

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту
(повна назва)

Кафедра прикладної математики
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Використання схеми Лакса-Вендроффа при комп'ютерному
моделюванні нестационарних режимів течії газу
по ділянці трубопроводу
(тема)

Виконав:

студент 2 курсу, групи ПМм-21-1
Фещук О.П.
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 113 Прикладна математика
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Гусарова І.Г.
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ

(підпис)

Сидоров М.В.
(прізвище, ініціали)

2022 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Прикладна математика

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“07” листопада 2022 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Фещук Ользі Павлівні

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Використання схеми Лакса-Вендроффа при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу

затверджена наказом по університету від 25 жовтня 2022 р. № 1412 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 7 грудня 2022 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методів розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Порівняння результатів обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	7 – 13 листопада 2022 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	14 – 20 листопада 2022 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	21 – 27 листопада 2022 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	28 листопада – 4 грудня 2022 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	28 листопада – 6 грудня 2022 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	7 грудня 2022 р.	виконано

Дата видачі завдання 7 листопада 2022 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Гусарова І.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 95 с., 58 табл., 34 рис., 1 дод., 20 джерел.

ГРАНИЧНІ УМОВИ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, МЕТОД ХАРАКТЕРИСТИК, НЕСТАЦІОНАРНИЙ РЕЖИМ ТЕЧІЇ ГАЗУ, ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС, СХЕМА ЛАКСА-ВЕНДРОФФА.

Об'єкт дослідження – нестационарний неізотермічний режим течії газу (НН РТГ) по ділянці трубопроводу (ДТ).

Мета роботи – визначити метод для розв'язання системи рівнянь математичної моделі НН РТГ по ДТ, який дозволяє відстежувати час поширення перехідного процесу за найменший час.

Методи дослідження – методи чисельного інтегрування гіперболічних систем рівнянь у частинних похідних.

В кваліфікаційній роботі побудована математична модель НН РТГ. Проведений аналіз існуючих методів для чисельного розв'язання обраної моделі. Обрано методи для досягнення мети роботи – метод з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа та метод характеристик.

Створено та протестовано програмні продукти в Mathematica 11.1 для розрахунку параметрів газового потоку та відстеження часу поширення перехідного процесу за обраними методами.

Дослідження методів проводилось при різній кількості точок розбиття ДТ. Проведений порівняльний аналіз обраних методів та обрано кращий серед них.

Отримані результати кваліфікаційної роботи можуть бути використані для потенційного покращення методів моделювання нестационарних неізотермічних режимів перебігу газу в газотранспортній системі з метою підвищення ефективності рішень, що приймаються в аварійних або нештатних ситуаціях.

ABSTRACT

Introductory note: 95 pages, 58 tables, 34 figures, 1 appendix, 20 sources.

BOUNDARY CONDITIONS, MATHEMATICAL MODEL, METHOD OF CHARACTERISTICS, NON-STATIONARY REGIME OF GAS FLOW, TRANSITION PROCESS, LAX-WENDROFF SCHEME.

Object of research – the non-stationary non-isothermal of gas flow regime (NSNI GFR) through a pipeline section (PS).

Purpose of work – determination a method for solving the system of equations the mathematical model of NSNI GFR by PS, which allows tracking the propagation time of the transition process in the shortest time.

Methods of research – methods of numerical integration of hyperbolic systems of equations in partial derivatives.

In the qualification work, a mathematical model of NSNI GFR was constructed. An analysis of existing methods for the numerical solution of the selected model was carried out. To achieve the goal of the work, the method using the explicit two-step Lax-Wendroff scheme and the method of characteristics were chosen.

In Mathematica 11.1, software products were created and tested for calculating gas flow parameters and tracking the propagation time of the transition process by the selected methods.

The study of methods was carried out with different number of PS breakdown points. A comparative analysis of the selected methods was carried out and the best among them was chosen.

The obtained results of the qualification work can be used for the potential improvement of modeling methods of non-stationary non-isothermal modes of gas flow in the gas transport system in order to increase the efficiency of decisions made in emergency or abnormal situations.

ЗМІСТ

	С.
Вступ	7
1 Аналіз предметної області та постановка задач дослідження	9
1.1 Математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу	9
1.2 Методи розрахунку нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу	13
1.3 Змістовна та формальна постановка задачі	17
1.4 Постановка задач дослідження	19
2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання	20
2.1 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням двокрокової схеми Лакса-Вендроффа ...	20
2.2 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням методу характеристик	27
3 Програмна реалізація	38
3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 11.1	38
3.2 Опис програми	38
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	40
Висновки	70
Перелік джерел посилання	71
Додаток А Лістинг програми	74

ВСТУП

Актуальність теми. Природний газ є важливим джерелом первинної енергії, на який припадає майже чверть світового споживання. Щоб дізнатися стан газу між початковою та кінцевою точками ділянки трубопроводу, потрібно покладатися на математичні моделі (ММ). Ці моделі мають декілька важливих застосувань, які включають проектування, моніторинг та експлуатацію трубопроводів. Вони також відіграють невід’ємну роль у програмних системах виявлення витоків. Тому вкрай важливо, щоб ці моделі були максимально точними, але в той же час швидкими та ефективними, оскільки вони використовуються в програмах реального часу. Однак більшість досліджень дотепер розглядали лише стаціонарні умови з невеликим наголосом на перехідному процесі [1].

Мета і завдання кваліфікаційної роботи. Метою кваліфікаційної роботи є порівняння методів для розв’язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ, які дозволяють відстежувати час перехідного режиму за найменший час.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- розглянути особливості ММ НН РТГ;
- провести огляд існуючих методів для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ;
- обрати методи розв’язання системи рівнянь ММ, що дозволяють відстежувати час перехідного процесу;
- дослідити метод з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ;
- дослідити метод характеристик з застосуванням модифікованого методу Массо для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ;
- аналіз результатів, отриманих на основі обраних методів.

Об’єктом дослідження є нестаціонарний неізотермічний режим течії газу по ділянці трубопроводу.

Предметом дослідження є модель НН РТГ по ДТ та чисельні методи розв’язання системи рівнянь ММ.

Методи дослідження. У кваліфікаційній роботі використовуються методи чисельного інтегрування систем гіперболічних рівнянь у частинних похідних.

Публікації. Результати, отримані у кваліфікаційній роботі, було представлено на II International Scientific and Theoretical Conference «Scientific forum: theory and practice of research» (16.09.2022, Valencia, Kingdom of Spain) [2], 11-ій Міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні системи та технології ICT-2022» (22-25.11.2022, Харків, Україна) [3] та IV Міжнародній науково-практичній конференції «Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences» (09.12.2022, Кембридж, Великобританія) [4].

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

Об'єктом дослідження є ННРТГ по ділянці трубопроводу.

ММ ННРТГ по ДТ описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних гіперболічного типу, отриманої із загальних рівнянь газової динаміки для одновимірного випадку [5].

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\rho(1 + \beta)V^2 + P] = -\rho \left(g \frac{dh}{dx} + \frac{\lambda |V|V}{2D} \right), \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V) = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \left(\frac{P}{\rho} + E \right) V \right) = -\rho V g \frac{dh}{dx} + \frac{4K}{D} (T_{ep} - T), \quad (1.3)$$

де $\rho(x, t)$, $T(x, t)$, $P(x, t)$, $V(x, t)$ – характеристики газу: щільність, температура, тиск, швидкість;

D – діаметр труби;

x, t – часова і просторова координата;

λ – коефіцієнт гідравлічного опору;

K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту;

T_{ep} – температура ґрунту;

h – глибина залягання труби;

g – прискорення вільного падіння;

β – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей в перетині;

E – повна енергія одиниці маси [6].

Зауважимо, що при виведені даних рівнянь передбачається нехтування теплофізичними властивостями середовища, відсутність масообміну та стаціонарність режимів теплообміну з навколишнім середовищем.

Введемо додаткові припущення для ННРТГ (не порушуючи загальності):

– знехтуємо поправкою Коріоліса, за рахунок того, що швидкості потоку газу в перетині розподілені рівномірно;

– знехтуємо зміною температури в рівнянні (1.3), вважаючи, що похідні від температури дуже малі.

Доповнимо систему (1.1)–(1.3) рівнянням стану

$$\frac{P}{\rho} = zgRT, \quad (1.4)$$

де z – коефіцієнт стискання газу, $z = 1 + 0,07 \frac{T_{кр}}{T} \frac{P}{P_{кр}} \left(1 - 6 \frac{T_{кр}^2}{T^2} \right)$;

R – газова стала.

Введемо, що питома масова витрат газу: $W = \rho V$.

Враховуючи вище вказані зауваження після відповідних перетворень, система (1.1)–(1.3) приймає вигляд:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST \right) \frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha \frac{W}{P} ST \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} + \beta \frac{W|W|}{P} ST = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha ST \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha \frac{W\gamma}{P} ST \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha \frac{(\gamma-1)ST^2}{P} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{4K}{D} \frac{(\gamma-1)T}{P} (T - T_{zp}) + \\ + g \frac{W(\gamma-1)T}{P} \frac{dh}{dx} = 0, \end{aligned} \quad (1.7)$$

де S – площа поперечного перерізу;

C_p – питома теплоємність газу;

$$\alpha = \frac{zgR}{S};$$

$$\beta = \frac{\lambda\alpha}{2D};$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - zgR}.$$

В матричній формі система рівнянь (1.5)–(1.7) має вигляд:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B(x, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \phi), \quad (1.8)$$

де

$$B(x, t, \phi) = \begin{bmatrix} 2\alpha \frac{W}{P} ST & 1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST & 0 \\ \alpha ST & 0 & 0 \\ \alpha \frac{(\gamma-1)ST^2}{P} & 0 & \alpha \frac{\gamma W}{P} ST \end{bmatrix},$$

$$\Phi(x, t, \phi) = \begin{bmatrix} -\frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} - \beta \frac{W|W|}{P} ST \\ 0 \\ -\frac{4K}{D} \frac{(\gamma-1)T}{P} (T - T_{ep}) - g \frac{W(\gamma-1)T}{P} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix},$$

де $\phi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$.

Знайдемо розв'язок рівняння (1.9) для визначання типу системи рівнянь (1.8)

$$\det(E - \theta B) = 0. \quad (1.9)$$

Отримуємо:

$$B = \begin{bmatrix} 1 - \theta 2\alpha \frac{W}{P} ST & -\theta(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST) & 0 \\ -\theta\alpha ST & 1 & 0 \\ -\theta\alpha \frac{(\gamma-1)ST^2}{P} & 0 & 1 - \theta\alpha \frac{\gamma W}{P} ST \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

Значення θ знайдемо з рівняння

$$\left(1 - \theta\alpha \frac{\gamma W}{P} ST\right) \left(1 - \theta 2\alpha \frac{W}{P} ST + (-\theta + \theta\alpha \frac{W^2}{P^2} ST)\theta\alpha ST\right) = 0, \quad (1.11)$$

$$\text{де } \theta_1 = \frac{P}{\alpha^2 \gamma W};$$

$$\theta_2 = \frac{1}{\alpha^2 \frac{W}{P} - \alpha};$$

$$\theta_3 = \frac{1}{\sqrt{\alpha ST} + \alpha \frac{TW}{P}}.$$

Тоді, рівняння (1.11) в будь-якій точці (x, t, W, P, T) області $\Omega: \{x \geq 0, t \geq 0, P > 0, T > 0, W \neq 0\}$ щодо θ має три різних дійсних корені та система (1.8) є гіперболічною в даній області [5].

Отже, нестационарні неізотермічні режими течії газу описуються квазілінійною системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу (1.8), з відповідними граничними і початковими умовами.

Розглянемо граничні умови, для першого вузла:

$$\begin{cases} P(t, 0) = P^0(t), \\ T(t, 0) = T^0(t); \end{cases} \quad (1.12)$$

для другого вузла:

$$G(t, L) = G^1(t), \quad (1.13)$$

де $P^0(t)$, $T^0(t)$, $G^1(t)$ – задані функції.

Початкові умови мають вигляд [7]:

$$\begin{aligned} W(0, x) &= W_{\Pi}(x), \\ P(0, x) &= P_{\Pi}(x), \\ T(0, x) &= T_{\Pi}(x), \\ x &\in (0, L), \end{aligned} \quad (1.14)$$

де $W_{\Pi}(x)$, $P_{\Pi}(x)$, $T_{\Pi}(x)$ – задані функції.

1.2 Методи розрахунку нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу

Режими течії газу по ДТ в аварійних або нештатних ситуаціях є нестационарними та неізотермічними, та зазвичай описуються системою (1.8).

Для чисельного моделювання таких режимів газу використовують, наприклад, метод характеристик, метод скінченних різниць, метод великих частинок та метод скінченних елементів. Кожен із цих методів має як переваги, так і недоліки, розглянемо кожен більш детально.

Метод скінченних різниць [8] заснований на побудові дискретної просторово-часової сітки, заміні континуальних похідних у вихідних диференціальних рівняннях на еквівалентні їм скінченно-різницеві вирази і в перегрупованні членів отриманих алгебраїчних рівнянь для побудови алгоритму їх розв'язання, що реалізується на комп'ютері з мінімальними витратами ресурсів.

Одним з основних недоліків класичного методу скінченних різниць є той факт, що фізичні закони збереження застосовуються лише при виведенні рівнянь в частинних похідних і ніяк не використовуються при побудові різницевої схеми. Цей недолік можна виправити, якщо застосувати так званий інтегро-інтерполяційний метод скінчених різниць, запропонований А.А. Самарським.

Інтегро-інтерполяційний метод [8] зводиться до дискретизації вихідних рівнянь, представлених в інтегральній формі (на противагу класичним методом скінченних різниць, який зазвичай застосовується до вихідних рівнянь в диференціальній формі). Суть методу полягає в тому, що в даному випадку різницева сітка будується на основі фізичних законів збереження, наслідком яких є розглянуті диференціальні рівняння. При цьому закони збереження формулюють для деякого скінченного об'єму, який оточує вузол різницево-просторової сітки з урахуванням дискретної сітки. Дана процедура багато в чому схожа на алгоритм, за допомогою якого рівняння в частинних похідних виводяться з фізичних законів збереження (не проводиться лише перехід до границі при стягуванні розглянутого об'єму в точку).

На практиці інтегро-інтерполяційний метод (метод скінченного об'єму) дозволяє будувати більш точні поблизу границь різницевої схеми, ніж інші сіткові методи. Це пов'язано з тим, що цей метод зберігає дискретну природу розв'язку задачі на всіх етапах побудови різницевої схеми.

Метод скінченних елементів [8] концептуально відрізняється від методу скінченних різниць тим, що при його застосуванні виходять із припущення про можливість аналітичного представлення розв'язку вихідної математичної моделі. Стартовою точкою для будь-якого методу зважених нев'язок, до яких відноситься метод скінченних елементів, є завдання деякого наближеного розв'язку вихідної задачі, наприклад у формі

$$T(\bar{x}, t) = T_0(\bar{x}, t) + \sum_{j=1}^J a_j \cdot \Phi_j(\bar{x}), \quad (1.15)$$

де функція $T_0(\bar{x}, t)$ вибирається так, щоб задовольнялися, причому по можливості точно, граничні і початкові умови задачі. Апроксимуючі функції $\Phi_j(\bar{x})$ передбачаються відомими. У математичній літературі по методу скінченних елементів функції $\Phi_j(\bar{x})$ часто називають пробними або інтерполяційними, а в інженерній літературі – функціями форми.

В методі скінченних елементів наближений розв’язок (1.15) спочатку записується в формі комбінацій вузлових значень невідомої функції, тобто

$$T(\bar{x}, t) = \sum_{j=1}^J T_j(t) \cdot \Phi_j(\bar{x}). \quad (1.16)$$

Вираз (1.16) може інтерпретуватися як інтерполяція по відношенню до локального розв’язку в вузловій точці $T_j(t)$ (природно, на конкретному часовому кроці розрахунку). Пробні функції $\Phi_j(\bar{x})$ вибираються майже виключно з числа скінченно-лінійних поліномів низького порядку, причому вибір обмежується найближчими елементами. Тим самим досягається порівняно мале число відмінних від нуля членів, які при належній розстановці можуть розташовуватися поблизу головної діагоналі матриці рівнянь, тобто матриця рівнянь буде стрічкової. Це дуже важливо на стадії розв’язання різницевих рівнянь, тому що при подібній ситуації розв’язок буде більш економічним.

При застосуванні методу скінченних елементів дискретизація завдання реалізується на двох етапах.

На першому із зазначених етапів кусочно-лінійна інтерполяція вводиться по дискретним, або кінцевим, елементам з метою зв’язати локальні розв’язки з вузловими значеннями.

На другому етапі використовується побудова з зваженими нев’язками, що ставить за мету отримати алгебраїчні рівняння для зв’язки між вузловими значеннями розв’язку.

При вирішенні завдань з розслідування реальних аварійних ситуацій або прогнозування можливих аварій поряд з методом скінчених різниць і методом скінчених елементів застосовується метод великих часток.

