О ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ СИСТЕМ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ЦИФРА — АНАЛОГ

Е. Я. Иванченко, В. А. Каменев

Харьков

В последнее время довольно широкое распространение получили системы с переменной структурой. Это объясняется в первую очередь тем, что принцип переменности структуры позволяет обеспечить высококачественное управление свободным движением объектов с постоянными параметрами, а в случае изменения параметров объекта в широком диапазоне построить систему, малочувствительную к этим изменениям. Важная с практической точки зрения особенность рассматриваемого класса систем заключается в том, что для реализации необходимого закона управления часто не требуется информации ни о величине изменяющихся параметров объекта, ни о приложенных к нему возмущениях.

Наиболее полно системы с переменной структурой исследованы в работе [1]. В ней приводится довольно полная библиография по системам с переменной структурой. Частотные методы исследования систем с переменной структурой изложены в работах [2, 3].

В настоящее время существует достаточно широкий класс цифровых следящих систем, в которых ставится задача отработки рассогласования с ошибкой, не превышающей шага квантования. Очевидно, для таких систем может быть широко применен принцип переменности структуры, а для их исследования — метод гармонического баланса. Статическая характеристика преобразователя цифра — аналог с переключающим элементом (для смены структуры) приведена на рис. 1.

Гармонический коэффициент передачи нелинейного элемента K (*A*) может быть получен при разложении нелинейной функции в ряд Фурье и имеет вид

$$K(\overline{A}) = a(\overline{A},\ \omega)\,x^* + \frac{b(\overline{A},\ \omega)}{\omega}\,px^* + \text{высшие гармоники}, \qquad (1)$$

где

$$a = \frac{1}{\pi\overline{A}}\int_0^{2\pi} F(\overline{A}\sin\varphi,\ \overline{A}\omega\cos\varphi)\sin\varphi d\varphi; \qquad (2)$$

$$b = \frac{1}{\pi\overline{A}}\int_0^{2\pi} F(\overline{A}\sin\varphi,\ \overline{A}\omega\cos\varphi)\cos\varphi d\varphi; \qquad (3)$$

$\overline{A} = \frac{A}{\Delta s}$ — безразмерная амплитуда входного сигнала;

A — амплитуда входного сигнала;

Δs — шаг квантования;

$F(\overline{A}\sin\varphi,\ \overline{A}\cos\varphi)$ — выходная нелинейная функция;

ω — частота.

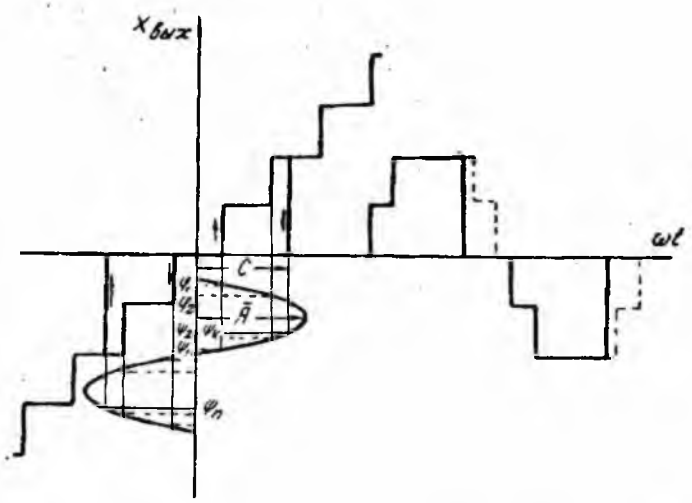


Рис. 1. Статическая характеристика преобразователя цифра — аналог, характер входного и выходного сигналов.

Моменты $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k, \psi_k, \ldots, \psi_2, \psi_1$, соответствующие скачкам выходного сигнала на одну ступень, выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \arcsin\frac{1}{2\overline{A}};\\
\varphi_2 &= \arcsin\frac{3}{2\overline{A}};\\
&\ldots\ldots\ldots\\
\varphi_k &= \arcsin\frac{2k-1}{2\overline{A}}\\
\psi_k &= \arcsin\frac{2k-1}{2\overline{A}};\\
&\ldots\ldots\ldots\\
\psi_2 &= \arcsin\frac{3}{2\overline{A}};\\
\psi_1 &= \arcsin\frac{1}{2\overline{A}},
\end{aligned} \tag{4}$$

где k — число ступеней характеристики, захватываемых входным сигналом с амплитудой $\overline{A}$.

Введем новую переменную

$$\alpha = \arcsin\frac{C}{\overline{A}}, \tag{5}$$

где α — угол переключения структуры.

Тогда

$$\psi_n = \pi - \alpha. \tag{6}$$

Так как характеристика нелинейного элемента симметрична относительно начала координат, то формулы (2) и (3) принимают вид

$$a = \frac{2}{\pi \bar{A}} \left(\int_0^{\pi} x_{\text{вых. ц}} \sin \varphi d\varphi - \int_{\varphi_п}^{\pi} \bar{A} \sin^2 \varphi d\varphi \right), \tag{7}$$

$$b = \frac{2}{\pi \bar{A}} \left(\int_0^{\pi} x_{\text{вых. ц}} \cos \varphi d\varphi - \int_{\psi_п}^{\pi} \bar{A} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \right). \tag{8}$$

Учитывая, что при φ_i $x_{\text{вых. ц}}$ скачком возрастает, при ψ_i уменьшается на единицу, а в остальных случаях остается постоянной величиной, и

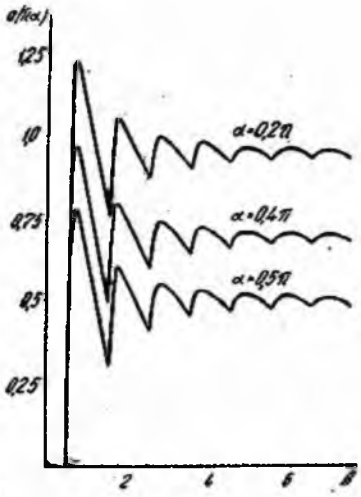


Рис. 2. Зависимость коэффициента гармонической линеаризации $a(\bar{A}, \alpha)$ от амплитуды автоколебаний $\bar{A}$.

