



АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ БИСПЕКТРА В ЗАДАЧАХ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

ТОЦКИЙ А.В., НАУМЕНКО В.В.

Описываются результаты анализа точности оценивания биспектра сигнала, наблюдаемого в радиотехнической измерительной системе на фоне аддитивных гауссовых шумов. На основе критерия Рао-Крамера аналитически получено выражение для определения дисперсии оценки биспектра по максимуму функции правдоподобия. Приводятся результаты статистического компьютерного моделирования, позволяющие количественно исследовать и сравнить точность оценивания биспектральной плотности сигналов различной формы в условиях ограниченного объема выборки наблюдений и вариаций входного отношения сигнал-шум в широких пределах.

1. Введение

Бурное развитие и совершенствование современных методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов наряду с прогрессом в области средств вычислительной техники позволяет специалистам ставить и решать совершенно новые задачи по обнаружению сигналов на фоне интенсивных помех, различению сигналов, распознаванию и классификации образов на основе анализа их тонкой структуры. Классический спектральный анализ, традиционно используемый при обработке процессов, основан на оценивании спектров второго порядка с помощью традиционного преобразования Фурье [1]. Для процессов, у которых спектральные компоненты статистически независимы, оценка энергетического спектра является исчерпывающей характеристикой при традиционном некогерентном спектрально-корреляционном анализе свойств таких процессов. Однако данный подход далеко не всегда приемлем в ситуациях, когда требуется решить задачи выявления частотно-фазовых зависимостей, содержащихся в наблюдении, или различения двух или нескольких процессов с использованием информативных признаков в виде различий их плотности распределения вероятности. В последнее время для решения этих задач во многих технических приложениях, таких как радиолокация [2-4], астрономия [5], распознавание образов [6], цифровая связь [7] и другие, стали широко использоваться перспективные методы и алгоритмы обработки данных с использованием кумулянтных функций третьего порядка и их преобразований Фурье – спектров третьего порядка (биспектров). Данные методы позволяют увеличить

объем информации о наблюдаемом процессе, уточнить параметры случайного процесса и оценить полноту вероятностных распределений исследуемого процесса. Это дает возможность не только выявить наличие частотно-фазовых зависимостей между дискретными спектральными составляющими, но и подавить помеху с симметричной плотностью распределения вероятности. На практике часто возникают задачи обработки процессов с неизвестной плотностью распределения вероятности, отличающейся от нормального закона, когда наличие фазовых связей между дискретными спектральными составляющими и отличие закона распределения от нормального являются единственно возможными источниками информации. Известные энергетические методы оценивания спектральной плотности, в которых безвозвратно утеряна информация о фазовых связях частотных компонент и отсутствует различительный признак сигналов в виде отличий их законов плотности распределения вероятности, не позволяют решать ряд практически важных задач обнаружения, различения сигналов, распознавания объектов и их классификации. Поэтому система обнаружения и различения сигналов на фоне помех в определенных условиях, работающая с использованием свойств моментных функций третьего порядка и биспектра, эффективнее классических энергетических и корреляционных систем.

Предположим, что на входе цифровой измерительной радиотехнической системы регистрируют последовательность M реализаций аддитивной смеси полезного сигнала $s(i)$ и шума радиоканала связи $n_G(i)$ с неизвестными параметрами.

В рамках рассматриваемой модели наблюдения m -ю ($m=1, 2, \dots, M$) реализацию $x^{(m)}(i)$ представим в виде

$$x^{(m)}(i) = s(i - \tau^{(m)}) + n_G^{(m)}(i), \quad i = 0, 2, \dots, I-1, \quad (1)$$

где $n_G^{(m)}(i)$ – m -я реализация аддитивного стационарного гауссова шума с нулевым средним значением $\langle n_G(i) \rangle = 0$ и выборочной дисперсией, величина которой $\sigma_G^{(m)2}$ полагается априорно неизвестной; $\tau^{(m)}$ – принимающая целочисленные значения случайная задержка сигнала, максимальная величина которой не превышает I .

