- мінімізації радіуса кіл;
- мінімізації кількості кіл;
- коригування недопустимого покриття;
- коригування недопустимого розміщення сенсорів;
- оптимізації щільності покриття;

г) розроблено метод генерації простору розв'язку перерахованих задач для допустимої стартової точки;

д) розроблено метод генерації функцій цілі перерахованих задач для допустимої стартової точки;

е) уперше здійснена постановка задачі побудови функції цілі:

- для випадку трасування кільцевих з'єднань у вигляді задачі комівояжера;
- для випадку трасування радіальних з'єднань у вигляді задачі маршрутизації;

ж) розроблено два методи побудови стартових точок для пошуку локальних екстремумів задач покриття:

– метод оптимізації за групами змінних для покриття довільних областей;

– метод секційно-регулярного покриття для прямокутних областей;

з) розроблено й реалізовано комплекс програм для розв'язання оптимізаційної задачі покриття області довільної просторової форми колами рівного радіуса, які зв'язані мережею (у тому числі з урахуванням похибок вихідних даних) та ряду важливих із практичної точки зору задач, у тому числі коригування недопустимих покриттів, мінімізацію радіуса покривних кіл, оптимізацію якості покриттів та ін.

Проведені обчислювальні експерименти переконливо підтвердили конструктивність розроблених засобів математичного моделювання відношень покриття для геометричних об'єктів й продемонстрували адекватність побудованої математичної моделі задачі покриття колами однакового радіуса області складної форми і її реалізацій, ефективність запропонованих стратегій, методів побудови стартових точок, алгоритмів генерації простору розв'язків і методів пошуку локального екстремуму оптимізаційних задач що виникають.

Слід зазначити, що більшість з отриманих у ході обчислювальних експериментів результатів не мають аналогів у світі.

Практична цінність запропонованого підходу для задач кругового покриття довільних областей, який полягає в генерації простору розв'язків задачі для допустимої стартової точки з подальшою локальною оптимізацією, наочно продемонстрована під час розв'язання тестових задач.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Антошкин А. А. Определение интервальной площади, контролируемой пожарным извещателем // Проблемы пожарной безопасности. 2000. № 7. С. 17–20.

2. Антошкин А. А., Комяк В. М., Романова Т. Е. Особенности построения математической модели задачи покрытия в системах автоматической противопожарной защиты // Радиоэлектроника и информатика. Харьков : ХНУРЭ. 2001. № 1. С. 75–78.

3. Антошкин А. А., Панкратов А. В., Пацук В. Н., Романова Т. Е., Шеховцов С. Б. Задача покрытия прямоугольной области кругами заданного радиуса // Радиоэлектроника и информатика. Харьков : ХНУРЭ. 2001. № 3. С. 31–35.

4. Антошкин А. А., Романова Т. Е. Математическая модель задачи покрытия выпуклой многоугольной области кругами с учетом погрешностей исходных данных // Проблемы машиностроения. 2002. Т. 5. № 1. С. 56–60.

5. Антошкин А. А., Романова Т. Е. Применение Ф-функций при построении математической модели задачи покрытия выпуклой многоугольной области кругами // Прикладна геометрія та інженерна графіка. 2002. Т. 16. № 4. С. 108–114.

6. Панкратов А. В., Пацук В. Н., Романова Т. Е., Антошкин А. А. Метод регулярного покрытия прямоугольной области кругами заданного радиуса // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 1(18). С. 50–52.
7. Antoshkin O., Pankratov O. Construction of optimal wire sensor network for the area of complex shape // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 6. No. 4(84). P. 45–53. [Входить до міжнародних наукометричних баз Scopus, Index Copernicus]
8. Антошкін О. А., Панкратов О.В. Узагальнена математична модель задачі покриття області ідентичними колами та її основні реалізації / Системи обробки інформації. 2019. № 1(156). С. 44–49.
9. Антошкин А.А. К вопросу об алгоритме решения задачи размещения пожарных извещателей // Актуальні проблеми сучасної науки в дослідженнях молодих вчених м. Харкова: матеріали наук.-практ. конф., 18–19 лютого 2000 р. Харків: ХНУ, 2000. С. 234–236.
10. Антошкин А.А., Комяк В.М. Учет влияния погрешности задания исходных данных при формализации задачи размещения пожарных извещателей // Современные проблемы геометрического моделирования: материалы междунар. научн.-практ. конф., 21–24 июня 2000 г. Донецк: ДонГТУ, 2000. С. 69–70.
11. Антошкин А.А. Решение задачи размещения оросителей автоматических установок пожаротушения как задачи покрытия // Об'єднання теорії та практики – запорука підвищення боєздатності оперативно-рятувальних підрозділів: матеріали всеукраїн. наук.-практ. конф., 21 березня 2013 р. Харків: НУЦЗУ, 2013. С. 314–315.
12. Антошкин А.А. Представление задачи проектирования системы автоматической противопожарной защиты как задачи покрытия // Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій: матеріали VII міжнар. наук.-практ. конф., 19–20 травня 2016 р. Черкаси: ЧПБ, 2017. С. 144–145.
13. Антошкин А.А. Использование методов геометрического проектирования для формализации дополнительных ограничений при решении задачи размещения точечных пожарных извещателей // Актуальные проблемы пожарной безопасности, предупреждение и ликвидация чрезвычайных ситуаций: материалы VII междунар. науч.-практ. конф., 13–14 октября 2016 г. Кокшетау: КТИ КЧС МВД РК, 2016. С. 8–10.
14. Антошкин А.А. Задача размещения пожарных извещателей как задача геометрического проектирования // Пожежна та техногенна безпека. Теорія, практика, інновації: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., 1-3 листопада 2016 р. Львів: ЛДУБЖД, 2016. С. 219–220.
15. Антошкин А.А. Формализация задачи оптимизации размещения пожарных извещателей с использованием аппарата ϕ -функций // Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій: матеріали VIII міжнар. наук.-практ. конф., 18-19 травня 2017 р. Черкаси: ЧПБ, 2017. С. 165–166.

