МОДЕЛЬ АРСПССЭ, МЕТОД «ГУСЕНИЦА»-SSA – АРПССЭ И ДМП ДЛЯ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИГНАЛОВ

Щелкалин В.Н.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, каф. прикладной математики, тел. (057) 702-13-35,
E-mail: vitalii.shchelkalin@gmail.com

In presented work the further development of technique for models constructing, technique of Box–Jenkins, and improvement of themselves autoregression – integrated moving average models (ARIMA), designed about forty years ago and remaining in present time as one of the most efficient models for modeling, exceeding their own rivals on whole row of criterions such as: economy on parameters quantity, labour content of models building algorithm and resource–density of their realization, on formalization and automation is produced. An economical algorithm of digital modeling of a wide class of radiosignal causal processes is presented. A novel models founded on joint use of the Box-Jenkins method (ARIMA models) and "Caterpillar"-SSA method is developed.

Введение. Развитие теории цифрового моделирования и моделирования вообще определяется степенью математического описания процессов и явлений, имеющих место в различных отраслях науки и техники. В работе предложены автором математические модели и методы для цифрового моделирования радиосигналов, имеющие различный уровень сложности и описания, основанные на совместном использовании идей метода «Гусеница»-SSA и метода Бокса-Дженкинса.

Радиотехнические процессы обладают рядом специфических свойств, главными из которых являются их разнообразная статистическая природа и высокая скорость протекания. Достоверному цифровому моделированию радиосигналов препятствуют: случайные искажения радиосигнала при распространении через турбулентную среду, неизбежное наличие разнообразных внешних и внутренних помех, в связи с чем происходит случайная модуляция радиосигналов по амплитуде, частоте и фазе. Поэтому возникает необходимость при разработке цифровых моделей уделять значительное внимание нахождению алгоритмов для формирования на ЭВМ широкого класса случайных процессов, составляющих основу математических моделей радиосигналов, радиопомех и различных флуктуаций в радиотехнике.

В настоящее время к недостаткам цифрового моделирования следует отнести сравнительно невысокое быстродействие и малый уровень формализации и автоматизируемости. В связи с этим основным направлением при разработке методов цифрового моделирования радиосистем является нахождение цифровых моделей наиболее удобных для реализации на ЭВМ и наиболее эффективных с точки зрения выбранного критерия, в качестве которого обычно используется критерий минимума вычислительных затрат при заданной точности моделирования.

Предлагаемые математические модели и методы

Метод «Гусеница»-SSA – АРПССЭ. Суть концепции стандартизованного представления радиосигналов состоит в декомпозиции процесса на базовую $u^S_{k\Delta t}$ и остаточную $u^R_{k\Delta t}$ составляющие, которая имеет аддитивный характер $u_{k\Delta t} = u^S_{k\Delta t} + u^R_{k\Delta t}$. В предлагаемом вероятностно-детерминированном описании радиосигналов базовая составляющая представляется выражением метода «Гусеница»-SSA, а вероятностная моделью АРПССЭ

Предлагаемое для моделирования радиосигналов выражение метода «Гусеница»-SSA – АРПССЭ имеет следующий вид [1, 2]:

$$\hat{u}_{k\Delta t} = \hat{u}^{SSA}_{k\Delta t} + \sum_{i=1}^{N} \frac{b^i_{n_{b^i}}(q)}{a^i_{n_{a^i}}(q)} \cdot x^i_{k\Delta t - m_i \Delta t} + \frac{c^{\Pi}_{n_c^{\Sigma}}(q)}{d^{\nabla}_{n_d^{\nabla}}(q)} \cdot e_{k\Delta t}, \qquad (1)$$

