

## ДОДАТОК А

Графічний матеріал до магістерської роботи на тему  
«Дослідження методів оптимізації транспортних перевезень»

## А.1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Таблиця А.1.1 – Загальна характеристика роботи

Тема МАР	Дослідження методів оптимізації транспортних перевезень
Актуальність	Транспортні перевезення є найбільш перспективним напрямком в діяльності будь-якого підприємства і є невід’ємною частиною економічного розвитку країни. Грамотно побудований оптимальний план перевезень дозволяє мінімізувати витрати на доставку вантажу та збільшити прибуток відповідно.
Мета досліджень	Дослідження існуючих методів оптимізації транспортних перевезень і вдосконалення математичної моделі транспортної задачі, яка має бути більш ефективною при використанні разом з існуючими методами оптимізації, шляхом введення нових обмежень.
Задачі досліджень	<ul style="list-style-type: none"> <li>- дослідження існуючих методів оптимізації транспортних перевезень</li> <li>- обґрунтування мети, формування вимог та критеріїв оптимальності до вдосконаленої математичної моделі транспортної задачі</li> <li>- розробка вдосконаленої моделі транспортної задачі</li> <li>- аналіз ефективності вдосконаленої моделі з використанням критеріїв ефективності</li> <li>- аналіз практичного використання вдосконаленої моделі транспортної задачі</li> </ul>
Об’єкт та предмет дослідження	<p>Об’єктом дослідження – процес оптимізації транспортних перевезень.</p> <p>Предмет дослідження – методи оптимізації транспортних перевезень.</p>
Наукова новизна	Розроблено вдосконалену математичну модель транспортної задачі, яка враховує якість покриття доріг та завантаженість на цих дорогах при побудові чи корегуванні плану перевезень. Дослідження вдосконаленої моделі показали, що результати є вірогідними і відповідають визначеним критеріям оптимальності.

## А.2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ

Транспортна задача – це специфічна задача лінійного програмування, застосовувана для визначення найекономічнішого плану перевезення однорідної продукції від постачальників до споживачів. Математична модель транспортної задачі має такий вигляд:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} * x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

де  $x_{ij}$  – кількість продукції, що перевозиться від  $i$ -го постачальника до  $j$ -го споживача;

$c_{ij}$  – вартість перевезення одиниці продукції від  $i$ -го постачальника до  $j$ -го споживача;

Пункти відправлення	Пункти призначення					Запаси
	$B_1$	...	$B_j$	...	$B_n$	
$A_1$	$C_{11}$	...	$C_{1j}$	...	$C_{1n}$	$a_1$
	$x_{11}$	...	$x_{1j}$	...	$x_{1n}$	
...	...	...	...	...	...	...
$A_i$	$C_{i1}$	...	$C_{ij}$	...	$C_{in}$	$a_i$
	$x_{i1}$	...	$x_{ij}$	...	$x_{in}$	
...	...	...	...	...	...	...
$A_m$	$C_{m1}$	...	$C_{mj}$	...	$C_{mn}$	$a_m$
	$x_{m1}$	...	$x_{mj}$	...	$x_{mn}$	
Потреби	$b_1$	...	$b_j$	...	$b_n$	

Рисунок А.2.1 – Вигляд початкових даних транспортної задачі

### А.3 МЕТОД ПІВНІЧНО-ЗАХІДНОГО КУТА

Ідея методу полягає у заповненні таблиці перевезень транспортної задачі починається з лівого верхнього кута, не враховуючи вартостей перевезень. У клітину записують менше з двох чисел  $a_1$  та  $b_1$

Далі переходять до наступної клітинки в цьому ж рядку або у стовпчику і заповнюють її і так далі. Закінчують заповнення даної таблиці у правій нижній клітинці.

Пункти відправлення	Пункти призначення					Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	
$A_1$	2	3	4	2	4	140
$A_2$	8	4	1	4	1	180
$A_3$	9	7	3	7	2	160
Потреби	60	70	120	130	100	480

Рисунок А.3.1 – Початкові дані для методу північно-західного кута

Пункти відправлення	Пункти призначення					Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	
$A_1$	2	3	4	2	4	140
	60	70	10			
$A_2$	8	4	1	4	1	180
			110	70		
$A_3$	9	7	3	7	2	160
				60	100	
Потреби	60	70	120	130	100	480

Рисунок А.3.2 – Опорний план перевезення за методом північно-західного кута

$$Z = 60 \cdot 2 + 70 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 110 \cdot 1 + 70 \cdot 4 + 60 \cdot 7 + 100 \cdot 2 = 1380.$$

#### А.4 МЕТОД МІНІМАЛЬНОЇ ВАРТОСТІ

Ідея методу мінімального елемента полягає в тому, що на кожному кроці заповнюють клітинку таблиці, яка має найменшу вартість перевезення одиниці продукції.