Метод великих частинок [9] розглядає масу всієї комірки в цілому – велика частка – і на основі скінченно-різницевих представлень законів збереження вивчає нестационарні (і неперервні) потоки цих частинок через ейлерову сітку. По суті, такий підхід використовує закони збереження, які записані у формі рівнянь балансу для осередків скінчених розмірів, але без подальшого граничного переходу від осередку до точки.

Розрахунок кожного часового кроку (обчислювального циклу) розбивається на три етапи.

На першому етапі проводиться лише лагранжевий розрахунок. При цьому розглядається зміна за час Δt імпульсу і енергії лагранжевого елементарного об'єму газу (великої частки), який заключений всередині даного ейлерового осередку (при цьому границя об'єму зміщується щодо початкового положення).

Другий етап характеризує переміщення розрахункових осередків щодо газу. Тут обчислюються ефекти переносу, що враховують обмін між осередками при їх перебудові на колишню ейлерову сітку (моделюється рух потоку маси через границі ейлерових осередків і знаходяться зміщення розрахункових точок).

На третьому етапі відбувається відповідний перерозподіл маси, імпульсу і енергії по простору, що дозволяє визначити новий розподіл газодинамічних параметрів для «старої» ейлерової сітки, отриманої поверненням лагранжевого обсягу в початкове положення. Рахунок фактично ведеться в локальних лагранжевих координатах з наступним перерахунком (інтерполяцією) на ейлерову розрахункову сітку.

В даний час для вирішення одновимірних нестационарних задач течії газу в трубопроводах широко використовуються явні і неявні різницеві методи.

Як відомо, неявні схеми є, безумовно стійкими. Однак явні схеми краще узгоджені з кінцевою швидкістю поширення збурень, що буває потрібним при розгляданні наслідків аварійних ситуацій [10].

Одним з явних методів, що допомагають відстежити час поширення перехідного процесу при моделюванні НН РТГ по ДТ є метод, який застосовує явну двокрокову схему Лакса-Вендроффа. Як і для звичайних диференціальних рівнянь, двокроковий метод Лакса-Вендроффа забезпечує центрування за часом шляхом визначення допоміжних або проміжних значень функції на пів цілі кроки.

Метод Лакса використовується на першому кроці або для допоміжних обчислень на кожному кроці за часом. Нарешті на основному етапі обчислень використовується центрована за часом і простором формула інтегрування. Після кожного основного кроку проміжні значення величин виявляються непотрібними і подальшому формуванню рішення не беруть участі.

Помилка апроксимації дорівнює $O((\Delta t)^2 + (\Delta x)^2)$, отже схема має другий порядок апроксимації, та стійкість при $|r| \leq 1$ [11]. Параметр r називається числом Куранта.

Ще одним підходом для вирішення одновимірних нестационарних задач про перебіг газу в трубах визначають метод характеристик. Він має ряд переваг у порівнянні з іншими методами дослідження. Для гіперболічних рівнянь він дає змогу знаходити рішення в аналітичному вигляді. У складніших випадках (які зустрічаються, наприклад, при моделюванні фізичних систем) метод характеристик може використовуватися як метод чисельного вирішення проблеми.

1.3 Формальна та змістовна постановка задачі

Об'єктом дослідження – НН РТГ по ДТ.

Предметом дослідження є модель НН РТГ по ДТ та чисельні методи розв'язку системи рівнянь математичної моделі.

Мета кваліфікаційної роботи: вибір методів, які дозволяють відстежувати час поширення перехідного процесу при моделюванні НН РТГ по ДТ, аналіз отриманих результатів та визначення кращого методу.

Розглядаємо ДТ заданої довжини з жорсткими стінками. На границях ділянки задається або тиск, або масова витрата газу, та температура газу, що поступає на ДТ. На границях ділянки здійснюється різка зміна граничних умов, яка пов'язана з аварійною або нештатною ситуацією. Необхідно оцінити час поширення перехідного процесу від однієї границі до іншої границі ДТ за найменший час.

Газорозподільна мережа зазвичай об'єднує кілька компресорних станцій, з'єднаних між собою лінійними ділянками, що складаються з однієї або кількох паралельно прокладених трубопроводів.

Розглядається ДТ довжини L . На рисунку 1.1 схематично зображено ДТ, в якому 1 – вхід, 2 – вихід.

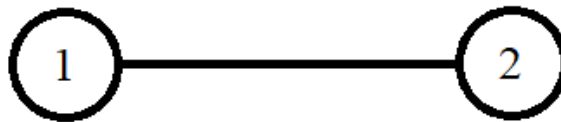


Рисунок 1.1 – Ділянка трубопроводу

Вважаємо, що режим течії газу по ДТ нестационарний та неізотермічний, через різкі зміни граничних умов на границях труби.

На границях ДТ задані граничні значення, які можна описати за допомогою функцій $W(x,t), P(x,t), T(x,t)$ – питома масова витрата, тиск та температура газу, як функція часу, що задані в області

$$\Lambda = \{(x,t), x \in [0, L], t \in [0, T_{\max}]\},$$

де $T_{\max}$ – кінцевий час процесу.

Початковий розподіл параметрів газового потоку має вигляд (1.14).

Граничні умови матимуть вигляд:

$$\begin{cases} P(0,t) = P^0(t), \\ G(0,t) = G^0(t), \\ T(0,t) = T^0(t), \end{cases} \quad (1.17)$$

$$\begin{cases} P(L,t) = P^1(t), \\ G(L,t) = G^1(t), \end{cases} \quad (1.18)$$

де $G(x,t)$ – масова витрата;

$G^0(t), T^0(t), P^0(t), G^1(t), P^1(t)$ – задані функції [6].

Для розрахунку нестационарного неізотермічного режиму транспорту газу по ДТ необхідно знати початковий розподіл параметрів газового потоку. В якості такого розподілу береться стаціонарний розподіл.

1.4 Постановка задач дослідження

Поставлена мета кваліфікаційної роботи передбачає наступні задачі:

- розгляд особливостей ММ НН РТГ;
- огляд існуючих методів для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ;
- обрання методів розв’язання системи рівнянь ММ, що дозволяють відстежувати час перехідного процесу;
- дослідити метод з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ;
- дослідити метод характеристик з застосуванням модифікованого методу Массо для чисельного розв’язання системи рівнянь ММ НН РТГ по ДТ;
- аналіз результатів, отриманих на основі обраних методів.

2 ВИБІР І ОБГРУНТУВАННЯ ВИКОРИСТОВУВАНОВОГО МЕТОДУ

2.1 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням двокрокової схеми Лакса-Вендроффа

Розглянемо алгоритм розв'язання крайової задачі для системи (1.8), (1.12)–(1.14) за допомогою явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа [12]. В нульовому вузлі ділянки відомі значення температури та тиску, на кінці ділянки – масова витрата газу.

Розбиваємо відрізок $[0, L]$ на n частин довжиною Δx , отримаємо $n + 1$ точку розбиття x_i , $i = \overline{0, n}$.

Схеми апроксимації похідних по ділянці довжиною $L = n\Delta$ представлено на рисунках 2.1–2.3.

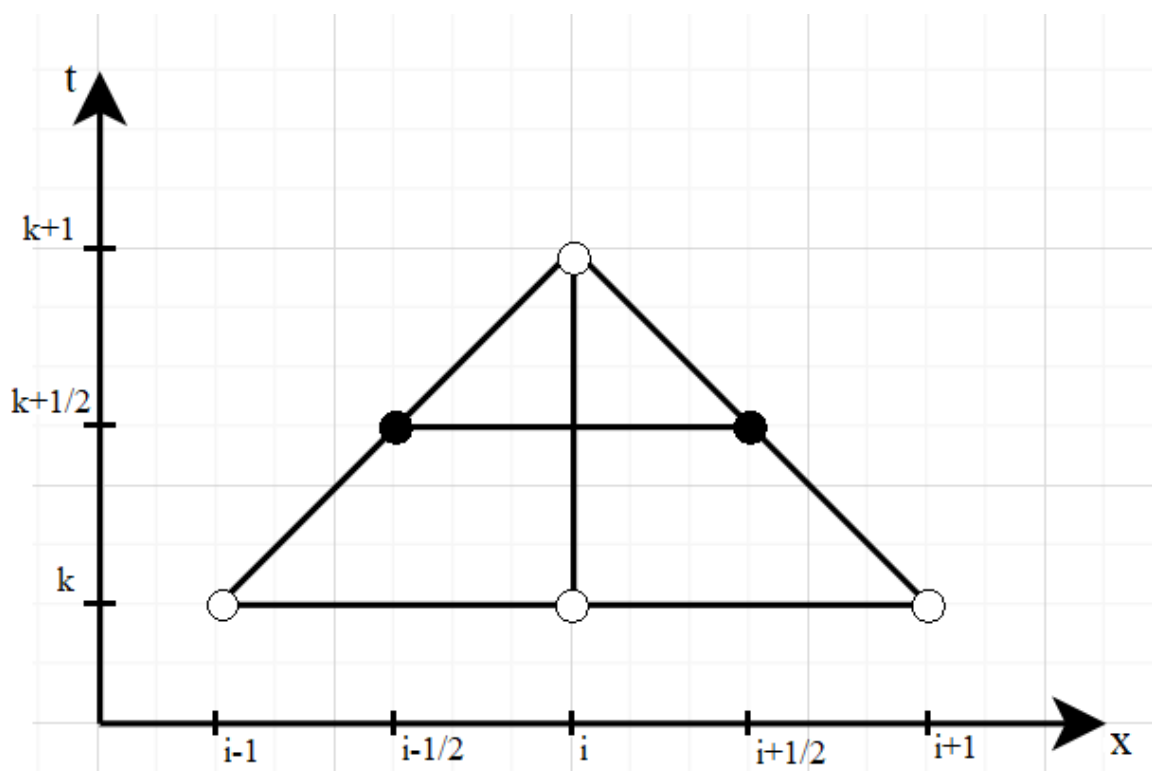


Рисунок 2.1 – Розрахунок параметрів газового потоку в i -й точці розбиття $(k + 1)$ -го часового шару

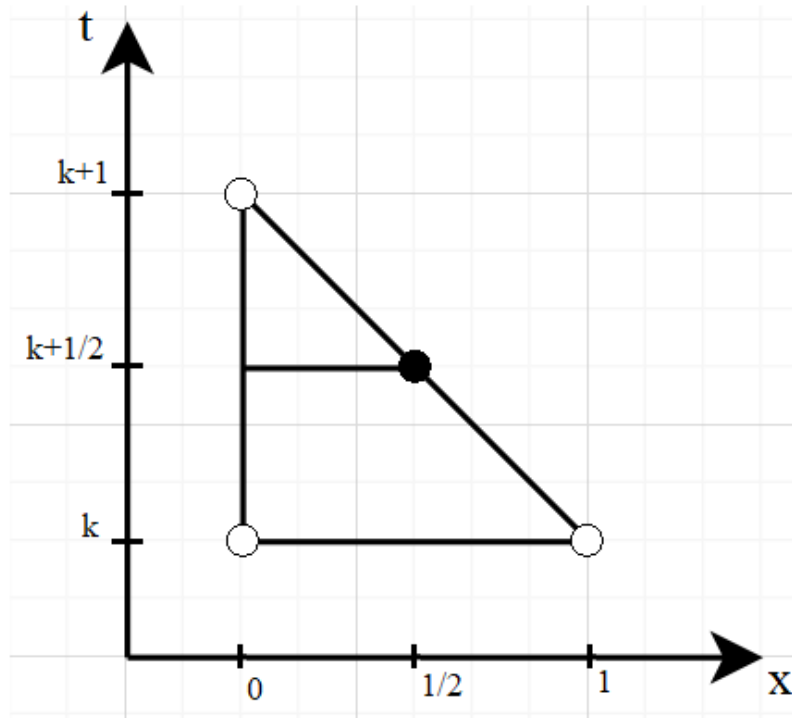


Рисунок 2.2 – Розрахунок параметрів газового потоку в 0-й точці розбиття на початку ділянки $(k + 1)$ -го часового шару

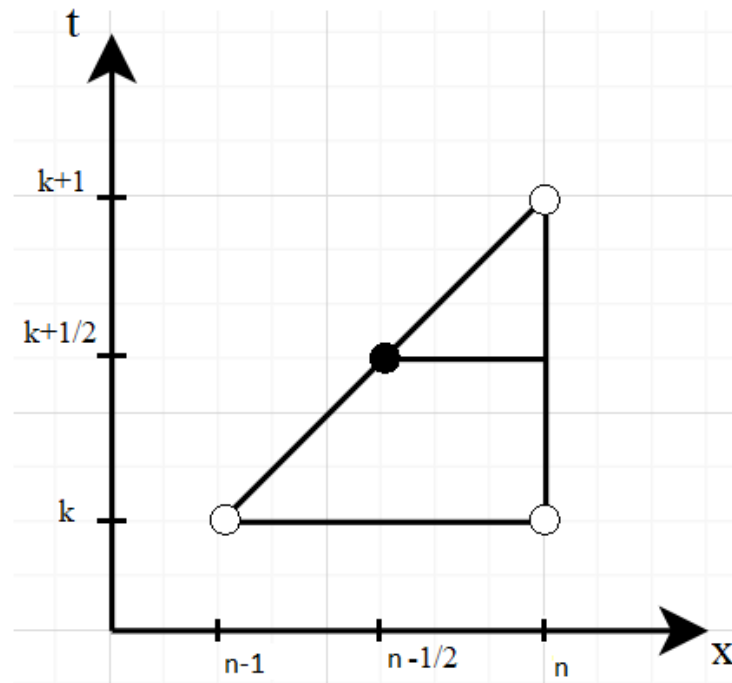


Рисунок 2.3 – Розрахунок параметрів газового потоку в n -й точці розбиття на кінці ділянки $(k + 1)$ -го часового шару

Розглянемо двокрокову схему Лакса-Вендроффа для загального випадку при $i = \overline{0, n-1}$, з (1.8) на першому кроці схеми для проміжного $(k + \frac{1}{2})$ -а часового шару, отримуємо [1]:

$$\frac{\varphi_{i+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(\varphi_i^k + \varphi_{i+1}^k)}{\frac{1}{2}\tau} + (B(x, t, \varphi))_{i+\frac{1}{2}}^k \frac{\varphi_{i+1}^k - \varphi_i^k}{\Delta} = (\Phi(x, t, \varphi))_{i+\frac{1}{2}}^k,$$

де τ – величина кроку за часом;

Δ – величина кроку по координаті x .

Позначення $(A(x, t, \varphi))_{i+\frac{1}{2}}^k$ означає підстановку в якості функції φ у вузлі

$(i + \frac{1}{2}, k)$ функцію $(\varphi)_{i+\frac{1}{2}}^k = \frac{1}{2}(\varphi_i^k + \varphi_{i+1}^k)$.

Отже, на першому кроці схеми розраховується предиктор для внутрішніх точок на проміжному кроці [13]

$$\varphi_{i+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\varphi_i^k + \varphi_{i+1}^k) - \frac{\tau}{2\Delta}(B(x, t, \varphi))_{i+\frac{1}{2}}^k (\varphi_{i+1}^k - \varphi_i^k) + \frac{\tau}{2}(\Phi(x, t, \varphi))_{i+\frac{1}{2}}^k. \quad (2.1)$$

У 0-му вузлі значення тиску $P_0^{k+\frac{1}{2}}$ та температура $T_0^{k+\frac{1}{2}}$ відомі, згідно (1.12), тоді знайдемо величину $W_0^{k+\frac{1}{2}}$ з рівняння:

$$\begin{aligned} & \frac{W_0^{k+\frac{1}{2}} - W_0^k}{\frac{1}{2}\tau} + \left(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST\right)_0^k \frac{\frac{1}{2}(P_1^k + P_0^k) - P_0^k}{\frac{1}{2}\Delta} + \\ & + \left(2\alpha \frac{W}{P} ST\right)_0^k \frac{\frac{1}{2}(W_1^k + W_0^k) - W_0^k}{\frac{1}{2}\Delta} + \end{aligned}$$

$$+\left(\beta \frac{W|W|}{P} ST\right)_0^k + \left(\frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx}\right)_0^k = 0.$$

Отже, у 0-му вузлі питома масова витрата газу розраховується за формулою

$$\begin{aligned} W_0^{k+1/2} = W_0^k - \frac{\tau}{2\Delta} \left(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST\right)_0^k (P_1^k - P_0^k) - \\ - \frac{\tau}{2\Delta} \left(2\alpha \frac{W}{P} ST\right)_0^k (W_1^k - W_0^k) - \frac{\tau}{2} \left(\beta \frac{W|W|}{P} ST\right)_0^k - \frac{\tau}{2} \left(\frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx}\right)_0^k. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В останньому вузлі при $i = n$ значення питомої масової витрати $W_n^{k+1/2}$ відоме з граничних умов (1.13), для знаходження $P_n^{k+1/2}$ і $T_n^{k+1/2}$ скористаємось рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{P_n^{k+1/2} - P_n^k}{\frac{1}{2}\tau} + (\alpha ST)_n^k \frac{W_n^k - \frac{1}{2}(W_{n-1}^k + W_n^k)}{\frac{1}{2}\Delta} = 0, \\ \frac{T_n^{k+1/2} - T_n^k}{\frac{1}{2}\tau} + \left(\alpha \frac{W}{P} ST \gamma\right)_n^k \frac{T_n^k - \frac{1}{2}(T_{n-1}^k + T_n^k)}{\frac{1}{2}\Delta} + \\ + \left(\alpha \frac{ST^2}{P} (\gamma - 1)\right)_n^k \frac{W_n^k - \frac{1}{2}(W_{n-1}^k + W_n^k)}{\frac{1}{2}\Delta} + \\ + \left(\frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{P} (T - T_{zp})\right)_n^k + \left(g (\gamma - 1) \frac{TW}{P} \frac{dh}{dx}\right)_n^k = 0. \end{aligned}$$

Отже, в останньому вузлі при $i = n$ температура і тиск газу розраховується за формулами:

$$P_n^{k+1/2} = P_n^k - \frac{\tau}{2\Delta} (\alpha ST)_n (W_n^k - W_{n-1}^k), \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} T_n^{k+1/2} = & T_n^k - \frac{\tau}{2\Delta} \left(\alpha \frac{W}{P} \gamma ST \right)_n^k (T_n^k - T_{n-1}^k) - \\ & - \frac{\tau}{2\Delta} \left(\alpha \frac{ST^2}{P} (\gamma - 1) \right)_n (W_n^k - W_{n-1}^k) - \\ & - \frac{\tau}{2} \left(\frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{P} (T - T_{zp}) \right)_n^k - \frac{\tau}{2} \left(g (\gamma - 1) \frac{TW}{P} \frac{dh}{dx} \right)_n^k. \end{aligned} \quad (2.4)$$

На другому кроці схеми розраховуються параметри газового потоку на $(k+1)$ -му часовому шарі. Для проміжних точок розбиття отримаємо наступне скінченно-різницеве рівняння для загального випадку при $i = \overline{1, n-1}$ [1]

$$\frac{\varphi_i^{k+1} - \varphi_i^k}{\tau} + (B(x, t, \varphi))_i^{k+1/2} \frac{\varphi_{i+1/2}^{k+1/2} - \varphi_{i-1/2}^{k+1/2}}{\Delta} = (\Phi(x, t, \varphi))_i^{k+1/2}.$$

Величини $\varphi_{i+1/2}^{k+1/2}, \varphi_{i-1/2}^{k+1/2}$ відомі з (2.1).