16. Антошкин А.А., Панкратов А.В. Решение задачи покрытия области системой связанных кругов // Информационные системы и технологии: материалы 6-й междунар. науч.-техн. конф., 11–16 сентября 2017 г. Коблево-Харьков: ХНУРЕ, 2017. С. 126–127.

17. Антошкін О.А. Результати оптимізації вартості систем пожежної сигналізації з урахуванням додаткових обмежень // Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології: матеріали VII міжнар. наук.-практ. конф., 10–11 жовтня 2017 р. Одеса: ОДАТРЯ, 2017. С. 152–153.

18. Антошкін О.А. Стратегія рішення задачі розміщення пожежних сповіщувачів як задачі сенсорного покриття // Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем: матеріали VIII міжнар. наук.-практ. конф., 10–12 травня 2018 р. Чернівці: ЧНТУ, 2018. Т. 2. С. 182–183.

19. Антошкін О.А., Панкратов О.В. Математична модель та оптимізація для задач покриття області рівними кругами// Інформаційні системи і технології: матеріали 7-ї міжнар. наук.-техн. конф., 10–15 вересня 2018 р. Коблево-Харків:ХНУРЕ, 2018. С. 90–93.

АНОТАЦІЯ

Антошкін О. А. Математичні моделі та методи розв’язання оптимізаційних задач сенсорного покриття об’єктів контролю. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Робота присвячена розв’язанню оптимізаційних задач покриття областей складної форми ідентичними кругами, які зв’язані мережею з’єднань. Розроблено математичні засоби для моделювання відношень між геометричними об’єктами, що беруть участь у покритті і ґрунтуються на використанні нових класів функцій – функції, що моделює відношень покриття для трьох кіл, псевдонормалізованих функцій належності й функцій квазіналежності. Побудовано узагальнену математичну модель задачі, множина реалізацій якої охоплює широкий клас наукових і прикладних задач покриття області однаковими колами. Досліджено властивості моделі й запропоновано стратегію розв’язання, яка ґрунтується на методі мултистарту. Для реалізації стратегії розв’язання розроблені швидкі й ефективні алгоритми побудови стартових покриттів; методи генерації простору розв’язків і функції мети задачі по стартовій точці й реалізований програмний інтерфейс із сучасними програмними пакетами для дискретної й нелінійної оптимізації. Розроблено й реалізовано комплекс програм для розв’язання оптимізаційної задачі покриття області довільної просторової форми колами рівного радіуса, які зв’язані мережею (у тому числі з урахуванням похибок вихідних даних).

Ключові слова: математичне моделювання, оптимізація, покриття, розміщення пожежних сповіщувачів, трасування з'єднань.

АННОТАЦИЯ

Антошкин А. А. Математические модели и методы решения оптимизационных задач сенсорного покрытия объектов контроля. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2019.