На основе уравнения наблюдения (1) следует решить задачу обнаружения сигнала $s(i)$ на фоне интенсивных помех. В качестве тестовой статистики обнаружения сигнала будем использовать оценку биспектра наблюдения (1), устойчивую к воздействию гауссова шума и равную

$$\hat{B}_x(p, q) = \langle \dot{X}^{(m)}(p) \dot{X}^{(m)}(q) \dot{X}^{*(m)}(p+q) \rangle_M, \quad (2)$$

где биспектр (биспектральная плотность) $\hat{B}_x(p, q) = \left| \hat{B}_x(p, q) \right| \exp[j\hat{\gamma}_x(p, q)]$ – это комплексная функция двух частотных переменных $p = -I+1, \dots, I-1$,

$q = -I+1, \dots, I-1$; $\hat{B}_x(p, q)$ и $\hat{\gamma}_x(p, q)$ – соответственно амплитудный (биамплитуда) и фазовый (бифаза) биспектр рассматриваемого процесса $x^{(m)}(i)$;

$$\dot{X}^{(m)}(p) = \sum_{i=0}^{I-1} x^{(m)}(i) \exp[-j2\pi ip/I] \text{ – преобразование}$$

Фурье процесса (1) на конечном интервале времени его наблюдения; $\langle \dots \rangle_M$ – процедура осреднения по ансамблю из M наблюдений.

Вероятность обнаружения сигнала по оценке биспектра (2) зависит от точности измерения последней функции. При этом интерес представляет задача определения нижней границы точности оценки биспектра – предельная минимальная погрешность оценки.

Цель данной работы заключается в исследовании точности оценивания биспектра и определения потенциального предела дисперсии оценки биспектра сигнала на фоне аддитивных гауссовых шумов.

2. Анализ точности оценивания биспектра

По правилам математической статистики оценку биспектра полагают состоятельной по вероятности, если при многократных измерениях, т.е. при проведении K экспериментов (испытаний) и осреднении выборочных оценок по K испытаниям ($K \rightarrow \infty$) оценка биспектра стремится к биспектру.

Оценку биспектральной плотности (2), полученную в произвольном k -м ($k=1, 2, \dots, K$) испытании, представим в виде

$$\begin{aligned} \hat{B}_{xk}(p, q) &= \left\langle \hat{B}_{xmk}(p, q) \right\rangle_M = \dot{B}_s(p, q) + \hat{B}_{nk}(p, q) = \\ &= \text{Re}[\dot{B}_s(p, q)] + \text{Re}[\hat{B}_{nk}(p, q)] + \\ &+ j\{\text{Im}[\dot{B}_s(p, q)] + \text{Im}[\hat{B}_{nk}(p, q)]\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\dot{B}_s(p, q)$ – биспектр полезного сигнала (сигнальная составляющая); $\hat{B}_{nk}(p, q)$ – составляющая помехи в оценке биспектра.

Будем полагать, что в соответствии с центральной предельной теоремой Ляпунова при достаточно большом количестве независимых экспериментов K закон распределения оценок $\text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)]$ и $\text{Im}[\hat{B}_{xk}(p, q)]$ стремится к нормальному. Тогда функцию правдоподобия – многомерную (размерности K) условную плотность вероятности вектора наблюдаемой оценки $\mathbf{B}_x(p, q)$ при условии неизвестного биспектра $\dot{B}_s(p, q)$ запишем в виде

$$\begin{aligned} P[\mathbf{B}_x(p, q) | \dot{B}_s(p, q)] &= \\ &= P[\hat{\mathbf{B}}_x^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)] P[\hat{\mathbf{B}}_x^{\text{Im}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Im}}(p, q)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $P[\hat{\mathbf{B}}_x^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)]$ и $P[\hat{\mathbf{B}}_x^{\text{Im}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Im}}(p, q)]$ – условные плотности вероятности векторов вещественной (Re) и мнимой (Im) частей формируемой оценки при условии неизвестных полей – сигнальных компонент $\dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$ и $\dot{B}_s^{\text{Im}}(p, q)$ соответственно.