В результаті на другому кроці схеми розраховується коректор для внутрішніх точок [14]

$$\varphi_i^{k+1} = \varphi_i^k - \frac{\tau}{\Delta} (B(x, t, \varphi))_i^{k+1/2} \left(\varphi_{i+1/2}^{k+1/2} - \varphi_{i-1/2}^{k+1/2} \right) + \tau (\Phi(x, t, \varphi))_i^{k+1/2}. \quad (2.5)$$

Позначення $(A(x, t, \varphi))_i^{k+1/2}$ означає, що в якості рішення φ у вузлі

$$(i, k + 1/2) \text{ підставляємо значення } (\varphi)_i^{k+1/2} = \frac{1}{2}(\varphi_{i-1/2}^{k+1/2} + \varphi_{i+1/2}^{k+1/2}).$$

У початковому вузлі при $i = 0$ величину W_0^{k+1} знаходимо з рівняння:

$$\begin{aligned} & \frac{W_0^{k+1} - W_0^k}{\tau} + \left(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST\right)_0^{k+1/2} \frac{P_{1/2}^{k+1/2} - P_0^{k+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta} + \\ & + \left(2\alpha \frac{W}{P} ST\right)_0^{k+1/2} \frac{W_{1/2}^{k+1/2} - W_0^{k+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta} + \left(\beta \frac{W|W|}{P} ST\right)_0^{k+1/2} + \left(\frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx}\right)_0^{k+1/2} = 0. \end{aligned}$$

Тобто W_0^{k+1} отримуємо з (2.6)

$$\begin{aligned} W_0^{k+1} = & W_0^k - \frac{2\tau}{\Delta} \left(1 - \alpha \frac{W^2}{P^2} ST\right)_0^{k+1/2} (P_{1/2}^{k+1/2} - P_0^{k+1/2}) - \\ & - \frac{2\tau}{\Delta} \left(2\alpha \frac{W}{P} ST\right)_0^{k+1/2} (W_{1/2}^{k+1/2} - W_0^{k+1/2}) - \\ & - \tau \left(\beta \frac{W|W|}{P} ST\right)_0^{k+1/2} - \tau \left(\frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx}\right)_0^{k+1/2}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

де $W_0^{k+1/2}$ відомо з (2.2).

В останньому вузлі при $i = N$ значення P_N^{k+1} і T_N^{k+1} знаходимо з рівнянь:

$$\frac{P_n^{k+1} - P_n^k}{\tau} + (\alpha ST)_n^{k+1/2} \frac{W_n^{k+1/2} - W_{n-1/2}^{k+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \frac{T_n^{k+1} - T_n^k}{\tau} + \left(\alpha \frac{W}{P} \gamma ST \right)_n^{k+1/2} \frac{T_n^{k+1/2} - T_{n-1/2}^{k+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta} + \\
& + \left(\alpha \frac{ST^2}{P} (\gamma - 1) \right)_n^{k+1/2} \frac{W_n^{k+1/2} - W_{n-1/2}^{k+1/2}}{\frac{1}{2}\Delta} + \\
& + \left(\frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{P} (T - T_{cp}) \right)_n^{k+1/2} + \left(g (\gamma - 1) \frac{TW}{P} \frac{dh}{dx} \right)_n^{k+1/2} = 0.
\end{aligned}$$

Отже, P_n^{k+1} і T_n^{k+1} знаходимо по формулам:

$$P_n^{k+1} = P_n^k - \frac{2\tau}{\Delta} (\alpha ST)_n^{k+1/2} (W_n^{k+1/2} - W_{n-1/2}^{k+1/2}), \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
T_n^{k+1} = & T_n^k - \frac{2\tau}{\Delta} \left(\alpha \frac{W}{P} \gamma ST \right)_n^{k+1/2} (T_n^{k+1/2} - T_{n-1/2}^{k+1/2}) - \\
& - \frac{2\tau}{\Delta} \left(\alpha \frac{ST^2}{P} (\gamma - 1) \right)_n^{k+1/2} (W_n^{k+1/2} - W_{n-1/2}^{k+1/2}) - \\
& - \tau \left(\frac{4K}{D} (\gamma - 1) \frac{T}{P} (T - T_{cp}) \right)_n^{k+1/2} - \tau \left(g (\gamma - 1) \frac{TW}{P} \frac{dh}{dx} \right)_n^{k+1/2}, \quad (2.8)
\end{aligned}$$

де $P_n^{k+1/2}$ і $T_n^{k+1/2}$ відомі з (2.3)–(2.4).

Розрахунок режиму течії газу по ДТ відбувається за наступним алгоритмом [15]:

- а) завдання вектору початкових значень;
- б) розрахунок проміжних значень при напівцілому кроці $(k + 1/2)$ згідно (2.1)–(2.4);
- в) розрахунок вектору нев'язок для всіх точок ДТ $(k + 1)$ -го часового шару, згідно формул (2.5)–(2.8);

г) кінець розрахунку часового шару.

Умова стійкості для схеми Лакса-Вендроффа має вигляд [16]:

$$\tau < \frac{\Delta}{(u + c_*)},$$

де c_* – адіабатична швидкість звуку;

u – максимальне значення швидкості потоку.

2.2 Метод та алгоритм розв'язання системи рівнянь математичної моделі ННРТГ по ДТ з використанням методу характеристик

Розглянемо алгоритм розв'язання крайової задачі для системи (1.8), (1.12)–(1.14) за допомогою методу характеристик. В нульовому вузлі ділянки відомі значення температури та тиску, на кінці ділянки – масова витрата.

Рівняння напрямків характеристик мають вид: $dt = \bar{\lambda}_i(x, t, \phi) dx$, $i = 1, 2, 3$,
де $\bar{\lambda}_i$ – корені рівняння

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 - 2\bar{\lambda}\alpha\frac{W}{P}ST & -\bar{\lambda}(1 - \alpha\frac{W^2}{P^2}ST) & 0 \\ -\bar{\lambda}\alpha ST & 1 & 0 \\ -\bar{\lambda}\alpha\frac{(\gamma-1)ST^2}{P} & 0 & 1 - \bar{\lambda}\alpha\frac{\gamma W}{P}ST \end{vmatrix} = 0.$$

Звідси, якщо $a^2 = \alpha ST$, отримаємо

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{1}{a + a^2\frac{W}{P}}, \bar{\lambda}_2 = \frac{P}{a^2 W \gamma}, \bar{\lambda}_3 = \frac{1}{-a + a^2\frac{W}{P}}.$$

При цьому в області Λ розв'язання системи (1.8) має три сімейства характеристик, і на кожному з цих сімейств маємо своє диференціальне співвідношення:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{a^2T(-1+\gamma)}{P} + \frac{aT(-P+aW)(-1+\gamma)}{P^2}dP - \\
 & -\frac{aST^2W\beta(-1+\gamma)|W|}{P(P+aW)}dx = 0, \\
 & -\frac{a^2T(-1+\gamma)}{P}dW + \left(-\frac{T(P^2-a^2W^2)(-1+\gamma)}{P^2W\gamma} \right)dP + \frac{(P^2-a^2W^2(-1+\gamma)^2)}{PW\gamma}dT + \\
 & + \frac{a^2TW(-1+\gamma)\gamma\Phi_1 + (-P^2+a^2W^2(-1+\gamma)^2)\Phi_2}{a^2W^2\gamma^2}dx = 0, \\
 & -\frac{a^2T(-1+\gamma)}{P}dW + \frac{aT(P+aW)(-1+\gamma)}{P^2}dP + \frac{aST^2W\beta(-1+\gamma)|W|}{P(P-aW)}dx = 0.
 \end{aligned}$$

Або в скороченому вигляді [17]:

$$dt = \overline{\lambda}_i dx, M_i dW + N_i dP + P_i dT - C_i dx, i = 1, 2, 3.$$

Для чисельного розв'язання отриманих диференціальних рівнянь характеристик застосовується модифікація методу Массо [18]. Цей метод є найкращим з двох методів, що розглядаються в роботах [17, 18] та використовується для розв'язання диференціальних співвідношень трьох сімейств показників з урахуванням граничних умов.

Як алгоритм модифікованого методу Массо розрахунку параметрів газового потоку для вузлів сітки, які залежать від початкового розподілу та граничних умов, береться алгоритм, наведений у роботі [17] з урахуванням змін, наведених у роботі [18], розглядається лише побудова параметрів газового потоку у вузлах сітки (рис. 2.4).

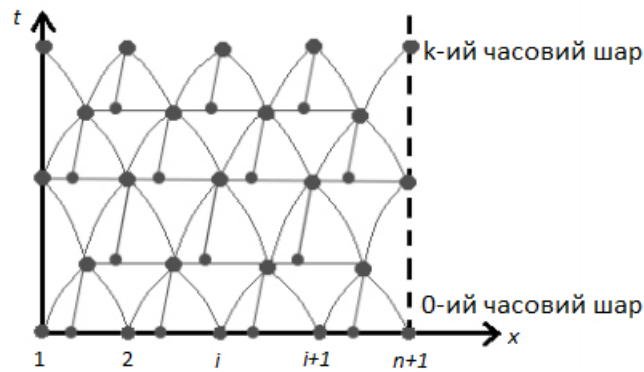


Рисунок 2.4 – Загальна сітка для розрахунку параметрів газового потоку

Розглянемо алгоритм для знаходження параметрів першої точки на парному часовому шарі ($k+1=2,4,\dots$), за параметрами другої точки на непарному часовому шарі з урахуванням граничних умов на початку ділянки.

Крок 1. Вважаємо, що задані граничні умови (1.12)–(1.13).

Крок 2. Беремо параметри точки $(x_2, t_2, W_2(x_2, t_2), P_2(x_2, t_2), T_2(x_2, t_2))$, на непарному часовому шарі, і на наступному (парному) часовому шарі знаходимо параметри точки $(x_3, t_3, W_3(x_3, t_3), P_3(x_3, t_3), T_3(x_3, t_3))$, рисунок 2.5.

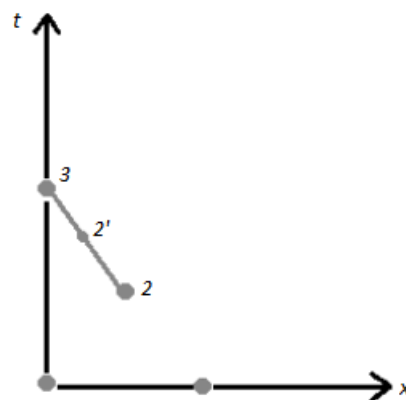


Рисунок 2.5 – Схема для розрахунку параметрів газового потоку на початку ДТ

Точка 3 знаходиться на осі ординат, тому $x_3 = 0$, отже,

$$t_3^{(l)} = t_2 - \overline{\lambda_{32}} x_2.$$

Точка $t_3^{(l)}$ є точкою перетину прямих, проведеної з точки 2 та віссю ординат.

Крок 3. Оскільки на початку ділянки задані тиск і температура, як функції часу, то за відомого параметра t_3 можна знайти $P_3(x_3, t_3), T_3(x_3, t_3)$ з граничних умов:

$$P_3^{(l)} = P^0(t_3^{(l)}), T_3^{(l)} = T^0(t_3^{(l)}).$$

Крок 4. Приймаючи відрізок 23 за характеристику та використовуючи диференціальне співвідношення вздовж характеристики, напишемо рівняння для визначення першого наближення $W(x, t)$ в точці 3, тобто $W_3^{(l)}$:

$$\begin{aligned} & -\frac{a^2 T_2 (-1 + \gamma)}{P_2} (W_3^{(l)} - W_2) + \frac{a T_2 (P_2 + a W_2) (-1 + \gamma)}{P_2^2} (P_3^{(l)} - P_2) + \\ & + \frac{a S T_2^2 W_2 \beta (-1 + \gamma) |W_2|}{P_2 (P_2 - a W_2)} (x_3^{(l)} - x_2) = 0. \end{aligned}$$

Нехай

$$\begin{aligned} M_i^{(l)} &= -\frac{a^2 T_i (-1 + \gamma)}{P_i}, N_i^{(l)} = \frac{a T_i (P_i + a W_i) (-1 + \gamma)}{P_i^2}, \\ C_i^{(l)} &= \frac{a S T_i^2 W_i \beta (-1 + \gamma) |W_i|}{P_i (P_i - a W_i)}, P P_i^{(l)} = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } M_2^{(l)} (W_3^{(l)} - W_2) + N_2^{(l)} (P_3^{(l)} - P_2) + C_2^{(l)} (x_3^{(l)} - x_2) = 0.$$

Покладемо $l = 1$.

Крок 5. Знайшовши параметри точки 3: $(x_3, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$, зробимо її уточнення обчисливши значення $\overline{\lambda_{33}}$:

$$\overline{\lambda_{33}^{(l)}} = \frac{1}{-\sqrt{\alpha S T_3^{(l)}} + S T_3^{(l)} \frac{W_3^{(l)}}{P_3^{(l)}} \alpha}.$$

Крок 6. Знаходимо величину

$$\overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} = \frac{1}{2} \left(\overline{\lambda_{32}^{(l)}} + \overline{\lambda_{33}^{(l)}} \right).$$

Крок 7. Знаходимо нові координати точки 2` та значення $M_i^{(l+1)}$, $N_i^{(l+1)}$, $C_i^{(l+1)}$, $P_i^{(l+1)}$ за формулами:

$$x_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (x_i + x_3^{(l)}), t_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (t_i + t_3^{(l)}), W_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (W_i + W_3^{(l)}),$$

$$P_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (P_i + P_3^{(l)}), T_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (T_i + T_3^{(l)}), i = 2.$$

$$\begin{cases} M_i^{(l+1)} = M_{i'}^{(l)}, N_i^{(l+1)} = N_{i'}^{(l)}, \\ PP_i^{(l+1)} = 0, C_i^{(l+1)} = C_{i'}^{(l)}, i = 2. \end{cases}$$

Крок 8. Знайдемо координату уточненої точки 3 за формулою:

$$t_3^{(l+1)} = t_2 - \overline{\lambda_{32}^{(l+1)}} x_2. \quad (2.9)$$

Крок 9. Використовуючи формулу (2.9) і граничні умови знаходимо значення $P_3^{(l+1)}$, $T_3^{(l+1)}$:

$$P_3^{(l+1)} = P^0(t_3^{(l+1)}),$$

$$T_3^{(l+1)} = T^0(t_3^{(l+1)}).$$

Крок 10. $W_3^{(l+1)}$ знаходимо з рівняння

$$M_2^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_2) + N_2^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_2) + PP_2^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_2) + C_2^{(l+1)}x_2 = 0.$$

Крок 11. Якщо $|W_3^{(l+1)} - W_3^{(l)}| < \varepsilon$ і $|t_3^{(l+1)} - t_3^{(l)}| < \varepsilon$, то $W_3^{(l+1)}$, $P_3^{(l+1)}$, $T_3^{(l+1)}$, x_3 , $t_3^{(l+1)}$ знайдено (це будуть параметри першої точки на наступному $k+1$ -му часовому шарі), і переходимо до пошуку параметрів останньої $n+1$ -ї точки на наступному $k+1$ -му часовому шарі, інакше $l = l+1$ переходимо до кроку 5.

