

Ю. П. ФЕДОРЕНКО, канд. физ.-мат. наук, В. Н. ФЕДОРЕНКО,
И. В. КАДОЧНИКОВ

АНАЛИЗ НАЗЕМНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ИОНОСФЕРНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

В 1984 г. (в январе по август) при средней солнечной активности проведен цикл среднеширотных наземных измерений ионосферной составляющей доплеровского смещения частоты радиоволны с частотой $f_0 \approx 150$ МГц, излучаемых искусственными спутниками Земли (ИСЗ) в высот 350—700 км. Анализ этих измерений для наглядности выполнен на основе упрощенных формул. На его основе предложен метод корректировки глобальных моделей электронной концентрации ионосферы, оценены параметры ее неоднородностей.

Напряженность поля радиоволны, излучаемой с ИСЗ и принимаемой в наземном измерительном пункте (НИП), описывается зависимостью $E(t) = A(t) e^{i\psi(t)}$, где $A(t)$, $\psi(t)$ — амплитуда и фаза радиоволны. Частота F принятой радиоволны определяется производной фазы ψ по времени t

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f_0 + f_d.$$

Здесь f_0 — частота излученной радиоволны;

$$f_d = -\frac{f_0}{c} \frac{d}{dt} \int_0^{R_B} n(S) dS; \quad (1)$$

c — скорость света в вакууме; n — коэффициент преломления ионосферной плазмы; R_B — местоположение ИСЗ; S — переменная интегрирования по пути распространения радиоволны (или луча) «ИСЗ-НИП». Отличие F от f_0 называется доплеровским смещением частоты f_d . Уже при $f_0 > 40$ МГц коэффициент n в уравнении (1) допускает разложение в ряд по степеням f_0 :

$$n \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{f_{nn}^2}{f_0^2} \pm \frac{f_{nn}^2 f_d}{f_0^3} - \frac{f_{nn}^4}{8f_0^4},$$

а f_d при этом можно записать в следующем виде: $f_d = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4$,

$$f_0 = -\frac{f_0}{c} V_{R_B}; \quad f_1 = \frac{a_1}{f_0} \frac{d}{dt} \int_0^{R_3} N dR; \quad f_2 = \frac{a_2}{f_0^2} \frac{d}{dt} \int_0^{R_B} NH \cos \alpha dR;$$

$$f_3 = \frac{a_3 d}{f_0^3 dt} \int_0^{R_B} N^2 dR + \frac{a_4}{f_0^3} \frac{d}{dt} \int_0^{R_B} NH^2 \cos^2 \alpha dR; \quad (2)$$

f_4 — слагаемое, пропорциональное f_6^{-3} , кроме зенитных углов ИСЗ $\psi > 86^\circ$ при $N_m > 2,6 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$, оно появляется в результате учета искривления (рефракции) траектории радиоволны [1];

$$a_1 = \frac{e^2}{2\pi m_e c}; \quad a_2 = \frac{\mp |e|^3}{2\pi^2 m_e^2 c};$$

$$a_3 = \frac{e^4}{8\pi^2 m_e^2 c}; \quad a_4 = \frac{e^4}{8\pi^2 m_e^2 c^3};$$

V_{RB} — радиальная составляющая скорости ИСЗ; R — переменная интегрирования по прямой «ИСЗ-НИП» (или по спрямленному лучу);

$f_{\text{пл}} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{4\pi e^2 N}{m_e} \right)^{1/2}$ — плазменная частота; $f_L = f_H \cos \alpha$; $f_H = \frac{|e| H}{2\pi m_e c}$ — гирочастота электронов; e , m_e — заряд и масса элект-

ронов; N — электронная концентрация ионосферы; N_m — ее максимальное значение, H — напряженность геомагнитного поля, α — угол между вектором напряженности геомагнитного поля и направлением распространения радиоволны, знаки \pm соответствуют обыкновенной и необыкновенной поляризациям радиоволны.