Так как проводимые далее математические выкладки подобны для Re и Im частей биспектральной оценки, то достаточно ограничиться подробным выводом формул для одной из частей, например, для вещественной компоненты, а затем получить результаты для мнимой компоненты.

Условная плотность вероятности вещественной части оценки биспектра для k -го испытания равна

$$\begin{aligned} P[\hat{B}_x^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)] &= 1/\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)}\{\text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)] - \right. \\ &\left. - \langle \text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)] \rangle_K\}^2\right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q) &= 1/(M-1) \sum_{m=1}^M \{\text{Re}[\dot{B}_{nmk}(p, q)] - \\ &- \text{Re}[1/M] \sum_{m=1}^M \dot{B}_{nmk}(p, q)\}^2 \end{aligned}$$

– выборочная, т.е. полученная на ограниченной выборке объемом M реализаций дисперсия помехи в оценке биспектра наблюдения (1).

Отметим, что оценка $\text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)]_{K \rightarrow \infty} \rightarrow \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$, т.е. является несмещенной, за исключением частотных отсчетов, лежащих на осях $p=0$, $q=0$ и $p=q$.

Более удобна для анализа логарифмическая функция правдоподобия, равная

$$\begin{aligned} \ln\{P[\hat{B}_x^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)]\} &= \ln\{1/\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)}\{\text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)] - \right. \\ &\left. - \langle \text{Re}[\hat{B}_{xk}(p, q)] \rangle_K\}^2\right\}\}. \end{aligned} \quad (6)$$

В качестве условной оценки $\hat{B}_{s\text{МФП}}^{\text{Re}}(p, q)$ вещественной части биспектра выберем такое значение переменной $\dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$, для которого логарифмическая функция правдоподобия, полученная в результате статистического усреднения по K наблюдениям функции (6), достигает максимума. Условную оценку $\hat{B}_{s\text{МФП}}^{\text{Re}}(p, q)$, которая удовлетворяет данному критерию качества – максимуму средней функции правдоподобия, будем считать максимально правдоподобной и обозначать МФП.

Условие максимума средней логарифмической функции правдоподобия для вещественной части оценки биспектра запишем в виде:

$$\left\langle \frac{\partial \{\ln\{P[\hat{B}_x^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)]\}}{\partial \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)} \right\rangle_K = 0. \quad (7)$$

Если существует такая несмещенная эффективная оценка $\hat{B}_{s\text{эфф}}^{\text{Re}}(p, q)$, которая обеспечивает наименьшую среднеквадратическую ошибку по отношению к

истинному биспектру $\dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$ среди всех возможных оценок $\hat{B}_{s \text{ МФП}}^{\text{Re}}(p, q)$, т.е. при выполнении условия

$$\left\langle [\hat{B}_{s \text{ эфф}}^{\text{Re}}(p, q) - \hat{B}_s^{\text{Re}}(p, q)]^2 \right\rangle \leq \left\langle [\hat{B}_{s \text{ МФП}}^{\text{Re}}(p, q) - \hat{B}_s^{\text{Re}}(p, q)]^2 \right\rangle, \quad (8)$$

то уравнение правдоподобия (7) имеет единственное решение, равное $\hat{B}_{s \text{ эфф}}^{\text{Re}}(p, q)$.

Уравнение правдоподобия (7) обеспечивает необходимое, но не достаточное условие максимума.

С учетом (6) уравнение (7) запишем как

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\hat{B}_{xk}^{\text{Re}}(p, q) - \hat{B}_s^{\text{Re}}(p, q) - \langle \hat{B}_{nk}^{\text{Re}}(p, q) \rangle_K}{\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)} = 0. \quad (9)$$

Для количественного анализа точности оценки биспектра $\dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$ воспользуемся вычислением второй производной логарифмической функции правдоподобия в максимуме, взятой с обратным знаком.

