УДК 621.396.67

В. В. ДОЛЖИКОВ, канд. физ.-мат. наук, *В. Ю. РАДЧЕНКО*

СТАТИСТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ АНТЕНН ПО ЗАДАННОЙ ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ. Ч. 2

Чувствительность и устойчивость решения задачи синтеза. Задачи детерминированного синтеза, которые относятся к некорректным задачам, требуют для получения устойчивого решения регуляризации путем введения дополнительной информации о решении в виде дополнительных ограничений на тот или иной функционал от АФР. Статистический же подход к синтезу ДН сразу приводит к математически корректной задаче. Применительно к рассматриваемой в данной работе задаче синтеза это можно показать наиболее просто для случая малых фазовых ошибок в АФР, когда радиус корреляции их значительно меньше единицы ($c \ll 1$).

Запишем полученное в первой части работы выражение для матожидания квадратичного отклонения синтезируемой случайной диаграммы по полю $\dot{f}(u)$ от заданной $\dot{F}(u)$ во всей области видимых углов

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-a}^{a} \overline{|\dot{F}(u) - \dot{f}(u)|^2}\, du = \int_{-a}^{a} \{ |\dot{F}(u)|^2 - [\dot{F}(u)\overline{\dot{f}^*(u)} + \dot{F}^*(u)\overline{\dot{f}(u)}] + \overline{|\dot{f}(u)|^2} \} du. \quad (1)$$

Напомним, что задача синтеза заключалась в отыскании такого регулярного амплитудно-фазового распределения $\dot{A}(x)$, которое при наличии в антенне случайных фазовых ошибок с заданными α и c обеспечивало бы минимум $\overline{\varepsilon^2}$.

Воспользуемся известной формулой для среднего значения квадрата ДН по полю (средней ДН по мощности) [1]:

$$\overline{|\dot{f}(u)|^2} = |\overline{\dot{f}(u)}|^2 + \overline{|\Delta\dot{f}(u)|^2}.$$

С учетом данной формулы выражение (1) можно привести к следующему виду:

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-a}^{a} |\dot{F}(u) - \overline{\dot{f}(u)}|^2\, du + \int_{-a}^{a} \overline{|\Delta\dot{f}(u)|^2}\, du. \quad (2)$$

Подынтегральная функция в последнем слагаемом для случая малых радиусов корреляции ($c \ll 1$) и малых фазовых ошибок, при принятых в первой части предположениях относительно статистики ошибок, с точностью до первых степеней дисперсии ошибок α имеет вид [1]

$$\overline{|\Delta \dot{f}(u)|^2} = \alpha \sqrt{\pi}\, c e^{-\frac{u^2 c^2}{4}} \int_{-1}^{1} |\dot{A}(x)|^2 dx, \quad (3)$$

где $A(x)$ — регулярное АФР в антенне.

Подставляя выражение (3) в (2) и проведя интегрирование, получим

$$\overline{\varepsilon^2} = \int_{-}^{u} |\dot{F}(u) - \overline{\dot{f}(u)}|^2 du + \alpha \left[2\pi \Phi\left(\frac{ac}{2}\right) \int_{-1}^{1} |\dot{A}(x)|^2 dx\right], \quad (4)$$

где $\Phi\left(\frac{ac}{2}\right)$ — интеграл вероятности.

Из физических соображений ясно, что функция, описывающая амплитудно-фазовое распределение в линейной антенне $\dot{A}(x)$, принадлежит гильбертову пространству $L_2[-1, 1]$. Известно [2], что в этом случае (т. е. если $\dot{A}(x) \in L_2[-1, 1]$) задача минимизации функционала (4) является корректной и имеет устойчивое решение.