Вакуумная составляющая f_0 доплеровского смещения f_d , как правило, более чем в сотни раз превышает другие слагаемые. Она не зависит от параметров ионосферы, определяется V_{RB} . Поэтому выделение f_0 позволяет вычислить V_{RB} , что необходимо для уточнения траекторных данных ИСЗ.

Оценка значений других составляющих f_d , выполненная для использованной в измерениях частоты $f_6 = 150 \text{ МГц}$ на основе результатов расчетов в [1], показала, что наиболее важными из них являются f_1 , f_4 . Их зависимость от зенитного угла ИСЗ ψ представлена на рис. 1, а, б.

Максимальные значения f_2 , f_3 значительно меньше максимальных значений f_1 , f_4 и погрешности измерений $\Delta f \approx 0,1 \text{ Гц}$, поэтому ими можно пренебречь. Зависимости $f_1(\psi)$, $f_4(\psi)$ (рис. 1а, б) рассчитаны для параболически экспоненциальной сферически слоистой модели N с $N_m = 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ и круговой полярной орбиты с высоты $z_B = 1000 \text{ км}$ над поверхностью Земли.

Из рисунка следует, что для углов $\psi \leq 80^\circ$ можно пренебречь рефракционной ионосферной составляющей доплеровского смещения частоты f_4 , поскольку она меньше погрешности измерений.

С помощью ЭВМ можно рассчитать ионосферные составляющие доплеровского смещения частоты для произвольной орбиты ИСЗ, местоположения НИПа, пространственного распределения N . Однако для наглядной физической интерпретации таких составляющих, направленной на разработку методики корректировки модели N и совершенствование методик определения параметров ионосферных возмущений, получим упрощенные формулы, описывающие эти составляющие.

Получение и анализ упрощенных формул. Основную ионосферную составляющую f_1 (см. уравнение (2)) преобразуем к сумме трех слагаемых [2]:

$$f_1 = \frac{a_1}{f_6} \left[N_B V_{R_B} + \int_0^{R_B} (\vec{V}_\tau \nabla_\tau N) dR + \int_0^{R_B} \frac{\partial N}{\partial t} dR \right], \quad (3)$$

где N_B — значение N в области расположения ИСЗ, \vec{V}_τ , $\nabla_\tau N$ — скорость элемента спрямленного луча и составляющая градиента N в плоскости, ортогональной к спрямленному лучу, другие обо-

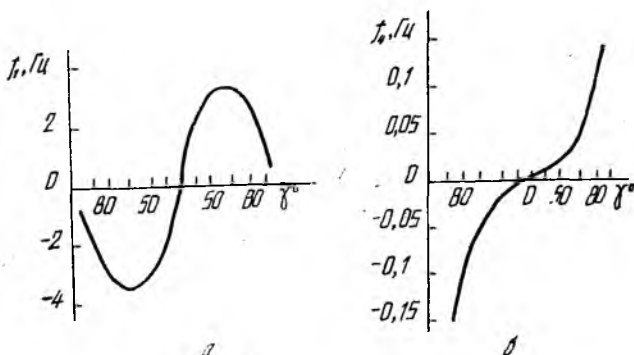


Рис. 1

значения введены ранее. Третьим слагаемым в уравнении (3), характеризующим нестационарностью N , в большинстве случаев можно пренебречь.

Первое слагаемое этого уравнения, определяемое значением N_B (поэтому его часто называют локальным слагаемым) и V_{R_B} , запишем для наглядности в случае круговой орбиты, когда НИП расположен в ее плоскости

$$f_{1 \text{ лок}}(\gamma) = \frac{a_1}{f_6} N_B \omega_B R_3 \sin \gamma. \quad (4)$$

Здесь ω_B — угловая скорость ИСЗ относительно центра Земли; R_3 — радиус Земли.