Тогда погрешность оценки биспектра определим с помощью второй производной по $\dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)$ уравнения (9), взятой с обратным знаком. В результате получим уравнение

$$\begin{aligned} -\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\partial^2 \{ \ln P[\dot{B}_{xk}^{\text{Re}}(p, q) | \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)] \}}{\partial^2 \dot{B}_s^{\text{Re}}(p, q)} = \\ = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\hat{\sigma}_{\text{Re}k}^2(p, q)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно критерию Рао-Крамера дисперсия оценки вещественной части биспектра, полученная по максимуму функции правдоподобия (10), определяется условием:

$$\text{var}[\hat{B}_{s \text{ МФП}}^{\text{Re}}(p, q)] \geq \frac{1}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{\text{Re}k}^2(p, q)}}, \quad (11)$$

а дисперсия оценки мнимой части биспектра равна

$$\text{var}[\hat{B}_{s \text{ МФП}}^{\text{Im}}(p, q)] \geq \frac{1}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{\text{Im}k}^2(p, q)}}. \quad (12)$$

С учетом условий (11) и (12) предельную среднеквадратическую точность оценки комплексного биспектра определим следующим условием:

$$\text{var}[\hat{B}_{s \text{ МФП}}(p, q)] \geq \frac{1}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{\text{Re}k}^2(p, q)}} + \frac{1}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_{\text{Im}k}^2(p, q)}}. \quad (13)$$

Полученная формула (13) служит основой для численных расчетов предельной точности оценки биспектра для сигналов различной формы, наблюдаемых на фоне аддитивных гауссовых шумов с дисперсией $\sigma_G^{(m)2}$, и для различных случайных задержек $\tau^{(m)}$ исходного сигнала.

3. Интерпретация результатов компьютерного моделирования

На основе теоретических результатов, полученных в разделе 2, исследуем точность оценивания биспектральной плотности в следующих условиях. Во-первых, рассмотрим влияние на точность оценки биспектра вклада отсчетов, лежащих на частотных ($p=0$; $q=0$) и диагональных осях ($p=q$). Во-вторых, изучим поведение точности оценки биспектральной плотности для сигналов с нулевым средним значением и сигналов с отличным от нуля средним значением. В-третьих, оценим влияние оконного сглаживания на точность оценивания биспектральной плотности.

Для улучшения оценки биспектральной плотности в работах [8, 9] предложено использовать вычитание среднего значения из наблюдаемого на входе сигнала. Данный подход к улучшению биспектральной оценки теоретически позволяет исключить искажения, вызванные присутствием сигнально-зависимых членов в оценке $\hat{B}_{nk}(p, q)$ (см. формулу (3)), однако это справедливо при устремлении объема выборки к бесконечности. Поэтому представляет интерес исследование точности оценки биспектральной плотности в практических условиях ограниченного объема выборки и в условиях растекания биспектра.

Рассмотрим поведение оценки биспектральной плотности на примере трех сигналов различной формы – импульсов прямоугольной, треугольной и гауссовой формы, наблюдаемых на фоне аддитивного гауссова шума.

Дисперсию $\hat{\sigma}_\Sigma^2(p, q)$ оценки биспектра определим с помощью суммы дисперсии оценки вещественной $\hat{\sigma}_{\text{Re}}^2(p, q)$ и мнимой $\hat{\sigma}_{\text{Im}}^2(p, q)$ частей и запишем как

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_\Sigma^2(p, q) &= \hat{\sigma}_{\text{Re}}^2(p, q) + \hat{\sigma}_{\text{Im}}^2(p, q) = \\ &= \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M \{ \text{Re}[\dot{B}_{nmk}(p, q)] - \text{Re}[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \dot{B}_{nmk}(p, q)] \}^2 + \\ &+ \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M \{ \text{Im}[\dot{B}_{nmk}(p, q)] - \text{Im}[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \dot{B}_{nmk}(p, q)] \}^2. \end{aligned} \quad (14)$$

В качестве меры точности оценивания биспектра введем понятие полного стандартного (среднеквадратического) отклонения (TOSD), величину которого определим в виде

$$\sigma_{\text{TOSD}} = \sqrt{\sum_p \sum_q \hat{\sigma}_\Sigma^2(p, q)}, \quad (15)$$

и ограничимся расчетами в пределах главной треугольной области симметрии биспектра $0 \leq p \leq q \leq 1/2$, $p+q \leq 1/2$.