Выражение (4) позволяет установить еще один интересный факт. Пусть задана детерминированная ДН $\dot{F}(u)$. Необходимо определить регулярное АФР, обеспечивающее минимальное квадратичное отклонение (КО) синтезированной средней ДН по полю $\dot{f}(u)$ от заданной. Такая задача в общем случае некорректна, ибо средняя ДН может быть нереализуемой. Применение для ее решения метода регуляризации по схеме Тихонова с априорно заданным параметром регуляризации приводит к экстремальной задаче для сглаживающего функционала следующего вида:

$$M^{\alpha} = \int_{-a}^{a} |\dot{F}(u) - \overline{\dot{f}(u)}|^2 du + \alpha \Omega [\dot{A}(x)], \quad (5)$$

где α — параметр регуляризации; Ω — стабилизирующий функционал. Из сравнения (4) и (5) следует, что статистический синтез антенны с минимальным СКО синтезированной случайной ДН по полю от заданной эквивалентен детерминированному синтезу антенны с минимальным КО синтезированной средней ДН по полю от заданной, проведенному с привлечением метода регуляризации по Тихонову. При этом в качестве стабилизирующего функционала должен быть взят квадрат нормы АФР. Эквивалентность нужно понимать в том смысле, что в обоих случаях мы приходим к экстремальной задаче относительно функционала одного и того же вида. Поэтому можно говорить о том, что учет информации о статистике случайных ошибок в АФР при статистическом синтезе приводит

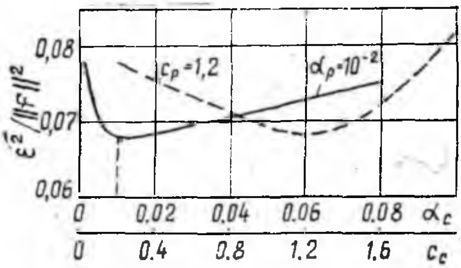

Рис. 1

к естественной регуляризации решения задачи синтеза антенны по заданной средней диаграмме направленности.

Возникает естественный вопрос о связи значений параметров α и c и степени устойчивости получаемого решения задачи статистического синтеза. Иными словами, речь идет о том, при каких значениях α и c естественной регуляризации достаточно для получения устойчивых решений.

В работе [3] предложено характеризовать устойчивость и чувствительность решения задачи статистического синтеза с отклонением параметра, по которому проводился синтез, при неточности задания параметров ошибок на этапе постановки задачи или неточности реализации параметров ошибок соответственно. На рис. 1 приведены кривые зависимости нормированного СКО от величины α_c и C_c, задаваемых в качестве исходных данных. Параметры фазовых ошибок, с которыми реализуются найденные АФР, равны $\alpha_p = 10^{-2}$, $C_p = 1,2$. Видно, что если при решении задачи синтеза параметры ошибок задаются неточно, то результирующее СКО будет больше, чем если бы $\alpha_c = \alpha_p$ и $C_c = C_p$. Однако это отклонение сравнительно невелико. Так, при $\Delta C_c/C_p = 25$ % отклонение $\overline{\varepsilon^2}/\|F\|^2$ от оптимального значения не более 2,5 %.

В таблице приведены величины $\dfrac{\overline{\varepsilon^2_{опт}} - \overline{\varepsilon^2}}{\overline{\varepsilon^2_{опт}}}$ при различных значениях параметров погрешностей реализации для $\alpha_c = 10^{-2}$ и $C_c = 0,8$; 1,2. Эти данные позволяют оценить чувствительность полученного решения к отклонению параметров ошибок при реализации оптимального АФР от их значений, заданных при синтезе. Видно, что чувствительность