Для этих же условий и сферически-слоистого распределения электронной концентрации ионосферы второе (градиентное) слагаемое f_1 (см. уравнение (3)), определяемое градиентом $\nabla_\tau N$, с использованием [3] можно записать в виде:

$$f_{1 \text{ град}}(\gamma) = -\frac{a_1}{f_6} V_\gamma R_3 \sin \gamma J, \quad (5)$$

где

$$V_{\gamma} = \frac{\omega_B}{1 - \frac{\cos \gamma}{(\cos^2 \gamma + 2z_B/R_3)^{1/2}}};$$

$$J = N_B - \cos \gamma \int_0^{z_B} \frac{dN}{dz} \frac{dz}{(\cos^2 \gamma + 2z/R_3)^{1/2}}.$$

Используя уравнения (4), (5), нетрудно показать, что для $\cos^2 \gamma \gg 2z_B/R_3$ ($\gamma \sim 0 - 30^\circ$)

$$f_1(\gamma) \approx \frac{a_1 \omega_B R_3}{f_6} \left(N_B - \frac{1}{z_B} \int_0^{z_B} \frac{dN}{dz} z dz \right) \sin \gamma;$$

для $\cos^2 \gamma \ll 2z_B/R_3$ ($\gamma \sim 85 - 90^\circ$)

$$f_1(\gamma) \approx \frac{a_1 \omega_B R_3 \sqrt{R_3}}{f_6 2 \sqrt{2}} \int_0^{z_B} \frac{dN}{dz} \frac{dz}{\sqrt{z}} \sin 2\gamma.$$

Таким образом, для произвольного распределения $N(z)$ при радиовосходе, радиозаходе ИСЗ, его максимальном приближении к НИПу $f_1 = 0$: $f_1(\gamma = \pi/2) = f_1(\gamma = 0) = 0$.

Более детально угловую зависимость $f_1(\gamma)$ исследуем, применяя наиболее простую (параболическую) модель

$$N(z) = N_m \left[1 - \left(\frac{z - z_m}{z_m} \right)^2 \right],$$

для которой

$$f_1(\gamma) = \frac{a_1 \omega_B R_3 N_m}{f_6} \left\{ b(1 - t_2) \sin \gamma + \frac{2t_2}{b_1} \left[(t_1 - \cos \gamma) \left(1 + \frac{\cos^2 \gamma}{b_1} \right) + \frac{\cos^3 \gamma - t_1^3}{3b_1} \right] \sin 2\gamma \right\}, \quad (6)$$

где

$$t_1 = (\cos^2 \gamma + 2z_B/R_3)^{1/2}; \quad b_1 = 2z_m/R_3;$$

$$t_2 = \left(1 - \frac{\cos \gamma}{t_1} \right)^{-1}; \quad b = \frac{z_B}{z_m} \left(2 - \frac{z_B}{z_m} \right);$$

если $z_B \gg 2z_m$, то $b = 0$.

Ионосферная составляющая доплеровского смещения частоты в НИПе измеряется в течение времени t пролета ИСЗ, которое выражается через зенитный угол γ с помощью формулы

$$t = \frac{1}{\omega_B} \arcsin \left[\frac{\sin \gamma}{1 + z_B/R_3} (t_1 - \cos \gamma) \right]. \quad (7)$$

На рис. 2, а представлены зависимости $f_1(t)$, рассчитанные для $f_6 = 150$ МГц с помощью уравнений (6), (7). При этом использованы характерные для дневных условий $N_m = 2 \cdot 10^6$ см $^{-3}$, $z_m = 300$ км (высота максимума ионизации) и различные значения z_B , указанные в километрах цифрами у кривых. Время t отсчитывается от момента наибольшего приближения ИСЗ к НИПу (траверза).

Из уравнения (6) следует, что амплитуда колебаний $f_1(\gamma)$ определяется N_m , поэтому суточные максимальные значения f_1 могут изменяться в интервале $f_{1 \text{ макс}} \sim 8 - 0,8$ Гц, а в минимуме солнечной активности $f_{1 \text{ макс}} \sim 5 - 0,5$ Гц.