В целях анализа влияния на точность оценки биспектра вклада отсчетов, лежащих на осях и диагоналях, рассчитывалось также усеченное стандартное отклонение (TRSD). Последняя величина определялась в виде двойной суммы отсчетов вида (15), из которой

были исключены отсчеты, принадлежащие частотным осям и диагоналям, ограничивающим главную треугольную область симметрии биспектра.

Тестовые сигналы генерировались на дискретной сетке $I=64$ отсчетов со случайным сдвигом $\tau^{(m)}$, имеющим равномерный закон распределения, и с максимальной девиацией $\tau_{\max}^{(m)} = 10$ отсчетов.

Проанализируем вначале поведение полного стандартного отклонения ($SD = \sigma_{\Sigma}(p, q)$) по графикам, приведенным на рис. 1, 2 и построенным для тестового сигнала – импульса прямоугольной формы длительностью $T = 2$ отсчета для фиксированного объема выборки $M = 100$ реализаций и различных величин среднеквадратических отклонений (СКО) шума σ_n . Для сравнительной оценки влияния вклада величины среднего значения сигнала на рис. 2 представлены результаты, полученные в случае, когда среднее значение сигнала вычиталось перед формированием биспектральной оценки.

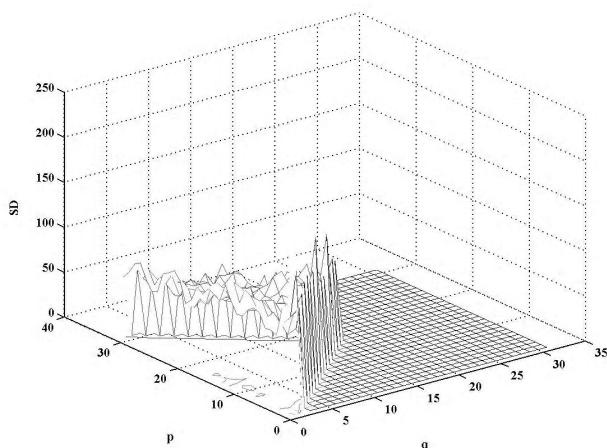


Рис. 1. Функция $SD = \sigma_{\Sigma}(p, q)$; $\sigma_n = 0,5$

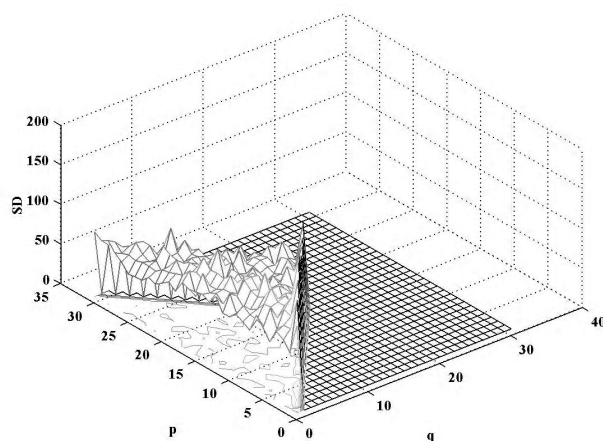


Рис. 2. Функция $SD = \sigma_{\Sigma}(p, q)$, $\sigma_n = 0,5$; среднее значение сигнала равно нулю

Анализ результатов, представленных на рис. 1, 2, демонстрирует следующее:

– поведение функции $\sigma_{\Sigma}(p, q)$ в двумерном частотном пространстве (p, q) показывает, что значительный

вклад в ее величину вносят сигнално-зависимые составляющие в оценке функции (3). Составляющая помехи в оценке биспектральной плотности сосредоточена вблизи нулевых и низких частот, так как характер изменения функции $\sigma_{\Sigma}(p, q)$ соответствует поведению амплитудного спектра Фурье тестового сигнала $|S(p)| = T|\text{sinc}(2\pi pT/I)|$;

– вычитание среднего значения сигнала приводит к уменьшению максимального значения функции $\sigma_{\Sigma}(p, q)$. Однако, хотя вычитание среднего значения и улучшает оценку биспектральной плотности, последняя функция остается искаженной помехой при ограниченных на практике длительности интервала наблюдения I и объема выборки M наблюдаемых реализаций;

– случайная задержка $\tau^{(m)}$ исходного сигнала не влияет на точность оценки биспектральной плотности.