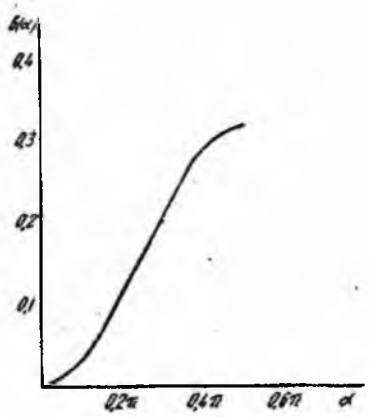


Рис. 3. Зависимость коэффициента гармонической линеаризации b от угла переключения структуры α.

принимая во внимание условие (6), выражения (7) и (8) после интегрирования можно представить так:

$$a = \frac{2}{\pi \bar{A}} \sum_{i=1}^{k} (\cos \varphi_i - \cos \psi_i) - \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right), \tag{9}$$

$$b = \frac{1}{\pi} \sin^2 \alpha. \tag{10}$$

Подставив выражение $\cos(\arcsin \alpha) = \sqrt{1 - \alpha^2}$ в формулу (9), после преобразований получим

$$a = \frac{2}{\pi \bar{A}^2} \sum_{i=1}^{k} \sqrt{4\bar{A}^2 - (2i-1)^2} - \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right). \tag{11}$$

Поэтому гармонический коэффициент передачи нелинейного элемента, вычисляемый по формуле (1), с учетом формул (10) и (11) примет вид

$$k(\bar{A}) = \frac{2}{\pi \bar{A}^2} \sum_{i=1}^{k} \sqrt{4\bar{A}^2 - (2i-1)^2} - \\ - \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) + \frac{P}{\omega} \frac{1}{\pi} \sin^2 \alpha. \tag{12}$$

Выражение (11) записано для вещественной части коэффициента усиления нелинейного элемента, а выражение (10) — для мнимой.

Уравнение (12) может быть написано в другой форме:

$$k(\overline{A}) = |k(\overline{A})| e^{i\gamma(\overline{A})}, \tag{13}$$

где модуль

$$|k(\overline{A})| = \frac{1}{\pi}\sqrt{\left[\frac{2}{\overline{A}^2}\sum_{i=1}^{k}\sqrt{4\overline{A}^2-(2i-1)^2}-\alpha+\frac{\sin 2\alpha}{2}\right]^2+\sin^4\alpha}, \tag{14}$$

а фаза

$$\gamma(\overline{A}) = \operatorname{arctg}\frac{\sin^2\alpha}{\frac{2}{\pi^2}\sum_{i=1}^{k}\sqrt{4\overline{A}^2-(2i-1)^2}-\alpha+\frac{\sin 2\alpha}{2}}. \tag{15}$$

На рис. 2 приведено семейство характеристик, рассчитанных по формуле (11) для различных углов переключения структуры α, а на рис. 3 — зависимость коэффициента b от угла α.

Таким образом, применение принципа переменности структуры в системах с преобразователем цифра — аналог изменяет общий вид гармонического коэффициента усиления нелинейного звена, — появляется мнимая часть, которая может существенным образом повлиять на устойчивость САР.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Емельянов. Системы автоматического управления с переменной структурой. Изд-во «Наука», 1967.

2. К. К. Жильцов. О гармонической линеаризации систем с логическим законом управления. «Автоматика и телемеханика», т. 26, № 2, 1966.

3. В. С. Хараров. К вопросу построения частотных характеристик одного класса САР с переменной структурой. «Автоматика и телемеханика», т. 26, № 8, 1965.

О ВЛИЯНИИ ПЕРЕМЕНЫ СТРУКТУРЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ

В. А. Каменев

Харьков

Еще не существует общей теории анализа и синтеза нелинейных систем регулирования любого порядка. Однако разработаны приближенные методы исследования, одним из которых является метод гармонического баланса. Этот метод может быть применен для исследования систем с переменной структурой [1, 2, 3].

Рассмотрим более общий случай, характеризующийся наличием постоянного смещения. Статическая характеристика, а также характер входного и выходного сигнала показаны на рис. 1.

При разложении нелинейной функции $F(x, px)$ в ряд Фурье появляется постоянная составляющая, вследствие чего гармоническая линеаризация нелинейности принимает новую форму [4]:

$$F(x, px) = F^\circ(x^\circ, \overline{A}, \omega) + a(\overline{A}, x^\circ, \omega)x^* + \frac{b(\overline{A}, x^\circ\omega)}{\omega}px^* + \tag{1}$$

+ высшие гармоники, где

$$F^\circ = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F(x^\circ + \overline{A}\sin\varphi,\ \overline{A}\,\omega\cos\varphi)\,d\varphi; \tag{2}$$