в которой $u^R_{k\Delta t} = \sum_{i=1}^{N} \frac{b^i_{n_{b^i}}(q)}{a^i_{n_{a^i}}(q)} \cdot x^i_{k\Delta t - m_i \Delta t} + \frac{c^{\Pi}_{n_c^{\Sigma}}(q)}{d^{\nabla}_{n_d^{\nabla}}(q)} \cdot e_{k\Delta t}$ - АРПССЭ модель остаточной составляющей, где q – оператор сдвига по времени на одну единицу назад, такой что $q^i x_{k\Delta t} = x_{k\Delta t - i\Delta t}$, N – количество экзогенных переменных; $m_i \Delta t$ – задержка i-го экзогенного временного ряда $x^i_{k\Delta t}$ по времени относительно моделируемого временного ряда $u_{k\Delta t}$; $a^i_{n_{a^i}}(q)$, $b^i_{n_{b^i}}(q)$ – полиномы от q степеней n_{a^i} и n_{b^i} соответственно; $c^{\Pi}_{n_c^{\Sigma}}(q) = c^1_{n_c^1}(q^{s_1}) \cdot c^2_{n_c^2}(q^{s_2}) \times \ldots \times c^{n_s}_{n_c^{n_s}}(q^{s_{n_s}}) = \prod_{i=1}^{n_s} c^i_{n_c^i}(q^{s_i})$ – полином q^{s_i} степени n_c^i, определяющий составляющую скользящего среднего периодической компоненты с периодом s_i, $n_c^{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n_s} n_c^i \cdot s_i$; $d^{\nabla}_{n_d^{\nabla}}(q) = d^{\Pi}_{n_d^{\Sigma}}(q) \nabla^{D_1}_{s_1} \nabla^{D_2}_{s_2} \ldots \nabla^{D_{n_s}}_{s_{n_s}} d^1_{n_d^1}(q^{s_1}) \cdot d^2_{n_d^2}(q^{s_2}) \cdot \ldots \times$ $\times\, d^{n_s}_{n_d^{n_s}}(q^{s_{n_s}}) \nabla^{D_1}_{s_1} \nabla^{D_2}_{s_2} \ldots \nabla^{D_{n_s}}_{s_{n_s}} = \prod_{i=1}^{n_s} d^i_{n_d^i}(q^{s_i}) \nabla^{D_1}_{s_1} \nabla^{D_2}_{s_2} \ldots \nabla^{D_{n_s}}_{s_{n_s}}$, $n_d^{\nabla} = n_d^{\Sigma} + \sum_{i=1}^{n} D_i \cdot s_i$, $d^{\Pi}_{n_d^{\Sigma}}(q) = d^1_{n_d^1}(q^{s_1}) \cdot d^2_{n_d^2}(q^{s_2}) \times \ldots \times d^{n_s}_{n_d^{n_s}}(q^{s_{n_s}}) = \prod_{i=1}^{n_s} d^i_{n_d^i}(q^{s_i})$ – полином от q^{s_i} степени n_d^i, определяющий составляющую авторегрессии сезонной компоненты с периодом s_i, $n_d^{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n_s} n_d^i \cdot s_i$; $e_{k\Delta t}$ – остаточные ошибки модели: D_i – порядок взятия разности s_i; ∇_{s_i} и q^{s_i} – упрощающие операторы такие, что $\nabla_{s_i} u_{k\Delta t} = \left(1 - q^{s_i}\right) \cdot u_{k\Delta t} = u_{k\Delta t} - u_{k\Delta t - s_i \Delta t}$.

В отличии от модели АРПССЭ такая вероятностно-детерминированная модель «Гусеница»-SSA – АРПССЭ использует модель АРПССЭ только для моделирования и прогнозирования остаточной составляющей $u^R_{k\Delta t}$, в то время как ранее моделью АРПССЭ моделировался весь случайный процесс. Однако радиосигналы, являются неоднородными, нестационарными случайными процессами с полигармоничными, полиномиальными и стохастическими трендами, модулированными по амплитуде и частоте, имеющими сложную корреляционную структуру. Поэтому для адекватного описания таких процессов моделями АРПССЭ временные ряды приводятся к стационарному виду путём взятия первых разностей, максимум вторых. Поэтому метод сезонной АРПССЭ удовлетворительно моделирует и прогнозирует временные ряды только относительно простой структуры, а при взятии разностей более высокого порядка терялась устойчивость модели. Таким образом, использование выражения (1) для моделирования радиосигналов повышает устойчивость модели и её точность и позволяет моделировать сигналы, модулированные по амплитуде и частоте.