Результаты расчетов стандартных отклонений: полного (TOSD) и усеченного (TRSD), полученные для объема выборки $M=100$ реализаций, представлены в табл. 1 – 3.

Таблица 1

Результаты, полученные для импульса прямоугольной формы

	T	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TOSD	2	896	$5,87 \cdot 10^3$	$1,85 \cdot 10^4$
	6	$1,84 \cdot 10^3$	$1,02 \cdot 10^4$	$2,60 \cdot 10^4$
	10	$2,63 \cdot 10^3$	$1,26 \cdot 10^4$	$3,33 \cdot 10^4$
TRSD	2	760	$5,04 \cdot 10^3$	$1,60 \cdot 10^4$
	6	$1,34 \cdot 10^3$	$7,89 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^4$
	10	$1,66 \cdot 10^3$	$8,62 \cdot 10^3$	$2,54 \cdot 10^4$

Таблица 2

Результаты, полученные для импульса треугольной формы

	T	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TOSD	4	694	$5,39 \cdot 10^3$	$1,85 \cdot 10^4$
	12	$1,06 \cdot 10^3$	$7,33 \cdot 10^3$	$2,41 \cdot 10^4$
	20	$1,30 \cdot 10^3$	$9,26 \cdot 10^3$	$2,60 \cdot 10^4$
TRSD	4	578	$4,6 \cdot 10^3$	$1,60 \cdot 10^4$
	12	685	$5,35 \cdot 10^3$	$1,93 \cdot 10^4$
	20	680	$5,86 \cdot 10^3$	$1,92 \cdot 10^4$

Таблица 3

Результаты, полученные для импульса гауссовой формы $s(i) = \exp[-\alpha(i - I/2 - 1)]^2$

	α	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TOSD	0,78	665	$5,3 \cdot 10^3$	$1,84 \cdot 10^4$
	0,09	$1,12 \cdot 10^3$	$7,49 \cdot 10^3$	$2,43 \cdot 10^4$
	0,03	$1,43 \cdot 10^3$	$9,44 \cdot 10^3$	$2,89 \cdot 10^4$
TRSD	0,78	552	$4,52 \cdot 10^3$	$1,58 \cdot 10^4$
	0,09	728	$5,70 \cdot 10^3$	$1,95 \cdot 10^4$
	0,03	737	$6,03 \cdot 10^3$	$2,08 \cdot 10^4$

Таблица 4
Результаты, полученные для импульса прямоугольной формы

TOSD	T	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TRSD	2	810	$5,47 \cdot 10^3$	$1,98 \cdot 10^4$
	6	$1,57 \cdot 10^3$	$8,61 \cdot 10^3$	$2,54 \cdot 10^4$
	10	$1,97 \cdot 10^3$	$9,83 \cdot 10^3$	$2,84 \cdot 10^4$

Таблица 5
Результаты, полученные для импульса треугольной формы

TOSD	T	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TRSD	4	623	$4,76 \cdot 10^3$	$1,83 \cdot 10^4$
	12	854	$6,53 \cdot 10^3$	$2,17 \cdot 10^4$
	20	861	$7,04 \cdot 10^3$	$2,34 \cdot 10^4$

Для сравнения в табл. 4–6 представлены результаты, полученные при вычитании среднего значения тестового сигнала. Длительность импульсов треугольной и гауссовой формы была выбрана для корректности сравнения в соответствии с длительностью импульса прямоугольной формы, чтобы обеспечить равенство энергии трех тестовых сигналов.

Таблица 6
Результаты, полученные для импульса гауссовой формы

TOSD	α	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TRSD	0,78	610	$5,11 \cdot 10^3$	$1,80 \cdot 10^4$
	0,09	887	$6,47 \cdot 10^3$	$2,24 \cdot 10^4$
	0,03	938	$7,25 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^4$

Сравнительный анализ результатов, приведенных в табл. 1 – 6, дает возможность сделать следующие выводы.