Такі дії повторюють до тих пір, поки не буде розподілено всю продукцію між пунктами відправлення і пунктами призначення.

Пункти відправлення	Пункти призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	7	8	1	2	160
$A_2$	4	5	9	8	140
$A_3$	9	2	3	6	170
Потреби	120	50	190	110	470

Рисунок А.4.1 – Початкові дані для методу мінімальної вартості

Пункти відправлення	Пункти призначення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	7	8	1	2	160
			160		
$A_2$	4	5	9	8	140
	120			20	
$A_3$	9	2	3	6	170
		50	30	90	
Потреби	120	50	190	110	470

Рисунок А.4.2 – Опорний план перевезення за методом мінімальної вартості

$$Z = 120 \cdot 4 + 50 \cdot 2 + 160 \cdot 1 + 3 \cdot 30 + 20 \cdot 8 + 90 \cdot 6 = 1530.$$

## А.5 МЕТОД ПОТЕНЦІАЛІВ

Для знаходження оптимального плану транспортної задачі необхідно спочатку визначити опорний план перевезень з допомогою методу північно-західного кута чи методу мінімального елемента, які було розглянуто у попередніх підрозділах.

Теорема: Якщо  $Z^*$  – деякий опорний план транспортної задачі, для якого виконуються наступні обмеження, а саме:

$$\beta_j + \alpha_i = C_{ij} \text{ для } x_{ij} > 0 \quad (2)$$

$$\beta_j + \alpha_i \leq C_{ij} \text{ для } x_{ij} = 0 \quad (3)$$

тоді даний опорний план є оптимальним.  $\alpha_i; \beta_j$  – називаються потенціалами пунктів відправлення та пунктів призначення.

Для прикладу оптимізації плану перевезень методом потенціалів було обрано опорний план, побудований за методом мінімальної вартості, наведений на плакаті 4.

Пункти відправлення	Пункти відправлення				Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	7	8	1	2	160
			50	110	
$A_2$	4	5	9	8	140
	120	20			
$A_3$	9	2	3	6	170
		30	140		
Потреби	120	50	190	110	470

Рисунок А.5.1 – Оптимальний план перевезень

$$Z = 50 \cdot 1 + 110 \cdot 2 + 120 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 2 + 140 \cdot 3 = 1330.$$

## А.6 КРИТЕРІЇ ОПТИМАЛЬНОСТІ ВДОСКОНАЛЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ

Таблиця А.6.1 – Критерії оптимальності вдосконаленої математичної моделі транспортної задачі

Критерій	Спосіб обчислення
Вартість вантажного перевезення (для скорегованого маршруту)	$C_{ij} \rightarrow \min$ <p style="text-align: center;">або</p> $C_{ij(\text{після корегування})} - C_{ij} \leq 10\%$ <p>де <math>i</math> – постачальник; <math>j</math> – споживач</p>
Мінімум транспортної роботи в тонно-кілометрах	$Z_{\text{після корегування}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} * x_{ij} \rightarrow \min$ <p style="text-align: center;">або</p> $Z_{\text{після корегування}} - Z \leq 10\%$ <p>де <math>x_{ij}</math> – кількість продукції, що перевозиться від <math>i</math>-го постачальника до <math>j</math>-го споживача; <math>c_{ij}</math> – вартість перевезення одиниці продукції від <math>i</math>-го постачальника до <math>j</math>-го споживача; <math>a_i</math> – запаси продукції <math>i</math>-го постачальника; <math>b_j</math> – попит на продукцію <math>j</math>-го споживача.</p>

## А.7 ВДОСКОНАЛЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ

Вдосконалення моделі орієнтовано на оперативне корегування маршрутів за урахуванням якості і пропускної здатності доріг. Тобто, пошук альтернативного шляху до місця призначення та перерахування вартості доставки вантажу. Визначимо параметри математичної моделі. Вхідними є наступні параметри:

$$T = \{M, S, G, Q, C\}, \quad (4)$$

де  $M$  – сукупність маршрутів;

$S$  – довжина шляху;

$G$  – пропускна здатність шляху;

$Q$  – якість покриття шляху;

$C$  – вартість доставки від  $i$ -го постачальника до  $j$ -го споживача.