Розглянемо алгоритм для знаходження $n+1$ -ї точки $(x_{n+1}, t_{n+1}, W_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}), P_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}), T_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}))$ на парному часовому шарі ($k+1=2,4,\dots$), за параметрами $n+1$ -ї точки $(x_{n+1}, t_{n+1}, W_{n+1}, P_{n+1}, T_{n+1})$ на попередньому непарному k -му часовому шарі і за параметрами $n+1$ -ї точки $(x_{n+1}, t_{n+1}, W_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}), P_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}), T_{n+1}(x_{n+1}, t_{n+1}))$ на попередньому парному $k+1$ -му часовому шарі з урахуванням граничних умов на кінці ділянки:

Крок 1. Беремо параметри точки 1 $(x_1, t_1, W_1(x_1, t_1), P_1(x_1, t_1), T_1(x_1, t_1))$ на k -му часовому шарі, і параметри точки 2 $(x_2, t_2, W_2(x_2, t_2), P_2(x_2, t_2), T_2(x_2, t_2))$ на $k-1$ -му часовому шарі, знаходимо параметри третьої точки $(x_3, t_3, W_3(x_3, t_3), P_3(x_3, t_3), T_3(x_3, t_3))$ на наступному $k+1$ -му (парному) часовому шарі (рис. 2.6).

Точка 3 знаходиться на осі ординат, тому $x_3 = L$, крім того, оскільки в кінці ділянки задана масова витрата, як функція часу, то за відомого параметра t_3 можна знайти $W_3(x_3, t_3)$ з граничних умов.

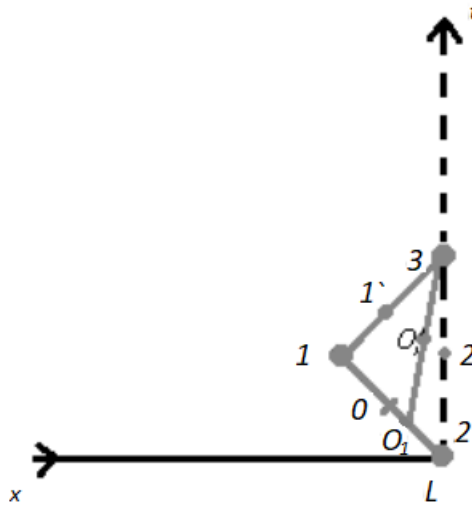


Рисунок 2.6 – Схема для розрахунку параметрів газового потоку
наприкінці ДТ

Крок 2. Позначимо через 0 середину відрізка, що з'єднує точки 1 і 2. Координати цієї точки обчислюються за формулами:

$$x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), t_0 = \frac{1}{2}(t_1 + t_2), W_0 = \frac{1}{2}(W_1 + W_2),$$

$$P_0 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2).$$

Крок 3. Оскільки точка 3 знаходиться на осі ординат, то $x_3 = L$. Знаходимо другу координату точки 3 $t_3^{(l)}$

$$t_3^{(l)} = t_1 + \overline{\lambda_{11}}(L - x_1),$$

яка є точкою перетину прямої, проведеної з точки 1 і віссю ординат.

Крок 4. Знайдемо нові координати точки $O_l = (x_0^{(l)}, t_0^{(l)})$

$$\begin{cases} t_3^{(l)} - t_0^{(l)} = \overline{\lambda}_{20} (L - x_0^{(l)}), \\ t_1 - t_0^{(l)} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} (x_1 - x_0^{(l)}). \end{cases}$$

Крок 5. Вводимо позначення вигляду

$$v^{(l)} = \frac{x_0^{(l)} - x_1}{x_2 - x_0^{(l)}} = \frac{t_1 - t_0^{(l)}}{t_0^{(l)} - t_2}.$$

Крок 6. Визначаємо значення $W(x, t), P(x, t), T(x, t)$ в точці O_l за формулами

$$\begin{cases} W_0^{(l)} = \frac{W_1 + v^{(l)} W_2}{1 + v^{(l)}}, \\ P_0^{(l)} = \frac{P_1 + v^{(l)} P_2}{1 + v^{(l)}}, \\ T_0^{(l)} = \frac{T_1 + v^{(l)} T_2}{1 + v^{(l)}}. \end{cases}$$

Крок 7. Знаходимо перше наближення $W(x, t)$ з граничних умов:

$$W_3^{(l)} = \frac{G^L(t_3^{(l)})}{S},$$

де S – площа перерізу труби.

Крок 8. Приймаючи відрізки 13 і $O_l 3$ за характеристики та використовуючи диференціальні співвідношення вздовж характеристик, пишемо систему рівнянь для визначення перших наближень $P(x, t), T(x, t)$ в точці 3:

$$\begin{aligned}
& -\frac{a^2 T_1 (-1 + \gamma)}{P_1} (W_3^{(l)} - W_1) + \frac{a T_1 (-P_1 + a W_1) (-1 + \gamma)}{P_1^2} (P_3^{(l)} - P_1) - \\
& -\frac{a S T_1^2 W_1 \beta (-1 + \gamma) |W_1|}{P_1 (P_1 - a W_1)} (L - x_1) = 0, \\
& -\frac{a^2 T_0^{(l)} (-1 + \gamma)}{P_0^{(l)}} (W_3^{(l)} - W_0^{(l)}) - \frac{T_0^{(l)} (-P_0^{(l)2} + a^2 W_0^{(l)2}) (-1 + \gamma)}{P_0^{(l)2}} (P_3^{(l)} - P_0^{(l)}) + \\
& + \frac{a^2 T_0^{(l)} W_0^{(l)} (-1 + \gamma) \gamma \Phi_1 + (-P_0^{(l)2} + a^2 W_0^{(l)2} (-1 + \gamma)^2) \Phi_2}{a^2 W_0^{(l)2} \gamma^2} (L - x_0^{(l)}) = 0.
\end{aligned}$$

Покладемо $l = 1$.

Крок 9. Знайшовши параметри точки 3: $(L, t_3^{(l)}, W_3^{(l)}, P_3^{(l)}, T_3^{(l)})$, зробимо її уточнення обчисливши значення $\overline{\lambda_{13}^{(l)}}, \overline{\lambda_{23}^{(l)}}$:

$$\begin{aligned}
\overline{\lambda_{13}^{(l)}} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha S T_3^{(l)}} + S T_3^{(l)} \frac{W_3^{(l)}}{P_3^{(l)}} \alpha}, \\
\overline{\lambda_{23}^{(l)}} &= \frac{P_3^{(l)}}{\alpha S T_3^{(l)} W_3^{(l)} \gamma}.
\end{aligned}$$

Крок 10. Знаходимо величину

$$\overline{\lambda_{11}^{(l+1)}} = \frac{1}{2} (\overline{\lambda_{11}} + \overline{\lambda_{13}^{(l)}}), \quad \overline{\lambda_{20}^{(l+1)}} = \frac{1}{2} (\overline{\lambda_{20}} + \overline{\lambda_{23}^{(l)}}).$$

Крок 11. Знаходимо нові координати точки 1', O_l' та значення $M_i^{(l+1)}$, $N_i^{(l+1)}$, $C_i^{(l+1)}$, $P_i^{(l+1)}$ за формулами:

$$x_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (x_i + x_3^{(l)}), \quad t_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (t_i + t_3^{(l)}), \quad W_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2} (W_i + W_3^{(l)}),$$

$$P_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2}(P_i + P_3^{(l)}), T_{i'}^{(l)} = \frac{1}{2}(T_i + T_3^{(l)}), i=1, O_l.$$

$$\begin{cases} M_i^{(l+1)} = M_{i'}^{(l)}, N_i^{(l+1)} = N_{i'}^{(l)}, \\ PP_1^{(l+1)} = 0, PP_{O_l}^{(l+1)} = PP_{O_l}^{(l)}, C_i^{(l+1)} = C_{i'}^{(l)}, i=1, O_l. \end{cases}$$

Крок 12. Знайдемо координату уточненої точки 0 і 3 за формулами:

$$\begin{aligned} t_3^{(l+1)} &= t_1 + \overline{\lambda_{11}^{(l+1)}}(L - x_1), \\ \begin{cases} t_3^{(l+1)} - t_0^{(l+1)} &= \overline{\lambda_{20}^{(l+1)}}(x_3^{(l+1)} - x_0^{(l+1)}), \\ t_1 - t_0^{(l+1)} &= \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1}(x_1 - x_0^{(l+1)}). \end{cases} \end{aligned}$$

Крок 13. Виразимо значення $v^{(l+1)}, W_0^{(l+1)}, P_0^{(l+1)}, T_0^{(l+1)}$:

$$\begin{aligned} v^{(l+1)} &= \frac{x_0^{(l+1)} - x_1}{x_2 - x_0^{(l+1)}}, \\ \begin{cases} W_0^{(l+1)} &= \frac{W_1 + v^{(l+1)}W_2}{1 + v^{(l+1)}}, \\ P_0^{(l+1)} &= \frac{P_1 + v^{(l+1)}P_2}{1 + v^{(l+1)}}, \\ T_0^{(l+1)} &= \frac{T_1 + v^{(l+1)}T_2}{1 + v^{(l+1)}}. \end{cases} \end{aligned}$$

Крок 14. Знаходимо наближення $W(x, t)$ з граничних умов:

$$W_3^{(l+1)} = \frac{G^L(t_3^{(l+1)})}{S}.$$

Крок 15. Використовуючи попередні формули, знаходимо значення $P_3^{(l+1)}$, $T_3^{(l+1)}$, розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} M_1^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_1) + N_1^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_1) + \\ + PP_1^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_1) + C_1^{(l+1)}(L - x_1) = 0, \\ M_{O_l}^{(l+1)}(W_3^{(l+1)} - W_0^{(l+1)}) + N_{O_l}^{(l+1)}(P_3^{(l+1)} - P_0^{(l+1)}) + \\ + PP_{O_l}^{(l+1)}(T_3^{(l+1)} - T_0^{(l+1)}) + C_{O_l}^{(l+1)}(L - x_0^{(l+1)}) = 0. \end{cases}$$

Крок 16. Якщо $|P_3^{(l+1)} - P_3^{(l)}| < \varepsilon$, $|T_3^{(l+1)} - T_3^{(l)}| < \varepsilon$ і $|t_3^{(l+1)} - t_3^{(l)}| < \varepsilon$, то $W_3^{(l+1)}$, $P_3^{(l+1)}$, $T_3^{(l+1)}$, L , $t_3^{(l+1)}$ знайдено (це будуть параметри $n+1$ -ї точки на $k+1$ -му часовому шарі), і переходимо до кроку 11 основного алгоритму [17], інакше $l = l+1$ переходимо до кроку 9.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 11.1

Wolfram Mathematica – остання версія обчислювального програмного забезпечення з широким набором функцій. Він використовується для обчислень і моделювання в інженерії, біотехнологіях і медицині, а також для аналізу бізнесу, фінансів і розвитку. Більше того, Mathematica має величезну освітню цінність і величезний розважальний потенціал [19].

Протягом трьох десятиліть система Mathematica визначає передовий край технічних обчислень і забезпечує основне середовище для розрахунків для мільйонів новаторів, педагогів, студентів та інших користувачів по всьому світу.

У той же час Wolfram Mathematica потребує найпростішого синтаксису для роботи. Мова Wolfram ретельно розроблена, щоб бути всебічною та простою у використанні, а сама система містить прогностичні алгоритми та навіть забезпечує введення природною мовою для зовсім початківців.

3.2 Опис програми

Для розрахунку НН РТГ по ДТ створений програмний продукт, який дозволяє розрахувати нестационарний неізотермічний режим течії газу з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа (додаток А) для відстеження часу перехідного процесу.

Правильність роботи алгоритму перевірено на стаціонарному режимі течії газу по стаціонарній моделі та по нестационарній моделі за допомогою схеми Лакса-Вендроффа.

Для розрахунку НН РТГ по ДТ методом характеристик використовувався готовий програмний продукт, який дозволяє відстежувати час перехідного процесу. Правильність роботи алгоритму перевірено на стаціонарному режимі течії

газу по стаціонарній моделі та по нестаціонарній моделі за допомогою методу характеристик.

Для розв'язання задач математичного моделювання вказаними програмними продуктами спочатку потрібно задати технічні параметри ділянки трубопроводу, фізичні параметри газу, значення параметрів газового потоку на початку ДТ на 0-му часовому шарі, граничні умови. Початковий розподіл знаходиться за допомогою заданих програмних продуктів. Після розрахунків в програмі з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа отримуються параметри газового потоку (питома масова витрата газу в $\text{млн.м}^3/\text{доб}$, тиск в атм, температура в $^{\circ}\text{C}$) на кожному часовому шарі, в програмі з використанням методу характеристик отримується просторова координата, часова координата, масова витрата, тиск та температура у відповідних точках розбиття.

Тестування програмних продуктів проводилося на ЕОМ з такими характеристиками: тип процесору 11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1135G7 @ 2.40GHz з 64-розрядною операційною системою Windows 10 Pro.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Проведемо аналіз результатів чисельних експериментів, отриманих на основі двох методів, які дозволяють відслідкувати як перехідний процес, так і відстежувати час перехідного процесу.

Для проведення експериментів задаються такі технічні параметри ДТ та фізичні параметри газу:

- довжина ДТ $L = 14$ км;
- внутрішній діаметр ДТ $D = 1400$;
- товщина стінок $\delta = 10$ мм;
- коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту $k_T = 1,4$ ккал/м³ ч.К;
- коефіцієнт стисливості газу $z_H = 0,88$;
- коефіцієнт ефективності ділянки $E = 0,95$;
- температура ґрунту $t_{gp} = 10^\circ \text{C}$;
- питома теплоємність газу $C_p = 0,6561$;
- відносна щільність газу по повітрю $\Delta = 0,6048$;
- кількість точок розбиття для кожної ділянки $n : 5, 10, 14$;
- крок розбиття по часовій змінній $\Delta t_1 = 7$ сек, $\Delta t_2 = 3$ сек, $\Delta t_3 = 2$ сек, для схеми Лакса-Вендроффа;
- загальний час моделювання 1 година.

Початкові умови:

$$P_H = 83,51 \text{ атм,}$$

$$t_H = 39^\circ \text{C,}$$

$$q = 101,4 \text{ млн.м}^3/\text{доб.}$$

Підключення великих споживачів відбувається через 1190 секунд (це приблизно 20 хвилин) після початку розрахунку.

Граничні умови для задачі з використанням схеми Лакса-Вендроффа в цьому випадку матимуть вид

$$\begin{cases} P(0,t) = 83,51 \text{ атм}, \\ T(0,t) = 39^\circ \text{C}, \end{cases}$$

$$G(L,t) = \begin{cases} 101,4 \text{ млн м}^3/\text{сут}, & t < 1190 \text{ сек}, \\ 116,4 \text{ млн м}^3/\text{сут}, & t \geq 1190 \text{ сек}. \end{cases}$$

Підключення великих споживачів за методом характеристик відбувається тоді на 306 шарі після початку розрахунку.

Граничні умови для задачі в цьому випадку матимуть вид

$$\begin{cases} P(0,t) = 83,51 \text{ атм}, \\ T(0,t) = 39^\circ \text{C}, \end{cases}$$

$$G(L,t) = \begin{cases} 101,4 \text{ млн м}^3/\text{сут}, & k < 306, \\ 116,4 \text{ млн м}^3/\text{сут}, & k \geq 306, \end{cases}$$

де k – номер часового шару.

Розрахунок параметрів газу проводиться для різної кількості точок розбиття $n = 5, 10, 14$.

Оскільки, схема Лакса-Вендроффа – це явна схема, то крок по часовій змінній Δt залежить від кількості точок розбиття n по просторовій змінній, тому обираємо різні значення для Δt [20].

Зауважимо, що перехідний процес для задачі з кроком розбиття ділянки $n = 5$ та кроком розбиттям по часовій змінній $\Delta t_1 = 7$ секунд почнеться, починаючи з 170 часового шару.

Тоді перехідний процес для задачі з кроком розбиття ділянки $n = 10$ та кроком розбиттям по часовій змінній $\Delta t_2 = 3$ секунд почнеться, починаючи з 397 часового шару.

Перехідний процес для задачі з кроком розбиття ділянки $n = 14$ та кроком розбиттям по часовій змінній $\Delta t_3 = 2$ секунд почнеться, починаючи з 595 часового шару.

Порівняємо отримані результати за двома методами. Порівняння результатів можливе на кінці і початку ділянки по п'яти параметрам: кінець або початок ділянки, час, витрата газу, тиск, температура. З методу характеристик беруться тільки парні шари. Для зручності запису в таблиці для позначення методу обрані символічні скорочення: LW – результати отримані згідно двокрокової схеми Лакса-Вендроффа, KhM – результати отримані згідно методу характеристик з використанням модифікованого методу Массо.