1. Устранение отсчетов биспектра, лежащих на границах главной треугольной области, позволяет уменьшить величину TRSD по сравнению с величиной TOSD. Этот результат компьютерного моделирования соответствует теоретическому утверждению, высказанному в работе [9].

2. Для количественного анализа удобно ввести величину RTT, равную отношению TOSD к TRSD. Результаты анализа показывают, что величина RTT растет с увеличением длительности тестового сигнала и значительно превышает единицу при малых величинах СКО шума. Выигрыш, количественно выраженный в величине RTT, может достигать 90 % для сигналов треугольной и гауссовой формы для СКО шума, равного $\sigma_n = 0,1$ (см. табл. 2 и 3). Однако при малых отношениях сигнал-шум (ОСШ) устранение отсчетов, лежащих на границах главной треугольной области, уже не приводит к ощутимому выигрышу точности биспектральной оценки.

3. Показатель RTT ухудшается при увеличении СКО шума, так как вклад флуктуационных ошибок в оценку биспектральной плотности, когда помеха распределена на всей главной треугольной области определения биспектра, становится преобладающим.

4. В целом, удается уменьшить ошибки оценки биспектральной плотности с помощью вычитания среднего значения сигнала, что демонстрируется соответствующим сравнением данных табл. 1 и 4, 2 и 5, а также 3 и 6. Однако данный подход к улучшению биспектральной оценки результативен при малых величинах СКО шума, а с его ростом показатель выигрыша RTT незначительно отличается от единицы.

5. Показатель выигрыша RTT растет медленнее с увеличением длительности сигнала T для оценки биспектральной плотности сигнала с отличным от нуля средним значением по сравнению с биспектральной оценкой сигнала с нулевым средним значением. Этот вывод вытекает из сравнения результатов, приведенных в табл. 1 – 3, с результатами, представленными в табл. 4 – 6. Более того, величина выигрыша RTT, соответствующая биспектральной оценке сигналов с нулевым средним значением, оказывается меньше величины RTT, рассчитанной для сигналов с отличным от нуля средним значением.

Влияние эффекта растекания оценки биспектральной плотности при различных формах сигналов демонстрируется данными, сведенными в табл. 7. В этой таблице приведены результаты расчетов нормированной на максимальную величину полной суммарной дисперсии $\sum_p \sum_q \hat{\sigma}_x^2(p, q)$ для импульсов разной формы, но одинаковой энергии.

Таблица 7
Нормированная полная суммарная дисперсия

СКО шума	Прямоугольная	Треугольная	Гауссова
0,1	0,009	0,005	0,006
0,2	0,045	0,029	0,0307
0,3	0,154	0,112	0,118
0,4	0,419	0,279	0,297
0,5	1,0	0,743	0,764

Таблица 8

Результаты оконного сглаживания, среднее значение сигнала не равно нулю

	T	σ_n		
		0,1	0,3	0,5
TOSD	2	849	$5,85 \cdot 10^3$	$2,01 \cdot 10^4$
	6	$1,89 \cdot 10^3$	$9,17 \cdot 10^3$	$2,71 \cdot 10^4$
	10	$2,50 \cdot 10^3$	$1,22 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^4$
TRSD	2	728	$5,03 \cdot 10^3$	$1,74 \cdot 10^4$
	6	$1,39 \cdot 10^3$	$7,13 \cdot 10^3$	$2,24 \cdot 10^4$
	10	$1,58 \cdot 10^3$	$8,48 \cdot 10^3$	$2,40 \cdot 10^4$

Анализ данных табл. 7 позволяет сделать вывод о том, что эффект растекания биспектра проявляется наиболее ярко, во-первых, для импульса прямоугольной формы и, во-вторых, для максимальной величины СКО шума.

Для оценки эффективности уменьшения растекания биспектра с помощью оконного сглаживания рассмотрим оценки биспектральной плотности с использованием оконного сглаживания в окне Ханна вида $w(i) = 1/2[1 - \cos(2\pi(i-1/2-1)/I)]$.