Вартість доставки за альтернативним маршрутом представлена у наступному вигляді:

$$C_{\text{доставки}} = (F * S * P) + R, \quad (5)$$

де  $F$  – середня витрата палива;

$S$  – відстань;

$P$  – вартість 1л палива;

$R$  – інші витрати.

Середня витрата палива  $F$  залежать від максимально дозволеної швидкості транспортного засобу на  $i$ -у шляху  $V_{max}$ , яка в свою чергу залежить від пропускної здатності цього маршруту  $G$  та якості його покриття  $Q$ .

## А.8 КОЕФІЦІЕНТИ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ТА ЯКІСТІ ПОКРИТТЯ ДОРІГ

Пропускна здатність  $G$   $i$ -го шляху характеризується коефіцієнтами, які розраховуються спеціальними експертами та представляються у вигляді таблиці.

Таблиця А.8.1 – Приклад коефіцієнтів пропускної здатності шляху

Сезон року	Коефіцієнт пропускної здатності ( $G_i$ ) на $i$ -му шляху			
	1	2	3	4
Літо	0,99	0,91	0,98	0,99
Осінь	0,75	0,6	0,83	0,87
Зима	0,6	0,4	0,55	0,78
Весна	0,99	1	0,79	0,93

Отримати інформацію щодо стану доріг з GoogleMaps можливо абсолютно безкоштовно за наявності особистого аккаунта. Інформація про стан дороги характеризується 4-ма станами (аварійний, незадовільний, задовільний, нормальний) та відповідним діапазоном коефіцієнтів:

$$Q_{\text{ділянки дороги}}^f = \begin{cases} \text{аварійний, якщо } 0 \leq Q < 0,25; \\ \text{незадовільний, якщо } 0,25 \leq Q < 0,5; \\ \text{задовільний, якщо } 0,5 \leq Q < 0,75; \\ \text{задовільний, якщо } 0,75 \leq Q < 1. \end{cases} \quad (6)$$

## А.9 ВИТРАТИ ПАЛИВА

Щоб отримати витрати палива, необхідно розрахувати середню швидкість  $V_{sr}$  транспортного засобу на усіх ділянках  $i$ -го маршруту з урахуванням максимальної швидкості та коефіцієнтів якості та пропускної здатності ділянок:

$$V_{sr} = \sum_{i=1}^n V_{max} * G * Q, \quad (7)$$

де  $V_{max}$  – максимально допустима швидкість на  $i$ -й ділянці шляху;

$G$  – коефіцієнт пропускної здатності на  $i$ -й ділянці шляху;

$Q$  – коефіцієнт якості покриття на  $i$ -й ділянці шляху.

Таким чином, маючи показник середньої швидкості проходження усіх ділянок доріг, середня витрата палива  $F$  отримуються з таблиці, де вказані витрати палива для транспортного засобу залежно від швидкості.

Таблиця А.9.1 – Приклад середньої витрати палива

Швидкість, км/год	Середня витрата палива транспортного засобу ( $F_i$ ), л/100 км		
	1	2	3
< 60	25	27	21
60 – 80	20	25	14
> 80	15	19	11

Отже, отримавши усі важливі показники такі як  $S, G, Q$  для альтернативного маршруту, необхідно розрахувати вартість доставки, застосувавши ці показники до формули та порівняти результат з вартістю початкового маршруту згідно визначеним критеріями оптимальності.