В таблицях 4.1–4.17 наведені порівняння результатів отриманих до перехідного процесу, під час перехідного процесу та після перехідного процесу при 5 точках розбиття ДТ.

В таблицях 4.18–4.40 наведені порівняння результатів отриманих до перехідного процесу, під час перехідного процесу та після перехідного процесу при 10 точках розбиття ДТ.

В таблицях 4.41–4.58 наведені порівняння результатів отриманих до перехідного процесу, під час перехідного процесу та після перехідного процесу при 14 точках розбиття ДТ.

Таблиця 4.1 – Порівняння параметрів газового потоку на 70 секунді роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	70.00000	102.04058	83.51000	39.00000
KhM	0 м	70.26805	101.97835	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	70.00000	101.40000	80.99076	37.82409
KhM	14 000 м	69.87377	101.40000	80.99046	37.82446

Таблиця 4.2 – Порівняння параметрів газового потоку на 140 секунді
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	140.00000	101.40495	83.51000	39.00000
KhM	0 м	140.53145	101.37304	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	140.00000	101.40000	81.00055	37.82854
KhM	14 000 м	139.74572	101.40000	81.00003	37.83065

Таблиця 4.3 – Порівняння параметрів газового потоку на 553 секунді
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	553.00000	101.42684	83.51000	39.00000
KhM	0 м	552.95625	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	553.00000	101.40000	80.99929	37.81449
KhM	14 000 м	552.58681	101.40000	80.99859	37.82917

Таблиця 4.4 – Порівняння параметрів газового потоку на 623 секунді
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	623.00000	101.42682	83.51000	39.00000
KhM	0 м	622.84026	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	623.00000	101.40000	80.99931	37.81234
KhM	14 000 м	622.84881	101.40000	80.99859	37.82913

Таблиця 4.5 – Порівняння параметрів газового потоку на 693 секунді
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	693.00000	101.42681	83.51000	39.00000
KhM	0 м	693.10673	101.40000	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.5

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	693.00000	101.40000	80.99932	37.81023
KhM	14 000 м	692.71569	101.40000	80.99859	37.82908

Таблиця 4.6 – Порівняння параметрів газового потоку на 763 секундi роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	763.00000	101.42679	83.51000	39.00000
KhM	0 м	763.37210	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	763.00000	101.40000	80.99933	37.80816
KhM	14 000 м	762.58611	101.40000	80.99859	37.82904

Таблиця 4.7 – Порівняння параметрів газового потоку на 1183 секундi роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1183.00000	101.42675	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1183.77326	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1183.00000	101.40000	80.88836	37.79724
KhM	14 000 м	1183.01938	101.40000	80.99589	37.82884

Таблиця 4.8 – Порівняння параметрів газового потоку на 1190 секундi роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1190.00000	101.42675	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1191.75403	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1190.00000	116.40000	80.45776	37.42731
KhM	14 000 м	1190.60389	116.40000	80.65024	37.59868

Таблиця 4.9 – Порівняння параметрів газового потоку на 1253 секундi
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1253.00000	113.59991	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1253.74391	113.30378	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1253.00000	116.40000	80.20559	37.29709
KhM	14 000 м	1253.21123	116.40000	80.22007	37.34131

Таблиця 4.10 – Порівняння параметрів газового потоку на 1316 секундi
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1316.00000	116.46455	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1316.09579	116.37193	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1316.00000	116.40000	80.18209	37.31889
KhM	14 000 м	1315.52224	116.40000	80.17977	37.35213

Таблиця 4.11 – Порівняння параметрів газового потоку на 1386 секундi
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1386.00000	116.47471	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1386.40104	116.42896	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1386.00000	116.40000	80.18621	37.36354
KhM	14 000 м	1385.43038	116.40000	80.18446	37.39763

Таблиця 4.12 – Порівняння параметрів газового потоку на 1869 секундi
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1869.00000	116.44632	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1868.81518	116.39789	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.12

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	1869.00000	116.40000	80.18478	37.64427
KhM	14 000 м	1868.64348	116.40000	80.18294	37.62612

Таблиця 4.13 – Порівняння параметрів газового потоку на 1939 секунд
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1939.00000	116.44662	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1939.09598	116.39804	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1939.00000	116.40000	80.18457	37.68270
KhM	14 000 м	1938.52286	116.40000	80.18271	37.65098

Таблиця 4.14 – Порівняння параметрів газового потоку на 2569 секунд
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2569.00000	116.44800	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2569.46878	116.39896	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	2569.00000	116.40000	80.18380	37.93470
KhM	14 000 м	2569.32436	116.40000	80.18125	37.81162

Таблиця 4.15 – Порівняння параметрів газового потоку на 3122 секунд
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3122.00000	116.44783	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3122.34457	116.39940	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3122.00000	116.40000	80.18389	37.96351
KhM	14 000 м	3121.79667	116.40000	80.18055	37.88909

Таблиця 4.16 – Порівняння параметрів газового потоку на 3192 секунд
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3192.00000	116.44779	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3192.21944	116.39944	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3192.00000	116.40000	80.18390	37.95926
KhM	14 000 м	3192.04752	116.40000	80.18048	37.89622

Таблиця 4.17 – Порівняння параметрів газового потоку на 3262 секунд
роботи при 5 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3262.00000	116.44776	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3262.26287	116.39948	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3262.00000	116.40000	80.18391	37.95458
KhM	14 000 м	3261.90317	116.40000	80.18042	37.90282

Таблиця 4.18 – Порівняння параметрів газового потоку на 66 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	66.00000	102.14444	83.51000	39.00000
KhM	0 м	66.47384	102.05654	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	66.00000	101.40000	80.98596	37.82059
KhM	14 000 м	65.88090	101.40000	80.98784	37.82234

Таблиця 4.19 – Порівняння параметрів газового потоку на 78 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	78.00000	101.85063	83.51000	39.00000
KhM	0 м	77.85649	101.84208	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.19

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	78.00000	101.40000	80.99501	37.82629
KhM	14 000 м	77.86292	101.40000	80.99559	37.82746

Таблиця 4.20 – Порівняння параметрів газового потоку на 144 секунді роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	144.00000	101.37937	83.51000	39.00000
KhM	0 м	144.32717	101.37079	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	144.00000	101.40000	81.00016	37.82758
KhM	14 000 м	143.73834	101.40000	80.99995	37.82966

Таблиця 4.21 – Порівняння параметрів газового потоку на 1086 секунді роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1086.00000	101.40742	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1086.18548	101.40001	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1086.00000	101.40000	80.99899	37.79835
KhM	14 000 м	1086.99367	101.40000	80.99865	37.82476

Таблиця 4.22 – Порівняння параметрів газового потоку на 1164 секунді роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1164.00000	101.40741	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1164.04136	101.40000	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1164.00000	101.40000	80.99900	37.79631
KhM	14 000 м	1163.84956	101.40000	80.99865	37.82459

Таблиця 4.23 – Порівняння параметрів газового потоку на 1191 секунді
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1191.00000	101.40741	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1191.76399	101.40001	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1191.00000	116.40000	80.56577	37.47829
KhM	14 000 м	1190.61696	116.40000	80.66959	37.60655

Таблиця 4.24 – Порівняння параметрів газового потоку на 1242 секунді
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1242.00000	112.40069	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1241.98929	111.78002	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1242.00000	116.40000	80.28849	37.34641
KhM	14 000 м	1241.64478	116.40000	80.29309	37.37894

Таблиця 4.25 – Порівняння параметрів газового потоку на 1257 секунді
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1257.00000	113.46065	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1257.74211	113.51237	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1257.00000	116.40000	80.21083	37.30141
KhM	14 000 м	1257.01661	116.40000	80.21065	37.33154

Таблиця 4.26 – Порівняння параметрів газового потоку на 1308 секунді
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1308.00000	116.48729	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1308.52266	116.28290	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.26

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000м	1308.00000	116.40000	80.18127	37.31085
KhM	14 000м	1307.55132	116.40000	80.18032	37.34179

Таблиця 4.27 – Порівняння параметрів газового потоку на 1320 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1320.00000	116.41903	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1319.90028	116.39184	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1320.00000	116.40000	80.18071	37.31572
KhM	14 000 м	1319.52640	116.40000	80.17967	37.34873

Таблиця 4.28 – Порівняння параметрів газового потоку на 1479 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1479.00000	116.40942	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1479.46471	116.39595	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1479.00000	116.40000	80.18573	37.41402
KhM	14 000 м	1479.29265	116.40000	80.18448	37.44779

Таблиця 4.29 – Порівняння параметрів газового потоку на 1557 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1557.00000	116.40975	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1557.34296	116.39657	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1557.00000	116.40000	80.18532	37.62878
KhM	14 000 м	1557.17087	116.40000	80.18404	37.49072

Таблиця 4.30 – Порівняння параметрів газового потоку на 1635 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1635.00000	116.41039	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1635.21687	116.39709	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1635.00000	116.40000	80.18495	37.50558
KhM	14 000 м	1635.04474	116.40000	80.18367	37.53075

Таблиця 4.31 – Порівняння параметрів газового потоку на 1713 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1713.00000	116.41089	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1713.08688	116.39743	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1713.00000	116.40000	80.18462	37.72144
KhM	14 000 м	1712.91473	116.40000	80.18333	37.56782

Таблиця 4.32 – Порівняння параметрів газового потоку на 1791 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1791.00000	116.41138	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1790.95337	116.39769	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1791.00000	116.40000	80.18432	37.59776
KhM	14 000 м	1790.78120	116.40000	80.18303	37.60202

Таблиця 4.33 – Порівняння параметрів газового потоку на 2106 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2106.00000	116.41284	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2106.37100	116.39841	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.33

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	2106.00000	116.40000	80.18350	37.77911
KhM	14 000 м	2106.01171	116.40000	80.18205	37.71454

Таблиця 4.34 – Порівняння параметрів газового потоку на 2262 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2262.00000	116.41321	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2262.07474	116.39867	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	2262.00000	116.40000	80.18329	37.01311
KhM	14 000 м	2261.71543	116.40000	80.18168	37.75729

Таблиця 4.35 – Порівняння параметрів газового потоку на 2655 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2655.00000	116.41345	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2655.28571	116.39914	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	2655.00000	116.40000	80.18322	37.96024
KhM	14 000 м	2654.73747	116.40000	80.18099	37.83755

Таблиця 4.36 – Порівняння параметрів газового потоку на 2721 секунд
роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2721.00000	116.41344	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2721.37523	116.39919	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	2721.00000	116.40000	80.18323	37.96105
KhM	14 000 м	2721.00167	116.40000	80.18089	37.84796

Таблиця 4.37 – Порівняння параметрів газового потоку на 3114 секундi роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3114.00000	116.41338	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3114.35840	116.39948	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3114.00000	116.40000	80.18325	37.93492
KhM	14 000 м	3114.18602	116.40000	80.18048	37.89627

Таблиця 4.38 – Порівняння параметрів газового потоку на 3192 секундi роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3192.00000	116.41339	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3192.19461	116.39953	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3192.00000	116.40000	80.18325	37.93414
KhM	14 000 м	3192.02222	116.40000	80.18042	37.90358

Таблиця 4.39 – Порівняння параметрів газового потоку на 3270 секундi роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3270.00000	116.41340	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3270.03015	116.39957	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3270.00000	116.40000	80.18324	37.93577
KhM	14 000 м	3269.85776	116.40000	80.18036	37.91029

Таблиця 4.40 – Порівняння параметрів газового потоку на 3585 секундi роботи при 10 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3585.00000	116.41343	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3585.34658	116.39969	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.40

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	3585.00000	116.40000	80.18324	37.94619
KhM	14 000 м	3584.98717	116.40000	80.18017	37.93224

Таблиця 4.41 – Порівняння параметрів газового потоку на 86 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	86.00000	101.72686	83.51000	39.00000
KhM	0 м	86.39691	101.71659	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	86.00000	101.40000	80.99753	37.82761
KhM	14 000 м	85.99874	101.40000	80.99719	37.82825

Таблиця 4.42 – Порівняння параметрів газового потоку на 150 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	150.00000	101.37359	83.51000	39.00000
KhM	0 м	150.29051	101.36914	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	150.00000	101.40000	80.99987	37.82705
KhM	14 000 м	150.01345	101.40000	80.99972	37.82903

Таблиця 4.43 – Порівняння параметрів газового потоку на 392 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	392.00000	101.40402	83.51000	39.00000
KhM	0 м	392.12512	101.39999	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	392.00000	101.40000	80.99884	37.81857
KhM	14 000 м	391.99951	101.40000	80.99866	37.82587

Таблиця 4.44 – Порівняння параметрів газового потоку на 1090 секунді
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1090.00000	101.40391	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1089.98497	101.40001	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1090.00000	101.40000	80.99893	37.79804
KhM	14 000 м	1089.99353	101.40000	80.99868	37.82209

Таблиця 4.45 – Порівняння параметрів газового потоку на 1176 секунді
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1176.00000	101.403389	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1176.38215	101.40001	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1176.00000	101.40000	80.99893	37.79573
KhM	14 000 м	1175.98544	101.40000	80.99868	37.82179

Таблиця 4.46 – Порівняння параметрів газового потоку на 1190 секунді
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1190.00000	101.40389	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1190.62956	101.40001	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1190.00000	116.40000	80.56565	37.49908
KhM	14 000 м	1189.53945	116.40000	80.67514	37.60723

Таблиця 4.47 – Порівняння параметрів газового потоку на 1240 секунді
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1240.00000	112.33392	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1240.36942	111.64207	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.47

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	1240.00000	116.40000	80.29941	37.35288
KhM	14 000 м	1239.97035	116.40000	80.29978	37.37996

Таблиця 4.48 – Порівняння параметрів газового потоку на 1396 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1396.00000	116.42843	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1396.17097	116.42181	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1396.00000	116.40000	80.18564	37.36465
KhM	14 000 м	1395.71169	116.40000	80.18464	37.39601

Таблиця 4.49 – Порівняння параметрів газового потоку на 1404 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1404.00000	116.42794	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1404.43264	116.41531	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1404.00000	116.40000	80.18571	37.36703
KhM	14 000 м	1404.12722	116.40000	80.18473	37.40117

Таблиця 4.50 – Порівняння параметрів газового потоку на 1482 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1482.00000	116.40273	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1482.31522	116.39551	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1482.00000	116.40000	80.18557	37.41514
KhM	14 000 м	1482.00984	116.40000	80.18442	37.44733

Таблиця 4.51 – Порівняння параметрів газового потоку на 1560 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1560.00000	116.40342	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1560.19259	116.39633	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1560.00000	116.40000	80.18516	37.46107
KhM	14 000 м	1559.88717	116.40000	80.18396	37.49128

Таблиця 4.52 – Порівняння параметрів газового потоку на 1638 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1638.00000	116.40408	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1638.06535	116.39693	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1638.00000	116.40000	80.18479	37.50728
KhM	14 000 м	1637.75991	116.40000	80.18356	37.53259

Таблиця 4.53 – Порівняння параметрів газового потоку на 1710 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1710.00000	116.40459	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1710.38229	116.39731	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1710.00000	116.40000	80.18449	37.55009
KhM	14 000 м	1710.06638	116.40000	80.18324	37.56836

Таблиця 4.54 – Порівняння параметрів газового потоку на 1866 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1866.00000	116.40554	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1866.10961	116.39788	83.51000	39.00000

Кінець таблиці 4.54

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	14 000 м	1866.00000	116.40000	80.18393	37.64269
KhM	14 000 м	1865.79368	116.40000	80.18264	37.63686

Таблиця 4.55 – Порівняння параметрів газового потоку на 1952 секундi роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	1952.00000	116.40594	83.51000	39.00000
KhM	0 м	1952.36415	116.39812	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	1952.00000	116.40000	80.18369	37.69315
KhM	14 000 м	1951.92423	116.40000	80.18236	37.66998

Таблиця 4.56 – Порівняння параметрів газового потоку на 2180 секундi роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	2180.00000	116.40671	83.51000	39.00000
KhM	0 м	2180.23788	116.39859	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	2180.00000	116.40000	80.18325	37.82121
KhM	14 000 м	2180.06573	116.40000	80.18174	37.74336

Таблиця 4.57 – Порівняння параметрів газового потоку на 3270 секундi роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3270.00000	116.40707	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3270.01233	116.39962	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3270.00000	116.40000	80.18311	37.94549
KhM	14 000 м	3269.84006	116.40000	80.18032	37.91495

Таблиця 4.58 – Порівняння параметрів газового потоку на 3506 секунд
роботи при 14 точках розбиття

	Точка ділянки	Часова змінна	Витрата газу	Тиск	Температура
LW	0 м	3506.00000	116.40707	83.51000	39.00000
KhM	0 м	3506.35722	116.39972	83.51000	39.00000
LW	14 000 м	3506.00000	116.40000	80.18312	37.94089
KhM	14 000 м	3506.05156	116.40000	80.18019	37.93075

Порівняємо візуально зміни кожного параметру за часом в 0-й та останній точці розбиття (рис. 4.1–4.18). Та зміни кожного параметру за часом та довжиною ділянки (рис. 4.18–4.27).