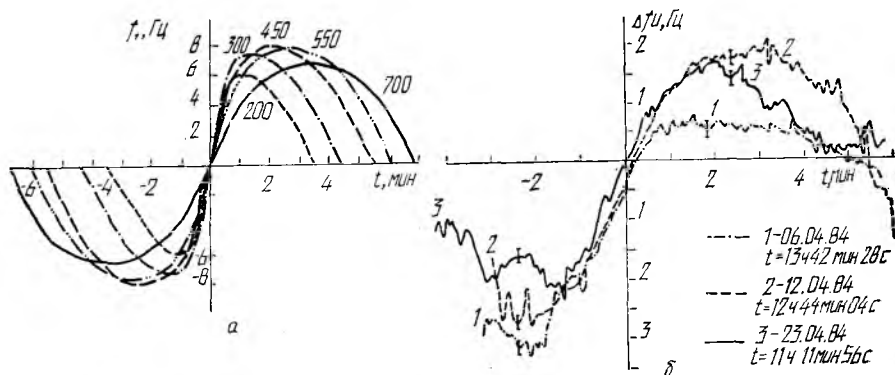


Рис. 2

При учете горизонтальных градиентов N ионосферная составляющая f_1 имеет дополнительное слагаемое $f_{1Г}$. В случае постоянного относительного градиента $\frac{\partial N}{\partial \varphi} \frac{1}{N} = \text{const}$

$$f_1(\gamma) = \frac{a_1 a_{\Gamma} \omega_B R_3}{f_6} \left[N(z_B) \varphi_B \sin \gamma + \right. \\ \left. + \frac{t_2}{R_3} \int_0^z N(z) \frac{R/R_3 \left(1 + \frac{R/R_3 \sin^2 \gamma}{(1+z/R_3)^2 \cos \gamma} \right)}{(\cos^2 \gamma + 2z/R_3)^{1/2} \cos \varphi} dz, \right. \quad (8)$$

где φ — угол между элементом спрямленного луча и траверзом с вершиной в центре Земли

$$\cos \varphi \approx \frac{2(1+z/R_3) - R^2/R_3^2}{2(1+z/R_3)}; \quad R/R_3 \approx -\cos \gamma + (\cos^2 \gamma + 2z/R_3)^{1/2};$$

$\varphi_B = \varphi$ при $z = z_B$; $N(z_B)$ — значение N на высоте z_B , рассчитанное по сферически-слоистой модели N . При $\gamma = 0$

$$f_1(0) \approx \frac{a_1 a_{\Gamma} \omega_B t_2}{f_6 R_3} \int_0^{z_B} z N(z) dz \neq 0.$$

В случае $\gamma = \pi/2$

$$f_1\left(\frac{\pi}{2}\right) \approx \frac{a_1 a_\Gamma \omega_B R_3}{f_0} \left[N(z_B) \varphi_B + \frac{t_2}{R_3} \int_0^{z_B} N(z) \frac{(2z/R_3)^{1/2} dz}{(1+z/R_3)} \right] \neq 0.$$

Следовательно, при наличии горизонтальных градиентов N $f_1(\gamma) \neq 0$ для $\gamma = 0$ и $\gamma = \pi/2$.

Возмущения F -области ионосферы, порожденные движением терминатора, извержениями вулканов, другими естественными и искусственными источниками, приводят к квазигармонической молвляции регулярного горизонтального градиента N . обусловленного изменением зенитного угла Солнца относительно поверхности Земли, над которой пролетает ИСЗ. На регистрации $f_1(t)$ это проявится в виде квазигармонических колебаний, амплитуда которых $\delta f_1(t)$ определяется относительной амплитудой возмущения $\Delta N/N$, а горизонтальный размер L — периодом колебаний T , высотой возмущения z_m , скоростью ИСЗ V_B и R_B :

$$\delta f_1 \approx \frac{a_1 V_\gamma}{f_0} N_m \frac{\Delta N}{N} m \Delta z \frac{\cos \gamma R_m / R_3 \left(1 + \frac{R_m / R_3 \sin^2 \gamma}{(1 + z_m / R_3)^2 \cos \varphi} \right)}{(\cos^2 \gamma + 2z_m / R_3)^{1/2} \cos \varphi_m} \cos m\varphi, \quad (9)$$

$$L = \frac{R_{II}}{R_B} V_B T, \quad m = \frac{2\pi (R_3 + z_m)}{L},$$

где Δz — толщина волнового возмущения, полагается, что $z_{II} = z_m$, $R_m/R_3 = R/R_3$; $\varphi_m = \varphi$, $R_{II} = R$ при $z = z_m$.