Модель авторегресси – спектрально проинтегрированного скользящего среднего с экзогенными переменными (АРСПССЭ). Однако для получения из выражения (1) модели, метод “Гусеница”-SSA в дальнейшем было предложено использовать лишь для предварительной структурной идентификации и грубой параметрической идентификации так называемого интегрирующего полинома от оператора задержки предлагаемой модели или для коинтегрирования в случае моделирования с экзогенными переменными, а также для грубой структурной и параметрической идентификации полинома от оператора задержки, наличие которого отличает более общую полиномиальную модель от модели Бокса-Дженкинса, структура и коэффициенты которого сначала равны коэффициентам рекуррентной модели прогнозирования метода “Гусеница”-SSA [1, 2]:

$$w^u_{k\Delta t} = \frac{b^u_{n_{b^u}}(q)}{a^u_{n_{a^u}}(q)} \cdot u_{(k-1)\Delta t} + \sum_{i=1}^{N} \frac{b^{w^{u\,i}}_{n_{w^u}{}_{b^i}}(q)}{a^{w^{u\,i}}_{n_{w^u}{}_{a^i}}(q)} \cdot x^i_{k\Delta t - m_i \Delta t} + \frac{c^{w^{u\,\Pi}}_{n_{w^u}{}^{\Sigma}_{c}}(q)}{d^{w^{u\,\nabla}}_{n_{w^u}{}^{\nabla}_{d}}(q)} \cdot e^{w^u}_{k\Delta t};$$

$$u_{k\Delta t} = f^p(q) \cdot w^u_{k\Delta t} + \sum_{i=1}^{N} \frac{b^i_{n_{b^i}}(q)}{a^i_{n_{a^i}}(q)} \cdot x^i_{k\Delta t - m_i \Delta t} + \frac{c^{\Pi}_{n^{\Sigma}_c}(q)}{d^{\nabla}_{n^{\nabla}_d}(q)} \cdot e_{k\Delta t}; \tag{2}$$

$$f^{x_i}(q) \cdot \omega(q) \cdot x^j_{k\Delta t} = \frac{c^{x^{j\,\Pi}}_{n_{x^j}{}^{\Sigma}_{c}}(q)}{d^{x^{j\,\nabla}}_{n_{x^j}{}^{\nabla}_{d}}(q)} \cdot e^{x^j}_{k\Delta t},\ j = \overline{1, N},$$

где $w^u_{k\Delta t}$ – аппроксимация временным рядом $u_{k\Delta t}$ и экзогенными временными рядами $x_{k\Delta t}^{j}$, $j = \overline{1, N}$ временного ряда $w^u_{k\Delta t}$ при помощи модели сезонной АРПССЭ (АРССЭ, АРПЭ или АРЭ), изначально полученного методом “Гусеница”-SSA, а впоследствии подстраиваемого оптимизационным методом при конкурентном обучении модели; $\omega(q)$ – интегрирующий полином, в общем случае рациональной структуры, переводящий временной ряд $x^j_{k\Delta t}$ во временной ряд $w^{x^j}_{k\Delta t}$ – аппроксимация временного ряда $w_{x^j}{}^{N+1}_{k\Delta t}$ моделью АРПСС; начальные грубые значения коэффициентов полиномов $f^p(q)$, $f^{x_i}(q)$ и их количество берутся равными коэффициентам f^p_j и $f^{x_i}_j$, $j = \overline{1, N}$ моделей рекуррентного SSA-прогнозирования $u^{SSA}_{k\Delta t}(i) = \sum_{j=1}^{L^u - 1} f^u_j \cdot w^{u\,N+1}_{(t+i-j)\Delta t}$ и $x^{l\,SSA}_{k\Delta t}(i) = \sum_{j=1}^{L^{x^l} - 1} f^{x^l}_j \cdot w^{x^{l\,N+1}}_{(t+i-j)\Delta t}$ соответственно; L^u и L^{x_i}, $i = \overline{1, N}$ – соответствующие длины окон; а затем итерационно подстраивать вместе с остальными коэффициентами модели (2) при помощи метода Левенберга-Марквардта.