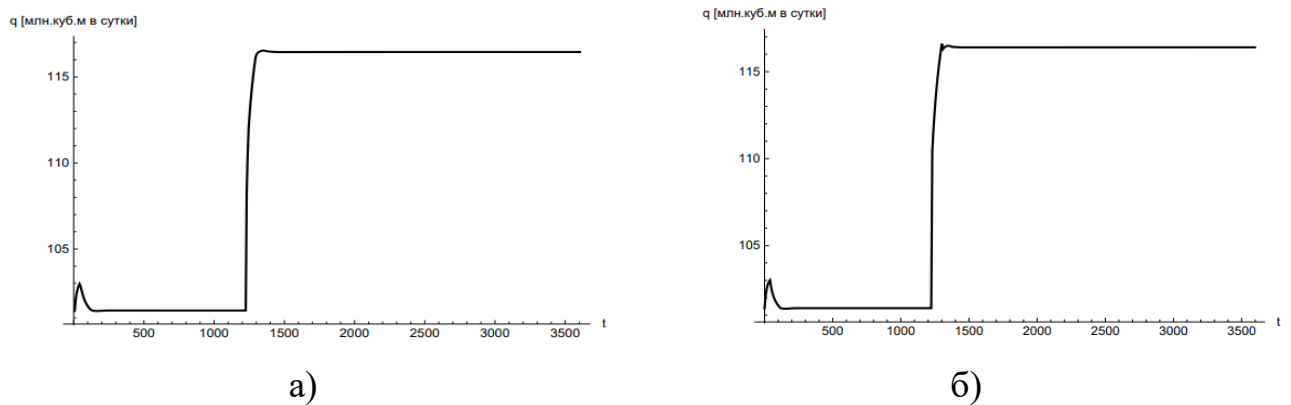


Рисунок 4.1 – Витрата газу (млн м³/доб.) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

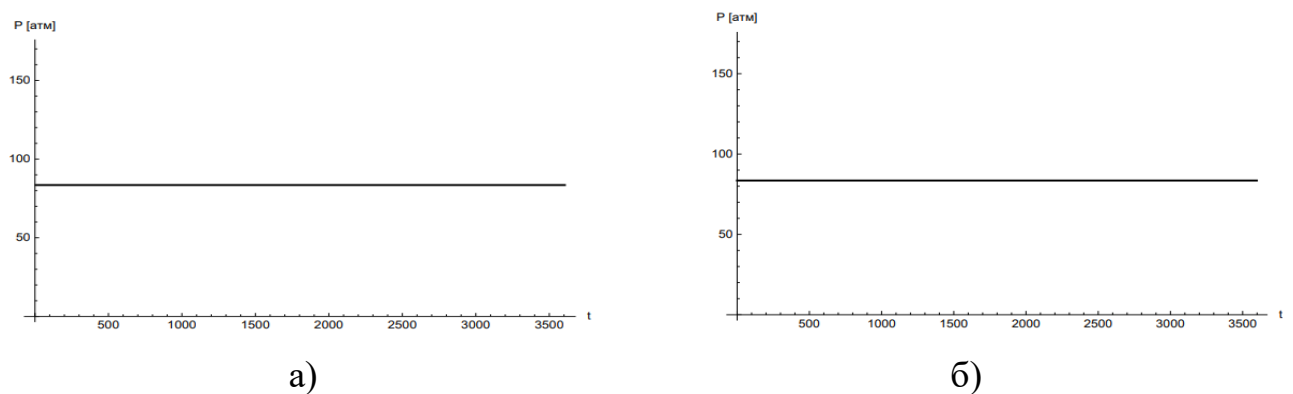
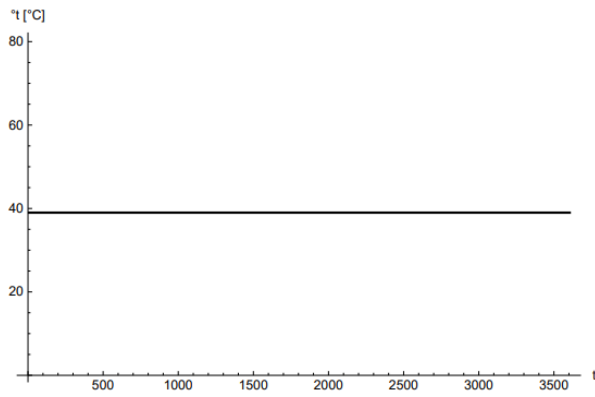
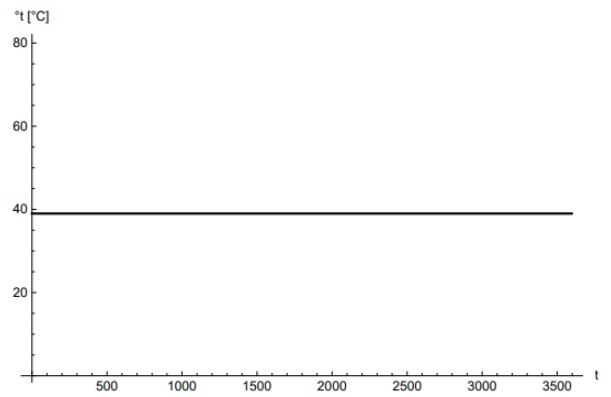


Рисунок 4.2 – Тиск (атм) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

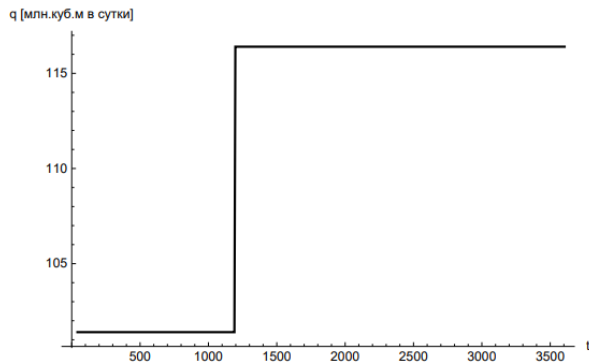


а)

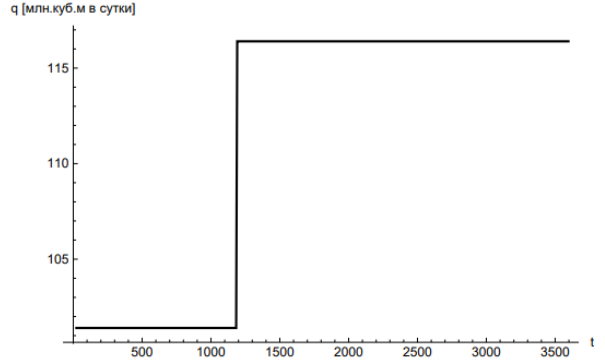


б)

Рисунок 4.3 – Температура ($^{\circ}\text{C}$) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

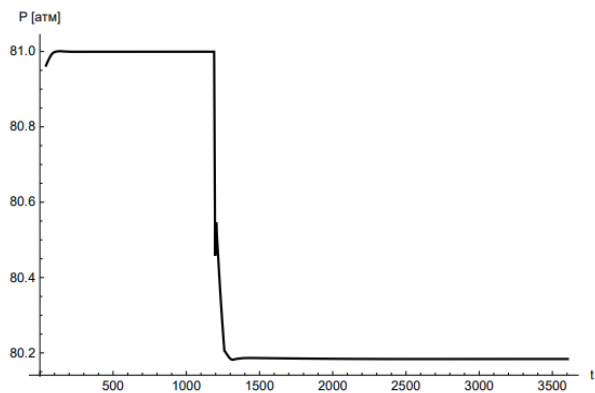


а)

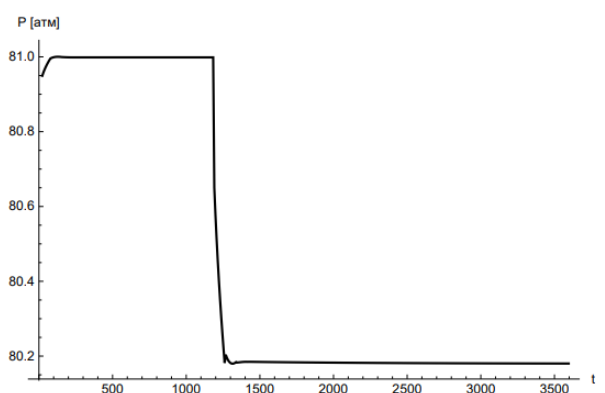


б)

Рисунок 4.4 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) в 5-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

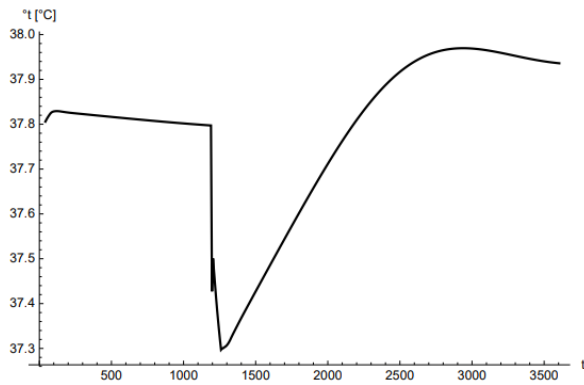


а)

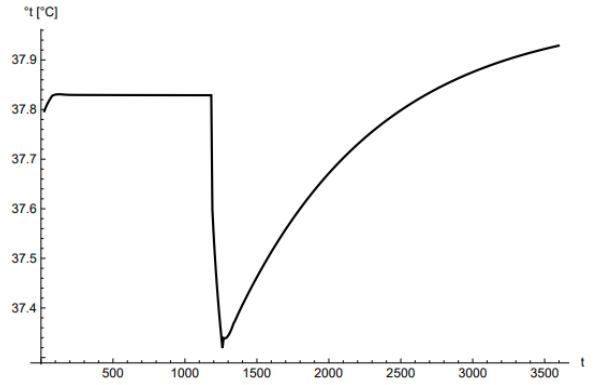


б)

Рисунок 4.5 – Тиск (атм) в 5-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

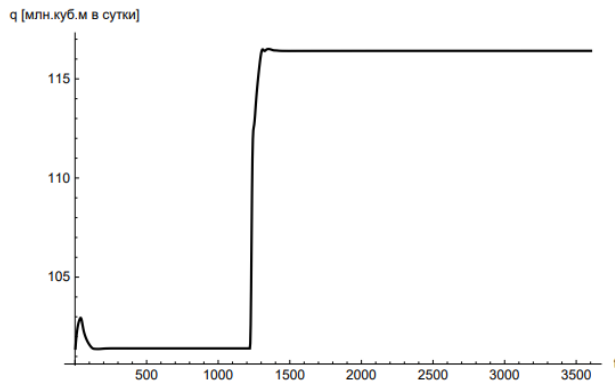


а)

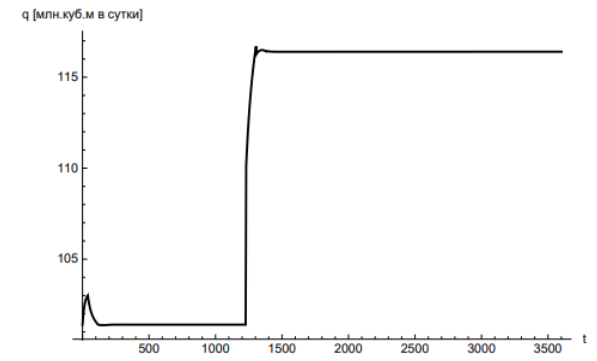


б)

Рисунок 4.6 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 5-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

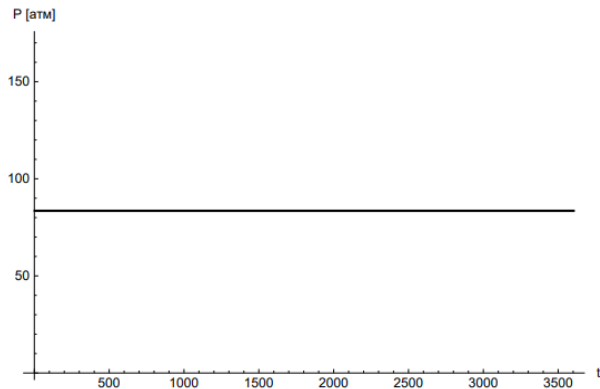


а)

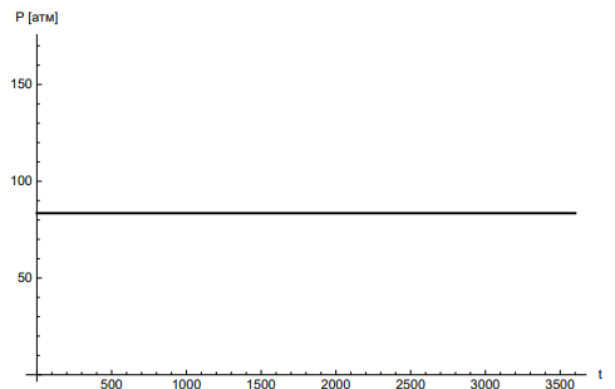


б)

Рисунок 4.7 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

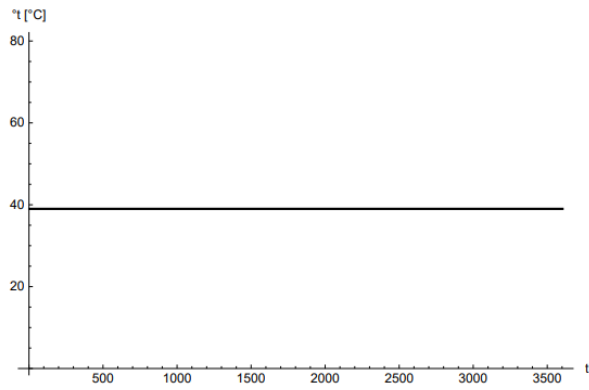


а)

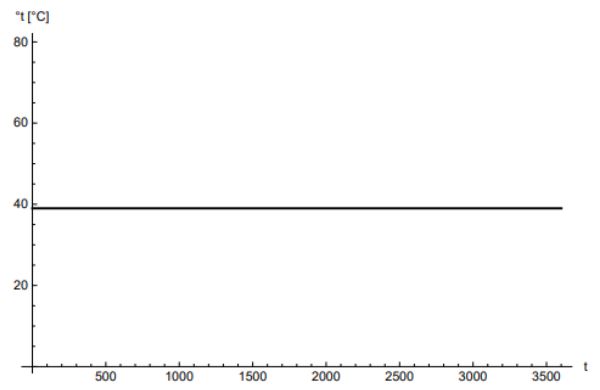


б)

Рисунок 4.8 – Тиск (атм) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

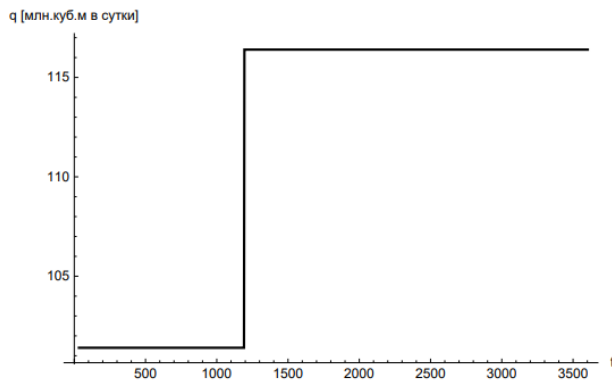


а)

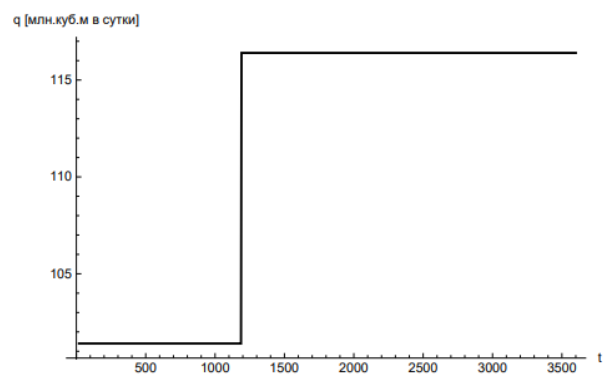


б)

Рисунок 4.9 – Температура ($^{\circ}\text{C}$) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

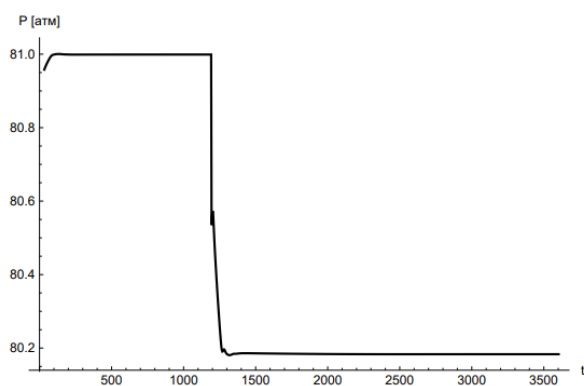


а)