## А.10 БАЗОВИЙ АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

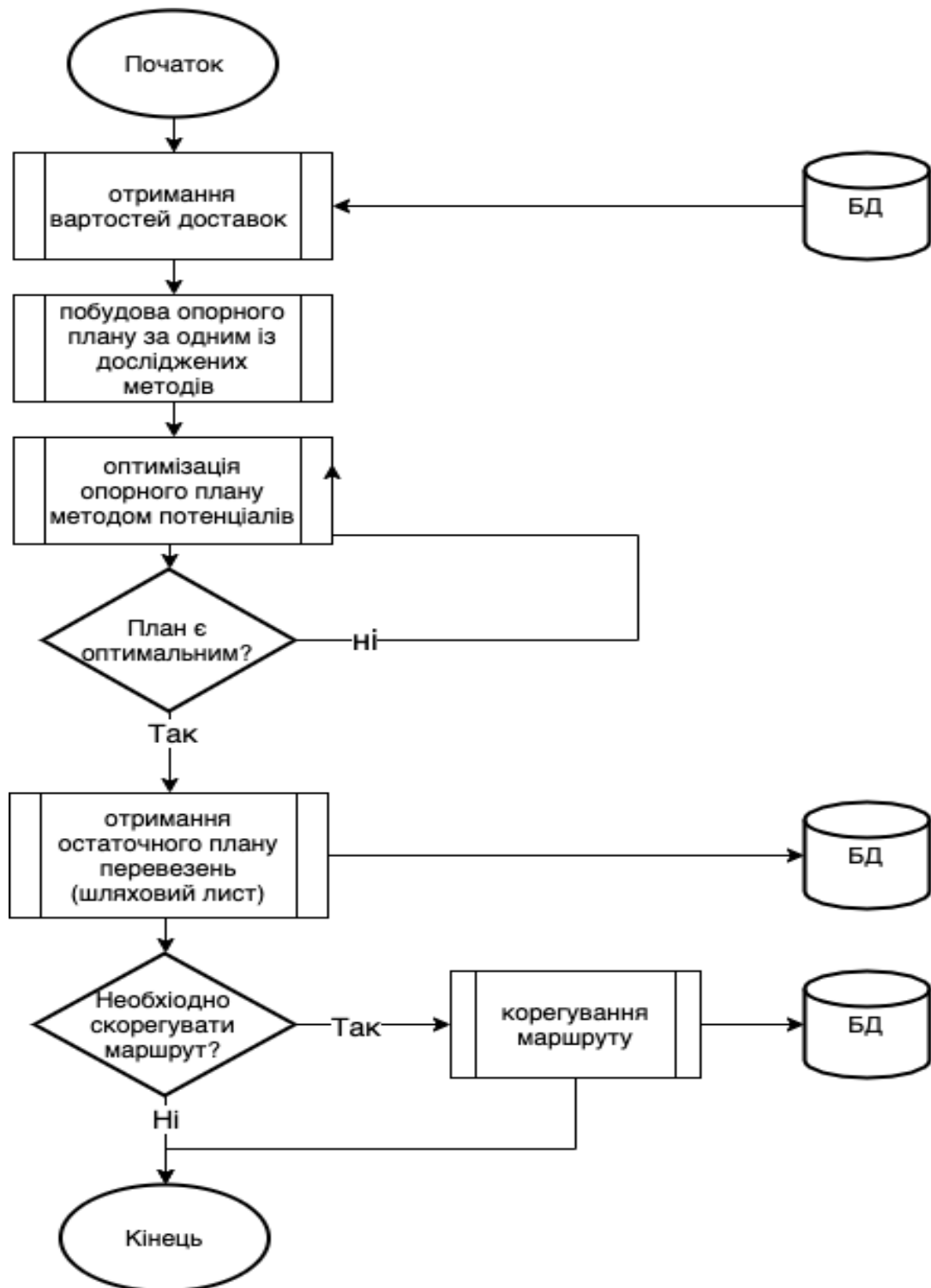


Рисунок А.10.1 – Базовий алгоритм оптимізації транспортних перевезень

## 11 АЛГОРИТМ КОРЕГУВАННЯ МАРШРУТУ З ВИКОРИСТАННЯМ ВДОСКОНАЛЕНОЇ МОДЕЛІ

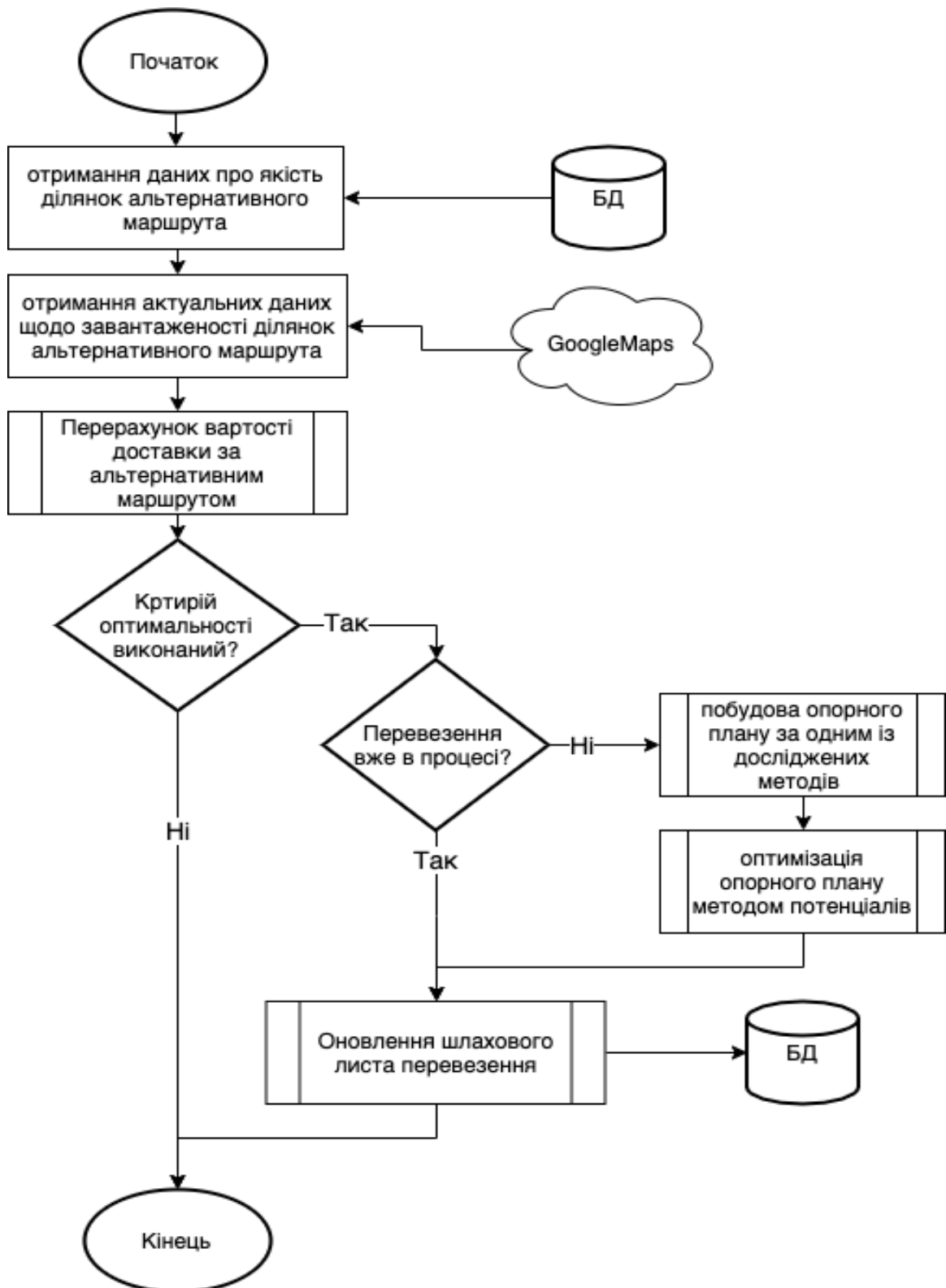


Рисунок А.11.1 – Алгоритм корегування маршруту

## А.12 ОПИС ЕКСПЕРИМЕНТУ З ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Для проведення розрахунків та аналізу результатів ефективності, будуть використанні реальні дані щодо вартості та середніх витрат палива тощо, які використовуються на автотранспортних підприємствах, які займаються перевезеннями по території країни.

Першим етапом оптимізації транспортних перевезень є отримання усіх початкових даних щодо потреб споживачів та запасів складів, дані щодо маршрутів, якими можливо доставити вантаж та вартість їх доставки та тариф, залежно від потреб споживачів.

Таблиця А.12.1 – Початкові дані щодо потреб споживачів та запасів складів.

	Споживач1	Споживач2	Споживач3	Запаси
Постачальник1				92
Постачальник2				25
Постачальник3				70
Потреби	63	87	37	

Таблиця А.12.2 – Дані маршрутів та тарифів перевезення, якими можливо доставити вантажі між кожним постачальником та споживачем.