Работа посвящена решению оптимизационных задач покрытия областей сложной формы идентичными кругами, связанными сетью соединений. Разработаны математические средства для моделирования отношений между геометрическими объектами, участвующими в покрытии, основанные на использовании новых классов функций – функции, моделирующей отношения покрытия для трёх кругов, псевдонормализованных функций принадлежности и функций квазипринадлежности. Построена обобщенная математическая модель задачи, множество реализаций которой охватывает широкий класс научных и прикладных задач покрытия области одинаковыми кругами. Исследованы свойства модели и предложена стратегия решения, основанная на методе мултистарта. Для реализации стратегии решения разработаны быстрые и эффективные алгоритмы построения стартовых покрытий; методы генерации пространства решений и функции цели задачи по стартовой точке и реализован программный интерфейс с современными программными пакетами для дискретной и нелинейной оптимизации. Разработан и реализован комплекс программ для решения оптимизационной задачи покрытия области произвольной пространственной формы кругами равного радиуса, которые связаны сетью (в том числе с учетом погрешностей исходных данных).

Ключевые слова: математическое моделирование, оптимизация, покрытие, размещение пожарных извещателей, трассировка соединений.

SUMMARY

Antoshkin O.A. Mathematical models and methods of solving optimization problems of sensory coverage of objects of control. – The manuscript.

The thesis for the candidate of technical sciences degree on a specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Kharkiv National University of Radio Electronics of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The work is devoted to the study and solution of optimization problems of coverage with identical circles of areas of complex shape.

New constructive mathematical tools have been developed for modeling the relationship between the circles involved in the coating, as well as between the circles and the covered area to build a mathematical model. The tools are based on the use of

well-known belonging functions and phi-functions, as well as new classes of functions — the function that formalizes the coverage relations for three circles, adjusted belonging functions and quasi-belonging functions.

A generalized mathematical model of the problem of covering with identical circles is constructed based on the tools developed in this work. As a result, the optimization problem is represented as a non-linear programming problem. The set of realizations of the model covers a wide class of scientific and applied problems of covering with circles.

A strategy has been developed for solving problems of covering with identical circles of areas of arbitrary shape, taking into account technological restrictions on the placement of circles in the form of restrictions on the minimum and maximum allowable distances and zones of prohibition. The strategy is proposed on the basis of a study of the properties of the generalized model and the current state of the software used to solve optimization problems. It uses the multi-start method to find an approximation to the global extremum by solving a sequence of local optimization problems from starting points.

To implement the strategy have being proposed and implemented:

- two effective methods for constructing admissible starting points for covering problems with circles of the same radius: an optimization method based on a greedy algorithm of optimization by variable groups to cover arbitrary areas and a section-regular covering method for rectangular areas. The first one uses of w-functions that describe in an analytical form the area of intersection of objects. The second method uses covering of the area by rectangular sections. Each of section is covered by circles placed in the nodes of a two-dimensional lattice;

- methods for generating solution space by starting point for the main implementations of the generalized model: minimizing the length of the wires, minimizing the radius of the covering circles, minimizing the number of covering circles, correcting unacceptable coverage, correcting unacceptable placement of sensors, optimizing the coverage density;

- methods of generating of objective function by the starting point for the listed in the preceding paragraph cover tasks. To generate the objective function in the problem of minimizing the length of the wires, it is necessary to solve the auxiliary combinatorial optimization problems – the traveling salesman problem for the case of ring-type connections and the routing problem for routes for the case of stub-type connections;

- the method of local optimization for the problem of non-smooth programming, based on reducing the process of solving the original problem to solving a sequence of non-linear programming problems with constraints described by inequalities with differentiable functions; C++ code interfaces with recent combinatorial VPRH optimization packages (for solving the traveling salesman and routing problems) and IPOPT (for solving local optimization problems).

The computational experiments carried out in the work convincingly confirmed the constructiveness of the developed mathematical modeling tools and demonstrated the adequacy of the constructed mathematical model of the task of covering the same radius of a region with a complex form of its implementation.

The practical significance of the results lies in the development and implementation of a set of programs for solving an optimization problem of covering an area of arbitrary spatial shape with identical circles connected by a wired network (including the possibility of accounting of the initial data errors) and a number of important tasks from a practical point of view, including adjustments of invalid coverings, minimizing the radius of the covering circles, optimizing the quality of coverings, etc. The “Vesta” program complex can be directly applied for designing systems of diagnostics, monitoring and control, housing construction, as well as reducing the time to solve these problems. The developed software package is used in the department of regulatory and technical work and control over fire protection and licensing systems of the Main Directorate of the State Emergency Situations Service of Ukraine in the Kharkiv region, “NVP Brand” Ltd as well as in the educational process of the National University of Civil Defence of Ukraine.

Key words: mathematical modeling, optimization, coverage, placement of fire detectors, connection trace.

Підписано до друку 17.09.2019 р. Формат 60х84/16.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Друк цифровий.
Ум. друк. арк. 0,9. Наклад 100 пр. Зам. № б/н.
Надруковано СПД ФО Степанов В.В., м. Харків, вул. Ак. Павлова, 311
Свідоцтво про державну реєстрацію В00 № 941249 від 28.01.2003 р.