Декомпозиционный метод прогнозирования (ДМП) и декомпозиционная ИНС. Возвращаясь к модели (2) предложено в выражениях (2) идентифицировать и строить АРПССЭ (АРССЭ, АРПЭ или АРЭ) модели не ряда $w^u_{k\Delta t}$ и соответственно рядов $w^{x^i}_{k\Delta t}$, $i = \overline{1, N}$, полученных на четвёртом этапе диагонального усреднения метода «Гусеница»-SSA матриц Z^i, $i = \overline{1, N+1}$, состоящих из K столбцов от $(i-1) \cdot K$-го до $i \cdot K - 1$-го матрицы Z, где $Z = \widetilde{Z}^i + \ldots + \widetilde{Z}^j$ – сумма матриц разложения $\widetilde{Z}^i = \left(U^i \cdot \left(U^i\right)^T \cdot X_1 \quad U^i \cdot \left(U^i\right)^T \cdot X_2 \quad \ldots \quad U^i \cdot \left(U^i\right)^T \cdot X_N \quad U^i \cdot \left(U^i\right)^T \cdot Y^u \right)$, отобранных стандартным анализом собственных чисел траекторной матрицы в методе “Гусеница”-SSA, а идентифицировать и строить АРПССЭ (АРССЭ, АРПЭ или АРЭ) модели или другие более подходящие математические модели каждого из временных рядов $w^{(j)}_{k\Delta t}$ диагонального усреднения подматриц $\widetilde{Z}^{j\,i}$, $i = \overline{1, L^u}$, состоящих из K столбцов от $(j-1) \cdot K$-го до $j \cdot K - 1$-го матрицы $\widetilde{Z}^i$, $i = \overline{1, L^u}$. Таким образом, потенциально можно сформировать $L^y \times (N+1)$ временных рядов разложения (компонент) исходного моделируемого временного ряда и экзогенных временных рядов (или $L^u \times (N+1)$ временных рядов факторных векторов, временные затраты на вычисление которых меньшие), подлежащих, как было указанно выше, моделированию, после отбора из этих компонент конструктивных и удаления деструктивных. Однако нет необходимости формировать все $L^u \times (N+1)$ моделей, а формируются только значимые, т.е. моделирующие конструктивные компоненты, отобранные, например, алгоритмом быстрого ортогонального поиска. При этом столбцами рабочей матрицы алгоритма являются значения полученных методом «Гусеница»-SSA компонент разложения моделируемого и экзогенных временных рядов, исходные значения моделируемого и экзогенных временных рядов, а также их задержки вплоть до m-той (где значение m предлагается выбирать не более 3). Эта процедура необходима для формирования передаточной функции АРПССЭ модели второго слоя предлагаемой модели. Построение же моделей конструктивных компонент необходима, для дальнейшего использования их как гребёнки фильтров, широко применяемой в задачах моделирования радиосигналов [3]. Также в [3] предложена архитектура декомпозиционной ИНС.

Заключение. Таким образом, для получения адекватных математических моделей радиосигналов необходимо комбинировать модели с разными структурами. Подводя итоги описанным выше преимуществам предлагаемых математических моделей, еще раз следует отметить, что основная идея состоит в эффекте синергии, который возникает в результате комбинированного применения идей двух методов: метода “Гусеница”-SSA и метода Бокса-Дженкинса и заключается в повышении устойчивости и точности конечной модели. Преимуществом предлагаемых методик построения моделей также является их строгая формализация и, следовательно, возможность полной автоматизации всех этапов построения и использования модели.

Литература.

1. Щелкалин В.Н., Тевяшев А.Д. Методика построения комбинированных математических моделей для описания и прогнозирования широкого класса физиологических и психофизиологических процессов [Текст] : сборник трудов первой Международной научно-практической конференции “Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования в физиологии и медицине”, 23 – 26 апреля 2010 г. Санкт-Петербург, Россия / под ред. А.П. Кудинова, Б.В. Крылова – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – С. 457 – 464.

2. Щелкалин В. Н., Тевяшев А. Д. Цифровое моделирование радиосигналов комбинированными нелинейными моделями, основанными на моделях метода «Гусеница»-SSA и сезонной АРССЭ [Текст] : труды 13-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2011», 30 марта – 2 апреля 2011 г. Москва – С. 165 – 168.

3. Щелкалин В. Н. От идей методов «Гусеница»-SSA и Бокса-Дженкинса до декомпозиционного метода прогнозирования и декомпозиционной ИНС // Восточно–Европейский журнал передовых технологий. № 4/4 (52) – Харьков: Технологический центр, 2011. С. 59–69.