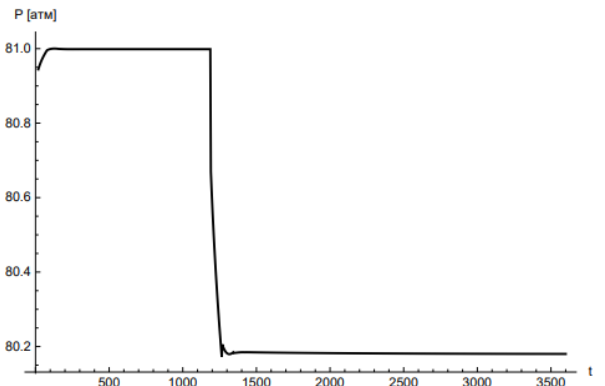


б)

Рисунок 4.10 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) в 10-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

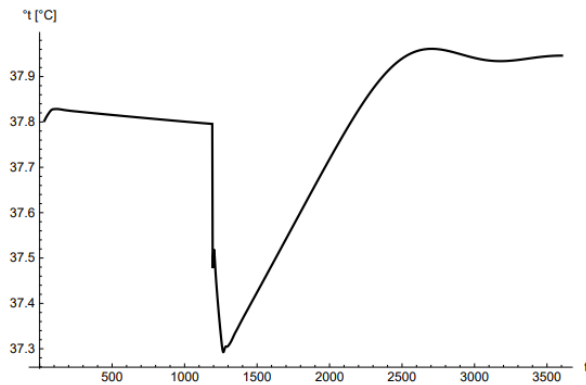


а)

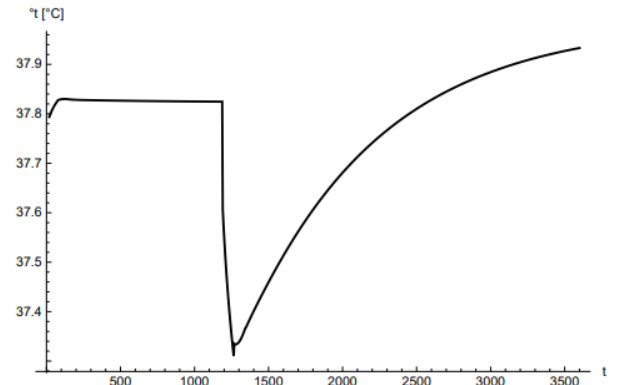


б)

Рисунок 4.11 – Тиск (атм) в 10-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

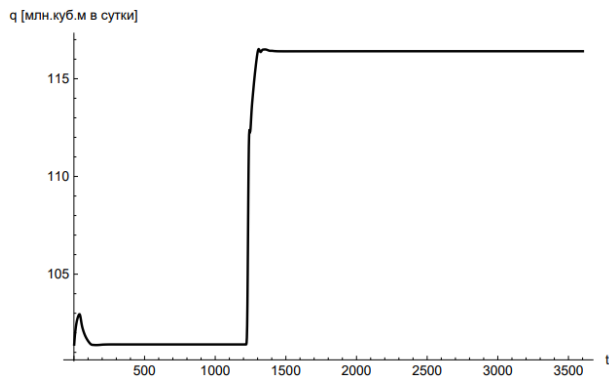


а)

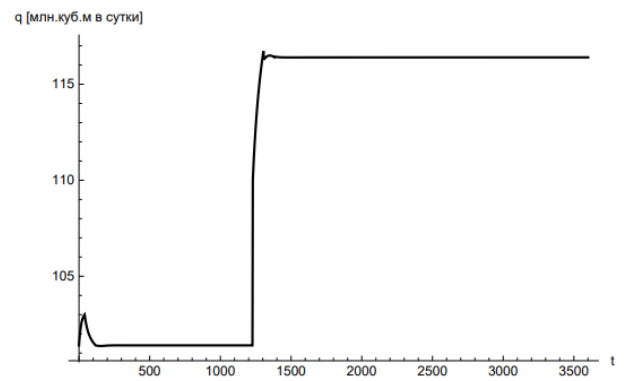


б)

Рисунок 4.12 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 10-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 10$

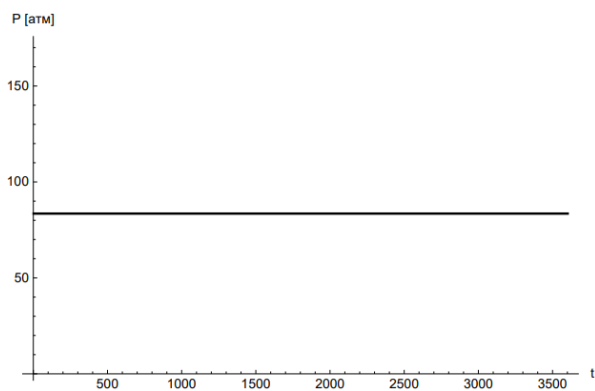


а)

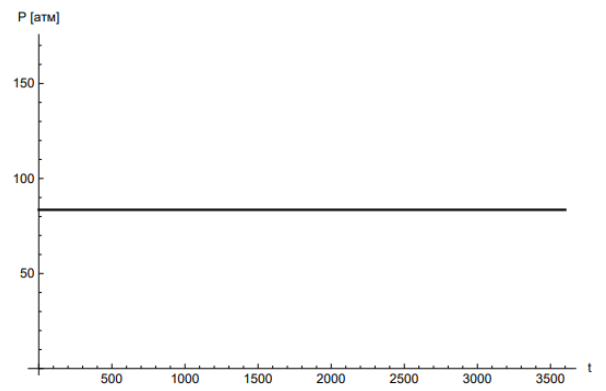


б)

Рисунок 4.13 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

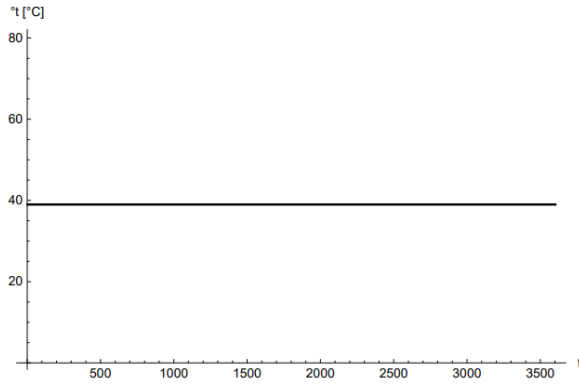


а)

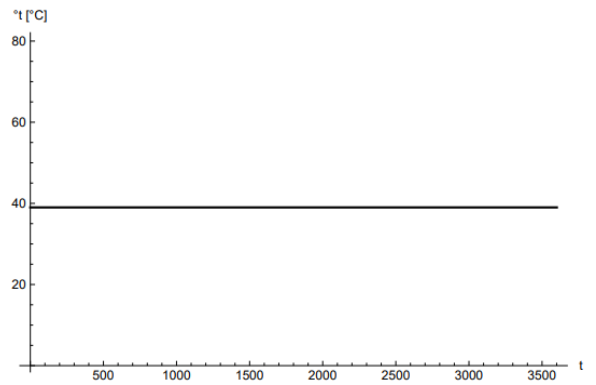


б)

Рисунок 4.14 – Тиск (атм) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

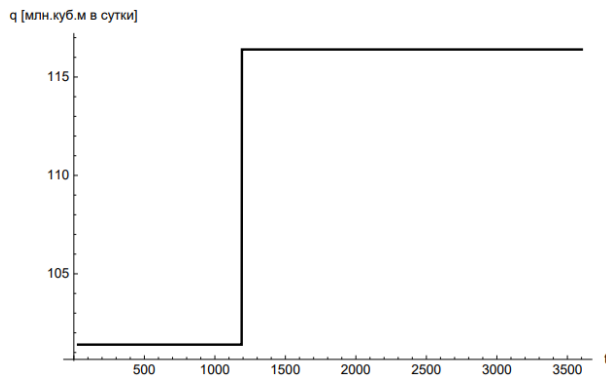


а)

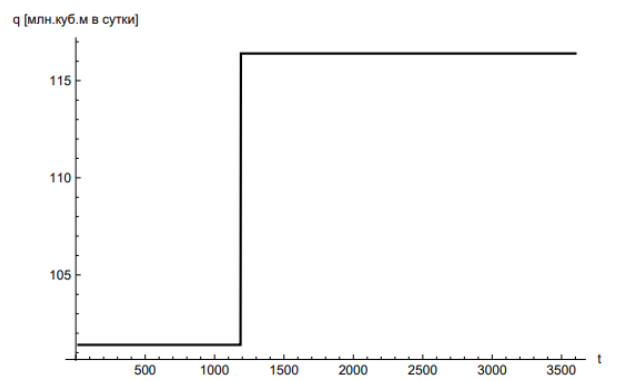


б)

Рисунок 4.15 – Температура ($^{\circ}\text{C}$) в 0-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

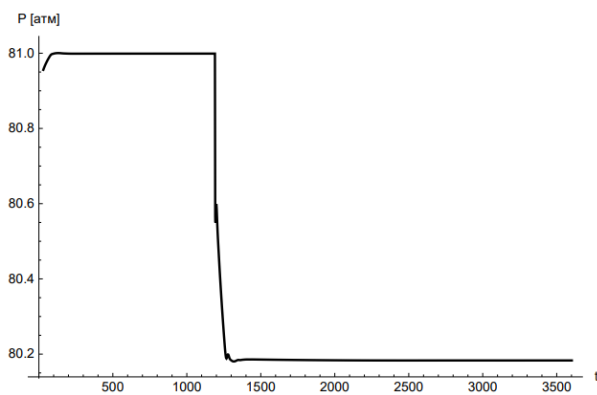


а)

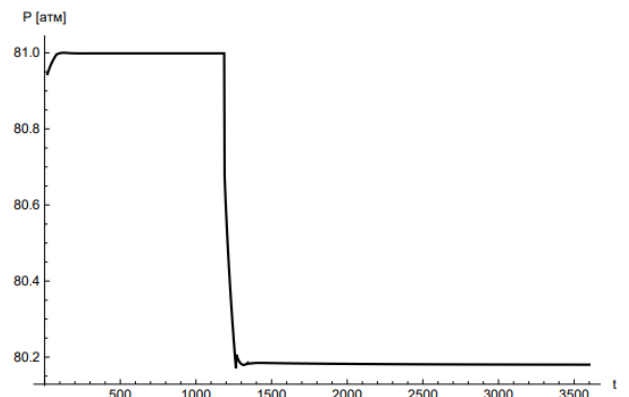


б)

Рисунок 4.16 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) в 14-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

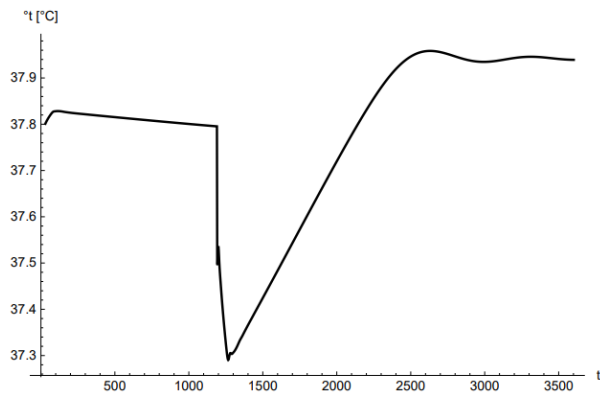


а)

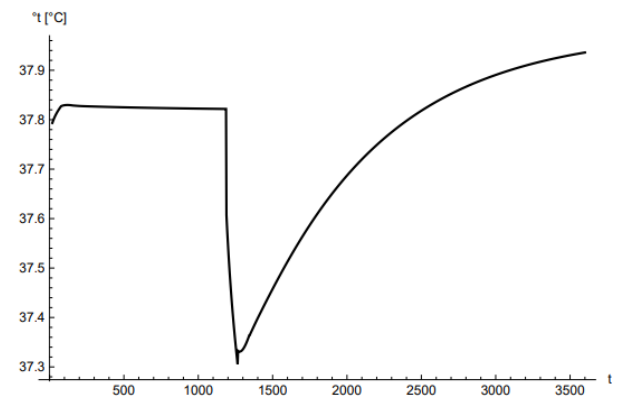


б)

Рисунок 4.17 – Тиск (атм) в 14-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

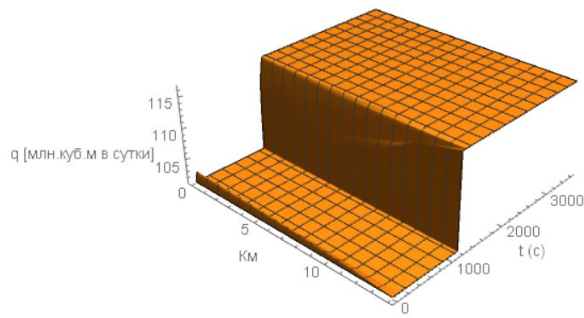


а)

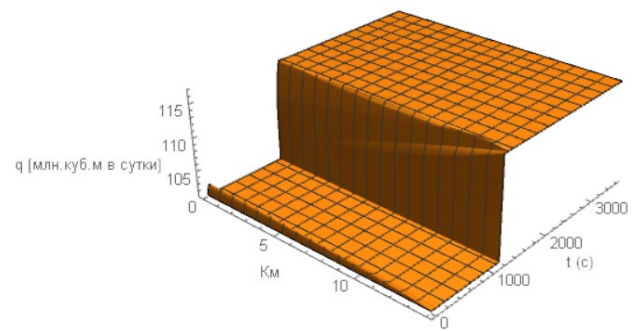


б)

Рисунок 4.18 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) в 14-й точці розбиття ДТ за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

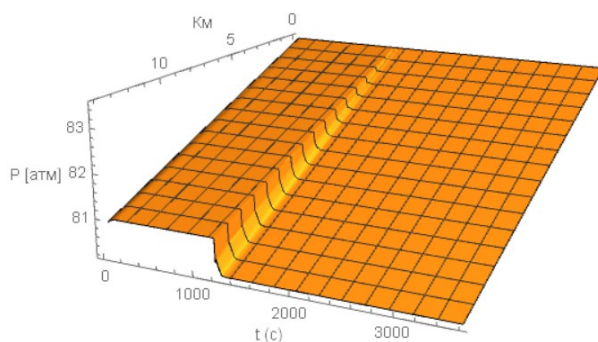


а)

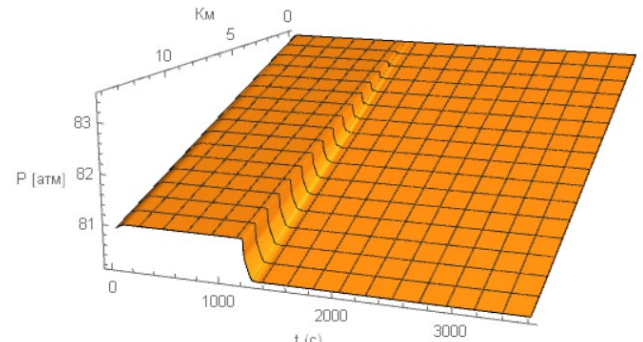


б)

Рисунок 4.19 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

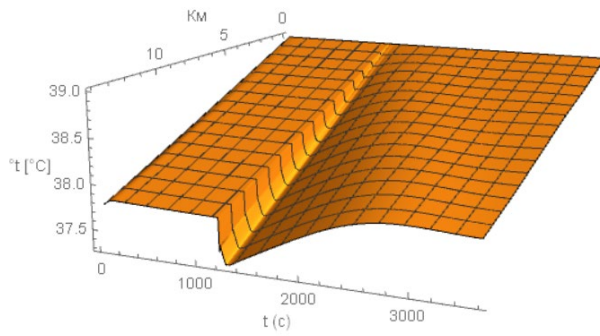


а)

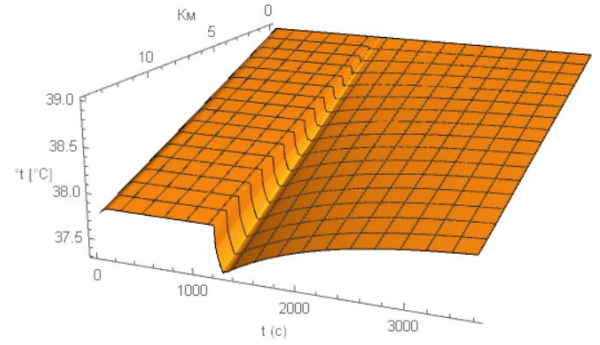


б)

Рисунок 4.20 – Тиск (атм) за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 5$

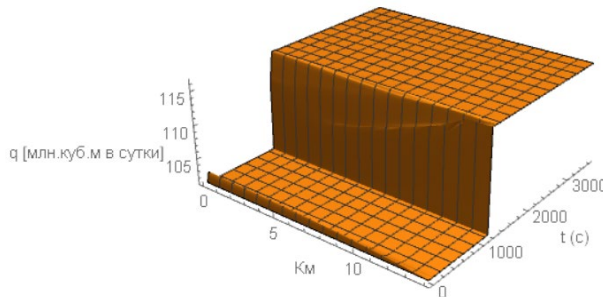


а)