$\alpha_p=\alpha_c=10^{-2}$; $C_c=0,8$		$C_p=C_c=1,2$; $\alpha_c=10^{-2}$		$C_p=C_c=0,8$; $\alpha_c=10^{-2}$	
C_p	$\dfrac{\varepsilon^2_{опт}-\overline{\varepsilon^2}}{\overline{\varepsilon}^2_{опт}}$	α_p	$\dfrac{\varepsilon^2_{опт}-\overline{\varepsilon^2}}{\overline{\varepsilon}^2_{опт}}$	α_p	$\dfrac{\varepsilon^2_{опт}-\overline{\varepsilon^2}}{\overline{\varepsilon}^2_{опт}}$
2,0	$4,81\cdot10^{-2}$	0	$+2,054\cdot10^{-1}$	0	$+1,783\cdot10^{-1}$
1,6	$4,46\cdot10^{-2}$	10^{-4}	$+2,033\cdot10^{-1}$	10^{-4}	$+1,765\cdot10^{-1}$
1,2	$3,51\cdot10^{-2}$	10^{-3}	$+1,847\cdot10^{-1}$	10^{-3}	$+1,603\cdot10^{-1}$
1,0	$2,37\cdot10^{-2}$	10^{-2}	0,000	10^{-2}	0,000
0,8	0,00	$2\cdot10^{-2}$	$-1,93\cdot10^{-1}$	$2\cdot10^{-2}$	$-2,1\cdot10^{-1}$
0,6	$-5,96\cdot10^{-2}$	$3\cdot10^{-2}$	$-3,84\cdot10^{-1}$	$3\cdot10^{-2}$	$-3,33\cdot10^{-1}$
0,4	$-1,73\cdot10^{-1}$	$4\cdot10^{-2}$	$-5,61\cdot10^{-1}$	$4\cdot10^{-2}$	$-5\cdot10^{-1}$

оптимального решения невысока. Так, например если $\alpha_c = 10^{-2}$ ($\Delta\varphi = 5{,}73°$), то отклонение уровня погрешностей при реализации на $\pm 5{,}7°$ (100 %) дает изменение СКО менее, чем на 50 %. Отклонение C_p от C_c на ± 25 % приводит к изменению СКО соответственно не более чем на 6 %. Следует отметить, что характер изменения $\bar{\varepsilon}^2$ при небольших отклонениях α_p от α_c и C_p от C_c близок к линейному. Заметим, что при неточном задании параметров ошибок в качестве исходных данных при синтезе характер изменения $\bar{\varepsilon}^2$ близок к квадратичному (см. рис. 1).

К выводу о слабой чувствительности оптимального решения задачи синтеза в статистической постановке можно также прийти, если обратиться к ДН, представленным кривыми *1* и *2* на рис. 2. Кривая *1* — это средняя по мощности ДН, соответствующая оптимальному АФР для случая $\alpha_c = \alpha_p = 10^{-2}$ ($\Delta\varphi = 5{,}7°$), $C_c = C_p = 1{,}2$; кривая *2* — средняя диаграмма направленности по мощности при $\alpha_p = 4 \cdot 10^{-2}$ ($\Delta\varphi = 11{,}4°$), $C_p = C_c = 1{,}2$. Диаграммы практически не различаются в области главного лепестка, незначительные отличия появляются в основном в области дальних боковых лепестков. Как уже отмечалось ранее, наложение фазовых ошибок с $\Delta\varphi = 5{,}7°$ ($\alpha = 10^{-2}$) и $c = 1{,}2$ на оптимальное АФР, полученное при детерминированном синтезе с $N = 18$, делает ДН совершенно неприемлемой (рис. 1, кривые *1* и *3*, см. ч. 1).

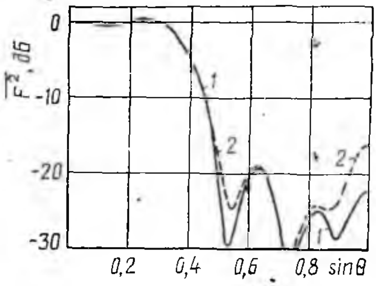

Рис. 2

Таким образом, учет даже весьма незначительных по уровню фазовых ошибок $\alpha = 10^{-2}$ приводит к вполне приемлемой для практики степени естественной регуляризации решения задачи синтеза, т. е. к слабому проявлению сверхнаправленности.

Список литературы: 1. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн. М., 1970. 384 с. 2. *Васильев Ф. П.* Методы решения экстремальных задач. М., 1981. 400 с. 3. *Сверхнаправленность* в статистической теории антенн / Я. С. Шифрин, В. В. Должиков, В. Ю. Радченко. Харьк. ин-т радиоэлектроники. 1988. 140 с. Деп. в УкрНИИНТИ 05.01.88, № 86—Ук88.

Поступила в редколлегию 25.07.90