Методика корректировки моделей электронной концентрации ионосферы. Из уравнений (6) и (8) следует, что ионосферная составляющая доплеровского смещения частоты f_1 определяется параметрами ионосферы N_m , z_m и a_Γ .

Выполняя интегрирование по времени уравнения (2) от момента граверза, получим зависимость:

$$\Phi(\gamma) = \frac{a_1}{f_0} [N_L(N_m, z_m, a_\Gamma, \gamma) - N_0(N_m, z_m)], \quad (10)$$

$$\text{где } \Phi(\gamma) = \int_0^{t_{\text{макс}}} f_1(t) dt; \quad N_L = I_1 + a_\Gamma I_2;$$

$$I_1(\gamma) = \int_0^{z_B} N(z) \frac{(1+z/R_3) dz}{(\cos^2 \gamma + 2z/R_3)^{1/2}};$$

$$I_2(\gamma) = \int_0^{z_B} N(z) \frac{(1+z/R_3) \varphi dz}{(\cos^2 \gamma + 2z/R_3)^{1/2}};$$

$$N_0 = N_L \text{ при } \varphi = 0, \gamma = 0.$$

Для определения параметров модели $N(z, \varphi)$ необходимо решать относительно N_m, z_m, a_T три уравнения (10) для трех значений γ .

При корректировке модели $N(z, \varphi)$ экспериментальные значения f_1 необходимо предварительно сгладить скользящим усреднением по времени пролета ИСЗ с интервалом около 20 с. Это уменьшит погрешность определения параметров модели, обусловленную рассеянием радиоволн на неоднородностях N .

Анализ экспериментальных зависимостей. В эксперименте регистрировались зависимости $\Delta f_{\text{И}}(t) \approx f_1(t) + kf_4(t)$, где $k \approx 1,5$.

Пример дневных регистраций $\Delta f_{\text{И}}(t)$, полученных весной в возмущенных условиях, представлен на рис. 2, б (1 — 06.04.84, $t_0 =$

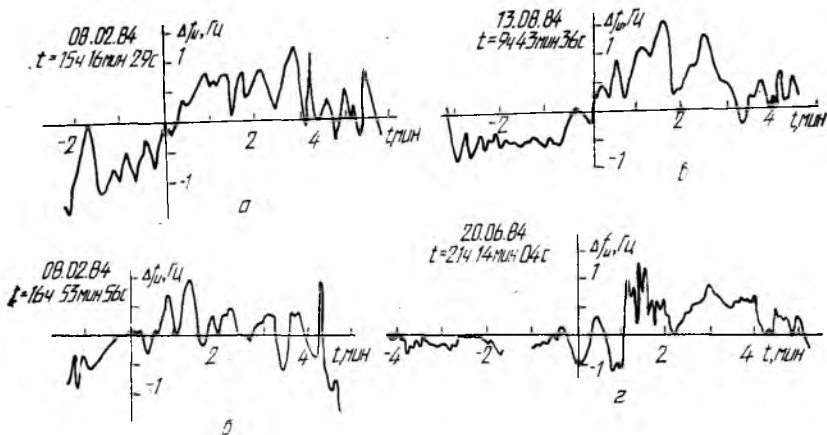


Рис. 3

= 13 ч 42 мин 28 с; 2 — 12.04.84, $t_0 = 12$ ч 44 мин 04 с; 3 — 23.04.84, $t_0 = 11$ ч 11 мин 56 с, t_0 — время траверза). Из-за наличия естественных горизонтальных градиентов N кривые несимметричны относительно оси t : при $t = 0$, как правило, $\Delta f_{\text{И}} \neq 0$.