Від постачальника	До споживача	Витрата палива (F), л/100 км	Відстань (S), км	Вартість палива (P), за 1л	Вартість доставки (C <sub>доставки</sub> )	Потреби	Тариф (C) за 1 одиницю товару	перевезення
Постачальник1	Споживач1	20	500	32	3200	63		50,8
Постачальник1	Споживач2	28	450		4032	87		46,3
Постачальник1	Споживач3	18	700		4032	37		108,8
Постачальник2	Споживач1	23	200		1472	63		23,4
Постачальник2	Споживач2	30	150		1440	87		16,5
Постачальник2	Споживач3	29	210		1948,8	37		52,7
Постачальник3	Споживач1	19	305		1854,4	63		29,4
Постачальник3	Споживач2	25	401		3208	87		36,9
Постачальник3	Споживач3	27	333		2877,2	37		77,7

Таблиця А.12.3 – Матриця тарифів

	Споживач1	Споживач2	Споживач3	Запаси
Постачальник1	50,8	46,3	108,8	92
Постачальник2	23,4	16,5	52,7	25
Постачальник3	29,4	36,9	77,7	70
Потреби	63	87	37	

Таблиця А.12.4 – Оптимальний план перевезень

	Споживач1	Споживач2	Споживач3	Запаси
Постачальник1	50,8 [5]	46,3 [87]	108,8	92
Постачальник2	23,4	16,5	52,7 [25]	25
Постачальник3	29,4 [58]	36,9	77,7 [12]	70
Потреби	63	87	37	

Таким чином, мінімальні затрати становитимуть:  $Z = 50 * 8,5 + 46,3 * 87 + 52,7 * 25 + 29,4 * 58 + 77,7 * 12 = 8437,2$ .

Припустимо, що, з'явилася інформація, що на одному із маршрутів трапилася масштабна аварія та ціла ділянка шляху перекрита на ремонтні роботи. А на іншій дорозі сильно погіршилися погодні умови, завдяки яким здійснення перевезення може бути дуже ризикованим та небезпечним.

Ці ділянки проходять по маршруту перевезення від першого постачальника (Постачальник1) до першого споживача (Споживач1) та від Постачальника3 до Споживача2.

Таблиця А.12.5 – Дані альтернативних маршрутів

Перевезення	Альтернативні ділянки маршруту	Відстань ( $S$ ), км	Максимальна швидкість ( $V_{\max}$ ), км/год	Коефіцієнт пропускної здатності ( $G$ )	Коефіцієнт якості покриття ( $Q$ )
Постачальник1-Споживач1	ділянка1	220	90	1	1
	ділянка2	330	87	0,9	0,92
Постачальник3-Споживач2	ділянка3	170	75	0,85	0,72
	ділянка4	260	70	0,9	0,7

Таблиця А.12.6 – Перерахована вартість доставки та тариф перевезення для альтернативних маршрутів

Перевезення	Альтернативна відстань ( $S$ ), км	Середня швидкість ( $V_{sr}$ ), км/год	Витрата палива ( $F$ ), л/100 км	Вартість палива ( $P$ ), за 1л	Вартість доставки ( $C_{доставки}$ )	Потреби	Тариф перевезення ( $C$ ) за 1 одиницю товару
Постачальник1-Споживач1	550	81	15	32	2640	63	41,9
					3440	87	39,5
Постачальник3-Споживач2	430	45	25	32	3440	87	39,5
					3440	87	39,5

Припустимо, що процес перевезень ще не почався, та маючи нові перераховані тарифи перевезень для альтернативних маршрутів, у цьому випадку необхідно заново побудувати оптимальний план перевезень за існуючими методами за порівняти сумарні витрати за визначеними критеріями. Новий опорний план після корегування маршрутів та перерахунку тарифів перевезень відповідно наведений у таблиці 11.

Таблиця А.12.7 – Оптимальний план перевезень після корегування маршрутів

	Споживач1	Споживач2	Споживач3	Запаси
Постачальник1	41,9 [5]	46,3 [87]	108,8	92
Постачальник2	23,4	16,5	52,7 [25]	25
Постачальник3	29,4 [58]	39,5	77,7 [12]	70
Потреби	63	87	37	

Таким чином, мінімальні затрати для скорегованого плану перевезень становитимуть:

$$Z_{\text{після корегування}} = 41,9 * 8,5 + 46,3 * 87 + 52,7 * 25 + 29,4 * 58 + 77,7 * 12 = 8192,7.$$

### 13 ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ВДОСКОНАЛЕНОЇ МОДЕЛІ

Таблиця А.13.1 – Результати обчислення критерія ефективності щодо вартості скорегованих перевезень для початкового та скорегованого планів перевезень відповідно