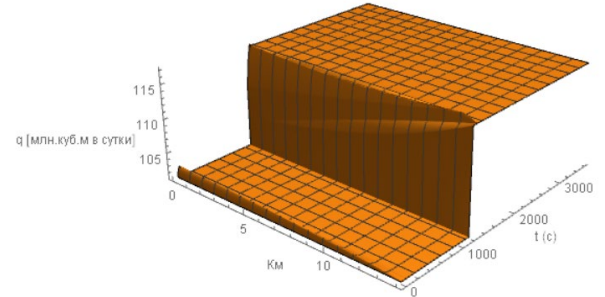


б)

Рисунок 4.21 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 5$

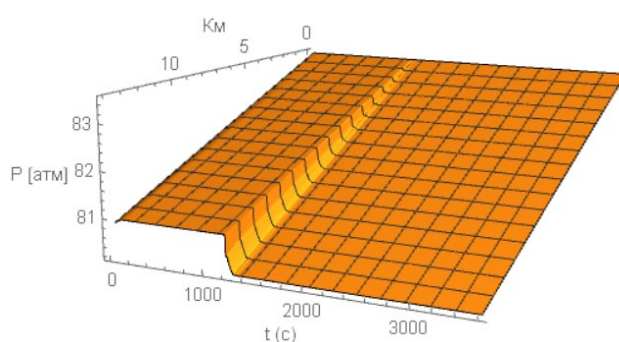


а)

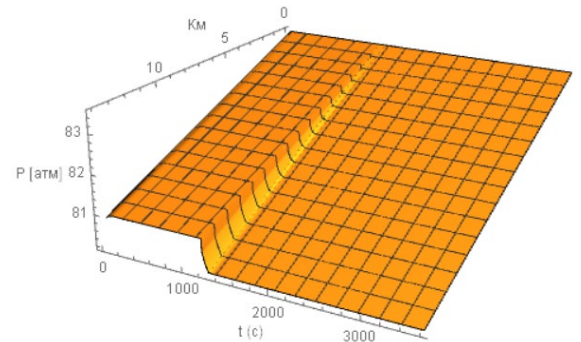


б)

Рисунок 4.22 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 10$

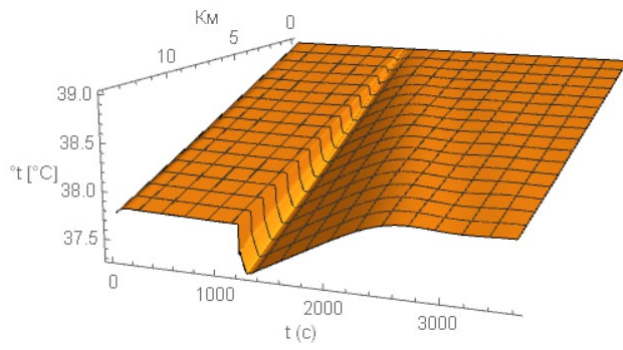


а)

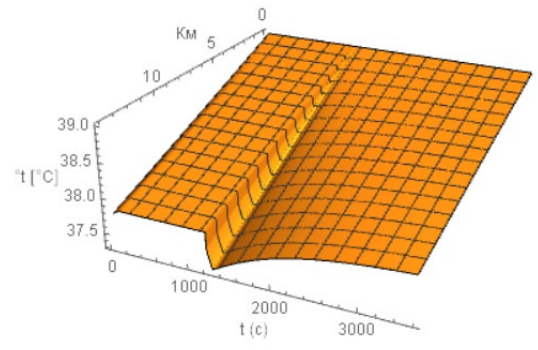


б)

Рисунок 4.23 – Тиск (атм) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 10$

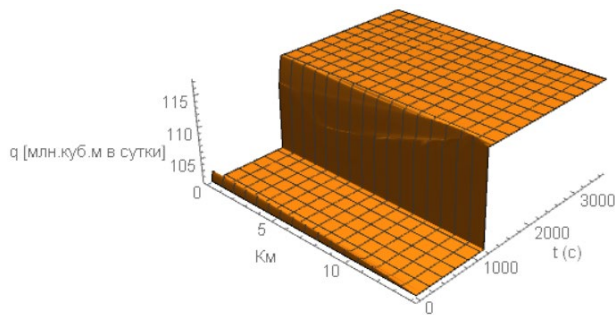


а)

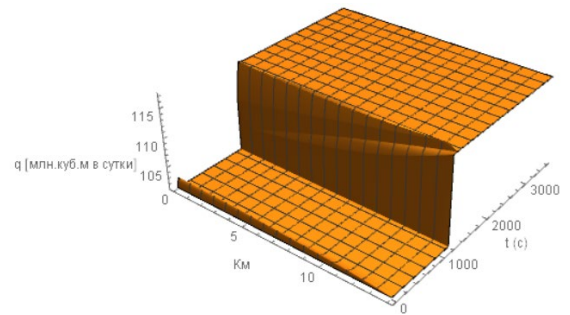


б)

Рисунок 4.24 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 10$

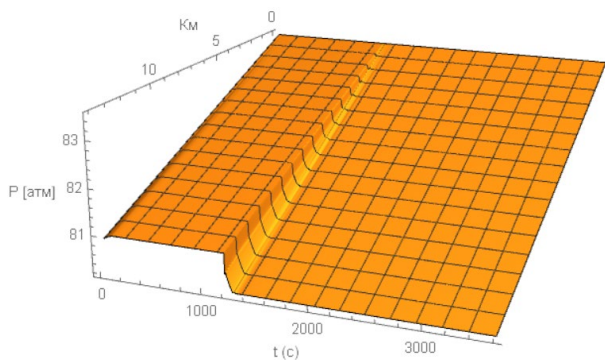


а)

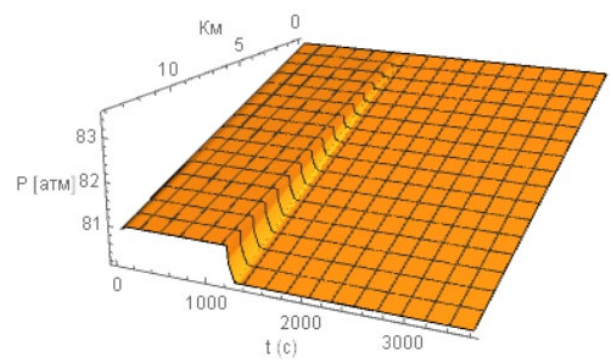


б)

Рисунок 4.25 – Витрата газу (млн $\text{м}^3/\text{доб.}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 14$



а)



б)

Рисунок 4.26 – Тиск (атм) за схемою Лакса-Вендроффа (а)
та методом характеристик (б) при $n = 14$

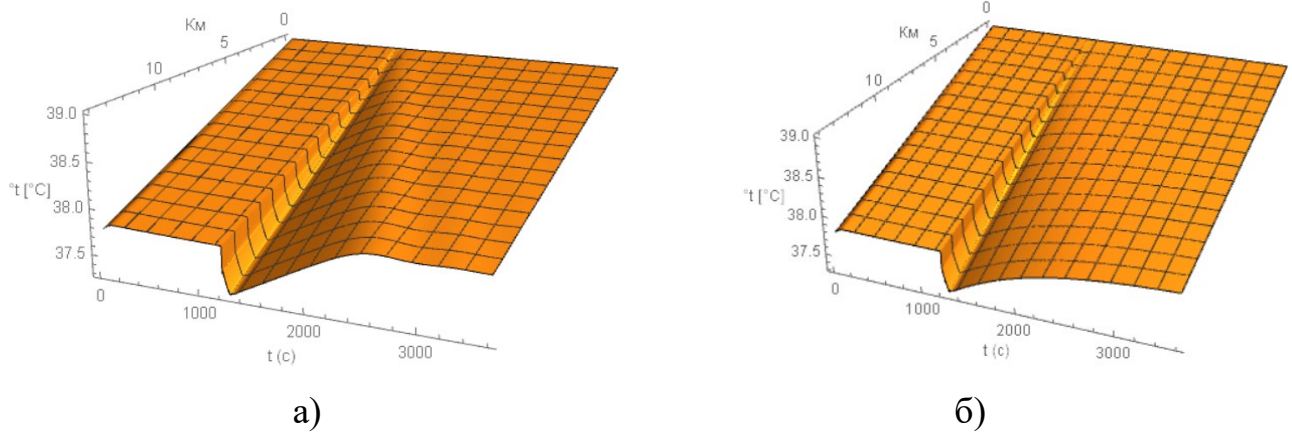


Рисунок 4.27 – Температура газу ($^{\circ}\text{C}$) за схемою Лакса-Вендроффа (а) та методом характеристик (б) при $n = 14$

Аналізуючи рисунки 4.1–4.27 видно, що характер поведінки параметрів газового потоку при різних точках розбиття для двох обраних методів однаковий, але розглядаючи таблиці 4.1–4.58 видно відмінності.

При $n = 5$ відмінності для витрати газу, тиску та температури в першому символі після коми через 1 годину роботи, враховуючи похибку часової змінної менше однієї секунди.

При $n = 10$ відмінності для витрати газу в другому символі, для тиску в третьому символі, для температури в другому символі після коми через 1 годину роботи, враховуючи похибку часової змінної менше однієї секунди.

При $n = 14$ відмінності для витрати газу в третьому символі, для тиску в третьому символі, для температури в другому символі після коми через 1 годину від початку розрахунків, враховуючи похибку часової змінної менше однієї секунди. Таким чином, для розрахунку перехідних режимів течії газу необхідно брати для заданої ДТ $n = 14$ точок розбиття.

Середній час розрахунку перехідного процесу, пов'язаного з підключенням великого споживача, з кроком розбиття ділянки $n = 5$ при $\Delta t_1 = 7$ за схемою Лакса-Вендроффа складає 6.95 секунди, для метода характеристик – 31.74 секунди, для $n = 10$ та кроком розбиттям по часовій змінній $\Delta t_2 = 3$ секунд за схемою Лакса-Вендроффа – 26.59 секунд, метод характеристик – 111.35 секунд,

для задачі з кроком розбиття ділянки $n=14$ та кроком розбиттям по часовій змінній $\Delta t_3 = 2$ за першим методом – 73.01 секунда, за другим – 227.73 секунди. Отже, метод скінченних різниць за схемою Лакса-Вендроффа є найкращим за часом розрахунку перехідного процесу.

Аналізуючи отримані дані маємо: час поширення перехідного процесу від кінця ДТ до початку ДТ за схемою Лакса-Вендроффа для 5 точок розбиття з кроком розбиття по часовій змінній $\Delta t_1 = 7$ секунд складає 35 секунд, при 10 точках розбиття з кроком розбиття по часовій змінній $\Delta t_2 = 3$ секунд хвиля досягла початку ДТ за 30 секунд, при 14 точках розбиття з кроком розбиття по часовій змінній $\Delta t_3 = 2$ маємо 28 секунд; час поширення перехідного процесу від кінця ДТ до початку ДТ з використанням методу Массо для 5 точок розбиття – 36.05 секунд, при 10 точках розбиття – 38 секунд, при 14 точках розбиття – 38.55 секунд.

Отже, якщо брати $n=14$ точок розбиття, то різниця у часі поширення перехідного процесу від кінця ДТ до початку ДТ, яка отримана за допомогою розглянутих методів складає приблизно 11 секунд, але це дає можливість оцінити інтервал часу поширення перехідного процесу. Оцінка часу поширення перехідного процесу потребує додаткових досліджень.

ВИСНОВКИ

В кваліфікаційній роботі були розглянуті чисельні методи, що дозволяють розраховувати нестационарний неізотермічний режим течії газу по ділянці трубопроводу та відстежувати час перехідного процесу. Обрано для порівняння два методи: метод скінченних різниць з використанням явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа та метод характеристик з використанням модифікованого методу Массо.

За обраними методами розроблений програмний продукт, правильність роботи алгоритмів та програмного продукту перевірялась на стаціонарному режимі течії газу по стаціонарній моделі та по нестационарній моделі.

Отримані результати показали, що характер поведінки параметрів газового потоку при різній кількості точок розбиття для двох обраних методів однаковий, однак, при більш детальному розгляді знайдені незначні відмінності, враховуючи похибку часової змінної менше однієї секунди.

Є різниця в оцінках часу поширення перехідного процесу від кінця ДТ до початку ДТ, які отримуються за допомогою двох методів, але є можливість оцінити інтервал часу поширення перехідного процесу.

Середній час розрахунку перехідного процесу при заданій кількості точок розбиття ДТ менший у метода з використанням схеми Лакса-Вендроффа і визначає метод за схемою Лакса-Вендроффа кращим.

Отримані результати кваліфікаційної роботи можуть бути використані для покращення методів моделювання нестационарних неізотермічних режимів перебігу газу в газотранспортній системі з метою підвищення ефективності рішень, що приймаються в аварійних або нештатних ситуаціях.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Helgaker J. F. Modeling Transient Flow in Long Distance Offshore Natural Gas Pipelines : thesis for degree of Philosophise Doctor : 2013:286 / Norwegian University of Science and Technology. Trondheim, 2013. 157 p.

2. Гусарова І. Г., Фещук О. П. Особливості чисельного моделювання перехідних режимів з використанням схеми Лакса-Вендроффа // Scientific forum: theory and practice of research: collection of scientific papers «SCIENTIA» with Proceedings of the II International Scientific and Theoretical Conference (Valencia, 16 September 2022). Valencia, Kingdom of Spain : European Scientific Platform, 2022. P. 57–58.

3. Гусарова І. Г., Фещук О. П. Чисельне моделювання перехідних режимів з використанням схеми Лакса-Вендроффа // 11-а Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційні системи та технології ICT-2022» : зб. матеріалів (м. Харків, 22-25 листопада 2022 р.). Ч. 2. Харків : ХНУРЕ, 2022. С. 61–62.

4. Гусарова І. Г., Фещук О. П. Чисельне моделювання перехідних режимів з використанням схеми Лакса-Вендроффа // Education and science of today: intersectoral issues and development of sciences: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the IV International Scientific and Practical Conference (Cambridge, 09 December 2022). Cambridge-Vinnytsia : P.C. Publishing House & European Scientific Platform, 2022. P. 132–133.

5. Самарский, А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. Москва : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 424 с.

6. Гусарова И. Г., Боярская Ю. В. Классы задач моделирования и численного анализа нестационарных режимов работы газотранспортной системы // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2010. Вып. 3/6(45). С. 26–32.

7. Тевяшев А. Д., Гусарова И. Г., Буданцева Ю. В. Особенности численного моделирования нестационарных неизотермических режимов транспорта газа по фрагменту сети с активными элементами // Проблемы нефтегазовой промышленности : Сб. научн. трудов. Киев, 2007. С. 446–452.

8. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С.Н. Основы численного моделирования магистральных трубопроводов / под ред. В.Е. Селезнева. Москва : КомКнига, 2005. 496 с.
9. Hockney R. W., Eastwood J. W. Computer simulation using particles. London : CRC Press, 2021. 566 p.
10. Гусарова І. Г., Фещук О. П. Використання схеми Лакса-Вендроффа при моделюванні нестационарних режимів течії газу // Міжнародній науково-практичній конференції «Інформаційні технології та системи» : тези доповідей (м. Харків, 8-9 квітня 2021 р.). Харків : ФОП Бровін О.В, 2021. С. 16–17.
11. Дембовский Д. В. Численное моделирование переноса излучения конечно-разностным методом. Челябинск : ЮУрГУ, 2018. 122 с.
12. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. Москва : Мир, 1975. 392 с.
13. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х томах. Москва : Мир, 1991. Т. 1. 504 с.; Т. 2. 553 с.
14. Схема Лакса-Вендроффа – ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ. URL : https://studme.org/194929/matematika_himiya_fizik/shema_laksa_vendroffa (дата звернення: 10.10.2022).
15. Rezzolla L. Numerical Methods for the Solution of Partial Differential Equations. Lecture Notes. Frankfurt, German : Institute for Theoretical Physics. 2020. 97 p.
16. Ермолаева Н. Н. Математическое моделирование нестационарных неизоэметрических процессов в движущихся многофазных средах : диссертация на соискателя ученой степени доктора физико-математических наук : 05.13.18 / Санкт-Петербургский государственный университет. Санкт-Петербург, 2017. 323 с.
17. Гусарова І. Г., Ягупова Ю. В. Численное моделирование нестационарных режимов течения газа методом характеристик // Наукове періодичне видання «Системи Обробки Інформації». 2015. Вип. 4(129). С. 16–19.
18. Гусарова І. Г., Коротенко А. Н. Результаты численного моделирования режимов течения газа по участку трубопровода методом характеристик // Системи обробки інформації. 2017. Вип. 2(148). С. 24–28.

19. Wolfram Mathematica: Programming Language. URL : <https://www.wolfram.com/language/> (дата звернення: 15.11.2022).

20. Гусарова І. Г., Фещук О. П. Моделювання нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу з використанням явної схеми // 25-й Міжнародний молодіжний форум «Радіoeлектроніка та молодь у ХХІ столітті» : зб. матеріалів форуму (м. Харків, 20-22 квітня 2021 р.). Т. 7, 10. Харків : ХНУРЕ, 2021. С. 75–76.