Ночью наблюдаются глубокие флюктуации (мерцания) $\Delta f_{\text{И}}$, обусловленные рассеянием радиоволн на интенсивных естественных неоднородностях N , амплитуда $\Delta f_{\text{И}}(t)$ в несколько раз меньше дневных значений.

При радиовосходе и радиозаходе ИСЗ, когда $\gamma \approx \pi/2$, зависимость $\Delta f_{\text{И}}(t)$ описывается ионосферной составляющей $f_1(t)$ (см. уравнения (2), (6), рис. 1, а, 2). Поэтому для $f_0 \approx 150$ МГц при средней солнечной активности и при ее минимуме рефракционной составляющей f_4 (см. рис. 1, б), видимо, всегда можно пренебречь.

Примеры регистраций $\Delta f_{\text{И}}(t)$ в возмущенных условиях представлены на рис. 3, а, б, в, г (08.02.84 — $t_0 = 15$ ч 16 мин 29 с; 08.02.84 — $t_0 = 16$ ч 53 мин 56 с; 13.08.84 — $t_0 = 9$ ч 42 мин 36 с; 20.06.84 — $t_0 = 21$ ч 14 мин 04 с). Горизонтальный размер квазигармонических (волновых) ионосферных возмущений N изменялся

в интервале $L \sim 100-400$ км, а их интенсивность $\Delta N/N \sim 30-100$ %. Регистрации $\Delta f_{\text{и}}(t)$ на рис. 3, а, б получены при последовательных пролетах ИСЗ. Это свидетельствует о том, что ионосферные возмущения могут сохраняться в течение полутора часов.

Список литературы: 1. *Tucker A. J., Fannin B. M.* Analysis of ionospheric contribution to the Doppler-shift of SW signal from artificial Earth satellites // *J. Geophys. Res.*— 1968.— N 13.— P. 4325—4334. 2. *Мисюра В. А., Солодовников Г. К., Мигунов В. М.* Измерения электронной концентрации верхней ионосферы при помощи искусственных спутников Земли «Космос» // *Космические исследования.*— 1965.— 3.— Вып. 4.— С. 595—603. 3. *Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу Земли.— М.: Сов. радио.— 1983.— 223 с.

Поступила в редколлегию 06.03.86

УДК 621.396

В. Г. МЕЛЬНИК, И. С. САВЧЕНКО, канд. техн. наук

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ КОЛЬЦЕВОГО АВТОГЕНЕРАТОРА ВТОРОГО ПОРЯДКА

Исследована работа кольцевого автогенератора (КА) второго порядка на начальном этапе запуска, когда можно пренебречь нелинейностями в системе [1]. Такое упрощение позволяет выявить ряд качественных особенностей, что важно при изучении сложных колебательных систем и дает возможность определить необходимые для практических применений соотношения, которые с большой степенью точности остаются верными и при более строгом анализе. Однако принятые упрощения исключают возможность изучения свойств КА, непосредственно связанных с нелинейной природой системы. Это прежде всего вопросы, обусловленные установлением стационарного режима колебаний, определением его характеристик и устойчивости.

Рассмотрим нелинейную модель КА второго порядка, учитывающую неидентичность параметров отдельных каскадов резонансных усилителей. В первом приближении определены значения стационарных амплитуд, разности фаз, частоты гармонических колебаний в стационарном режиме и исследована их устойчивость.

Составим для кольцевого автогенератора второго порядка систему нелинейных дифференциальных уравнений [1]. Для этого запишем уравнение Кирхгофа относительно переменных составляющих напряжений U_1 , U_2 на резонансных контурах (сеточными токами пренебрегаем)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_1}{dt^2} + \frac{1}{R_1 C_1} \frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} U_1 &= \frac{1}{C_1} \frac{d_i a_1}{dt}; \\ \frac{d^2 U_2}{dt^2} + \frac{1}{R_2 C_2} \frac{dU_2}{dt} + \frac{1}{L_2 C_2} U_2 &= \frac{1}{C_2} \frac{d_i a_2}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$