Критерій	Спосіб обчислення	Перевезення	Початковий тариф	Перерахований тариф	Відношення %
Вартість вантажного перевезення для скорегованого маршруту	$C_{ij} \rightarrow \min$ або $C_{ij}(\text{після корегування}) - C_{ij} \leq 10\%$	Постачальник1 -Споживач1	50,8	41,9	- 18 %
		Постачальник3 -Споживач2	36,9	39,5	+ 7 %

Таблиця А.13.2 – Результати обчислення критерія ефективності щодо сумарних затрат для початкового та скорегованого планів перевезень відповідно

Критерій	Спосіб обчислення	Початкова вартість	Перерахована вартість	Відношення, %
Мінімум транспортної роботи в тонно-кілометрах	$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} * x_{ij} \rightarrow \min$ <p style="text-align: center;">або</p> $Z_{\text{після корегування}} - Z \leq 10\%$	8437,2	8192,7	- 3 %

## А.14 АПРОБАЦІЯ ВДОСКОНАЛЕНОГО МЕТОДА НА ПРАКТИЦІ ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ

Київ ▾

Увійти UA ▾

**Авторизація**

Рисунок А.14.1 – Веб-інтерфейс авторизації

Київ ▾ Побудувати план перевезень Скорегувати план перевезень Іван Іванов Вийти UA ▾

**Заповніть матрицю тарифів перевезень**

	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Запаси
Постачальник 1	50,8	46,3	108,8	92
Постачальник 2	23,4	16,5	52,7	25
Постачальник 3	29,4	36,9	77,7	70
Потреби	63	87	37	

Рисунок А.14.2 – Веб-інтерфейс побудови плану перевезень

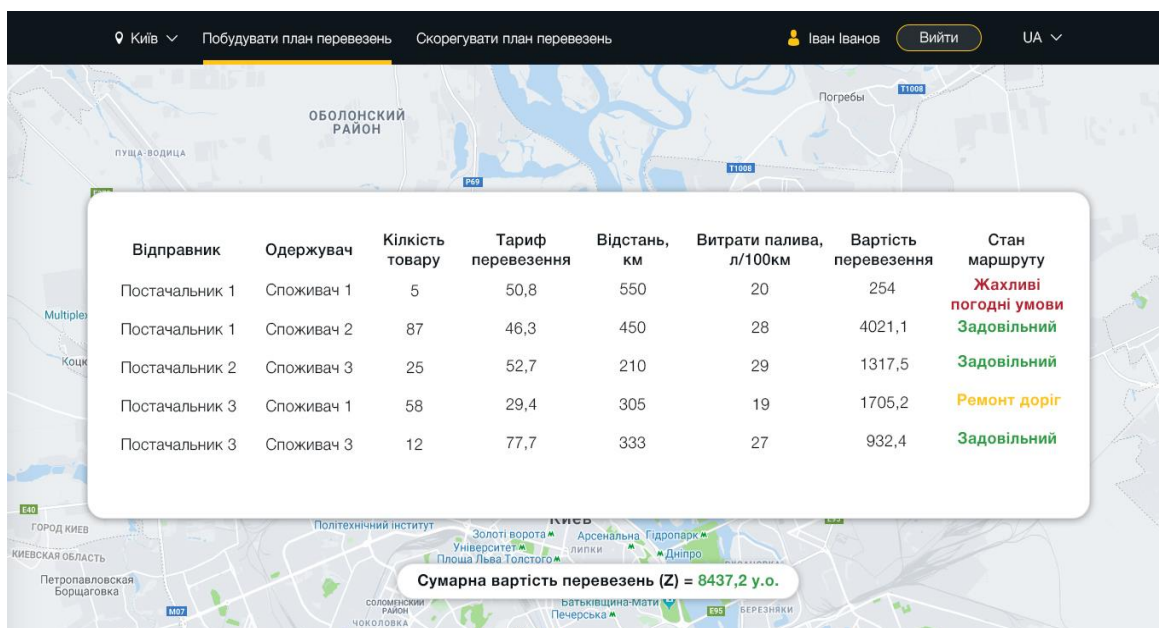
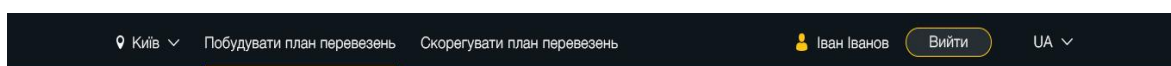


Рисунок А.14.3 – Веб-інтерфейс побудованого плану перевезень



Сумарна вартість перевезень (Z) = 8437,2 у.о.

## Альтернативний маршрут

Постачальник 1 | Дорога 1 | Дорога 2 | Споживач 1

Дорога	Відстань, км	Швидкість, км/год	Коефіцієнт пропускної здатності	Коефіцієнт якості покриття
Дорога 1	220	90	0,89	1
Дорога 2	330	87	0,92	0,9

## Показники до корегування та після

Відстань До, км	Відстань Після, км	Витрати палива До, л/100км	Витрати палива Після, л/100км	Тариф До	Тариф Після	Відношення тарифів, %
500	550	20	15	50,8	41,9	-18%

Зберегти маршрут

Рисунок А.14.4 – Веб-інтерфейс пошуку альтернативного шляху

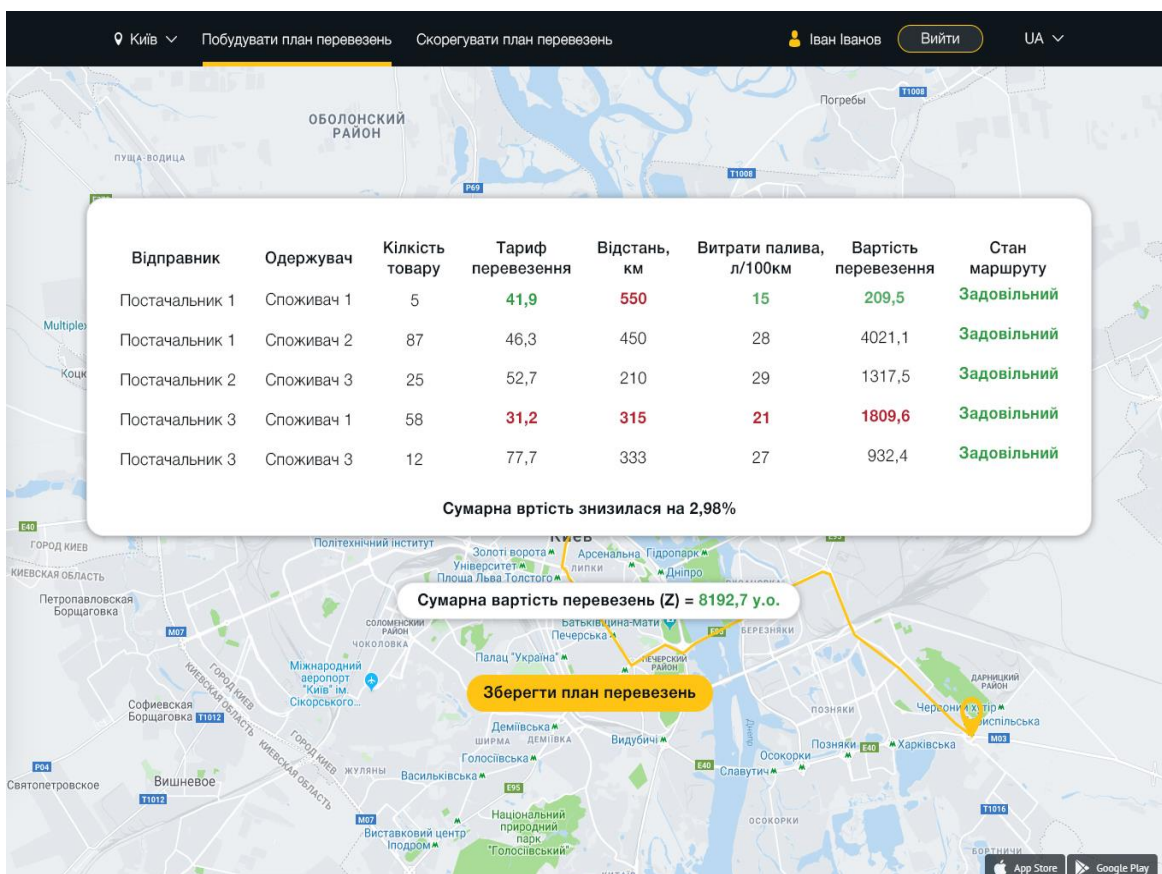


Рисунок А.14.5 – Веб-інтерфейс оновленого плану перевезень після корегування певних маршрутів