Результаты компьютерного моделирования для примера тестового сигнала – импульса прямоугольной формы – представлены в табл. 8. Сравнение данных, приведенных в табл. 8 и 1, показывает, что использование окна Ханна приводит лишь к незначительному улучшению точности биспектральной оценки. Данное улучшение может достигать значения, равного приблизительно 6 % для малых величин СКО шума, и улучшение практически не наблюдается для больших величин СКО шума.

4. Выводы

Таким образом, хотя вычитание среднего значения сигнала при биспектральном оценивании улучшает точность оценки, биспектральная плотность остается искаженной вследствие ограниченного на практике объема выборки, малых ОСШ и растекания биспектра. Только для больших ОСШ ($\text{ОСШ} \gg 1$) удается улучшить точность биспектрального оценивания с помощью вычитания среднего значения сигнала и устранения отсчетов биспектральной плотности, принадлежащих границам главной треугольной области определения биспектра. Оконное сглаживание позволяет несколько улучшить оценку биспектра, однако эффективность оконного сглаживания резко ухудшается при уменьшении ОСШ. С точки зрения практической значимости полученные результаты представ-

ляются перспективными в радиолокационных системах и системах телекоммуникаций при решении задач обнаружения и различения сигналов на фоне интенсивных гауссовых шумов.

Литература: 1. Бендат Дж. Применение корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ./ Дж. Бендат, А. Пирсол. М.: Мир, 1983. 312 с. 2. Totsky A.V. Time-frequency analysis of radar backscattered signals using phase coupled frequencies extracted from time-varying bispectrum estimates/ A.V. Totsky, I.V. Kurbatov, G.I. Khlopov, S.I. Khomenko, V.Ye. Morozov, J.T. Astola, K.O. Egiazarian// Proc. 16th International Conf. Microwaves, Radar and Wireless Communications MIKON-2006, May 22-26, 2006. Poland, Krakow. Vol. I. P. 203-206. 3. Astola J.T. Time-frequency analysis of ground surveillance Doppler radar echo signals by using short-time cross-bispectrum estimates/J.T. Astola, K.O. Egiazarian, G.I. Khlopov, S.I. Khomenko, I.V. Kurbatov, V.Ye. Morozov, A.L. Tepliuk, A.V. Totsky// Proc. of International Radar Symposium IRS 2007, September 5-7, 2007. Cologne, Germany. P. 805-808. 4. Astola J.T. Application of bispectrum estimation for time-frequency analysis of ground surveillance Doppler radar echo signals /J.T. Astola, K.O. Egiazarian, G.I. Khlopov, S.I. Khomenko, I.V. Kurbatov, V.Ye. Morozov, A.V. Totsky// IEEE Transact. on Instrumentation and Measurement. 2008. Vol. 57. P. 1949-1957. 5. Lohmann A. W. Speckle masking in astronomy: Triple correlation theory and applications / A. W. Lohmann, G. Weigelt, B. Wirtzner// Applied Optics. 1983. Vol. 22. P. 4028–4037. 6. Тоцкий А.В. Распознавание летательных аппаратов по радиолокационным дальностным профилям/ А.В. Тоцкий, П.А. Молчанов, Б.Б. Поспелов// Авіаційно-космічна техніка і технологія, 5(72). 2010. С. 77-82. 7. Molchanov P.A. Application of triple correlation and bispectrum for interference immunity improvement in telecommunications systems/ P.A. Molchanov, A.V. Totsky// International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 2008. Vol. 18. № 3. P. 361-367. 8. Nikias C.L. Bispectral estimation: A digital signal processing framework/ C.L. Nikias, M.R. Raghuveer // Proc. IEEE. 1987. Vol. 75, No. 7, July. P. 869–891. 9. Nakamura M. Waveform estimation from noisy signals with variable signal delay using bispectrum averaging/ M. Nakamura // IEEE Trans. on Biomedical Engineering. 1993. Vol. 40, No. 2. P. 118–127.

Поступила в редколлегию 16.01.2011

Рецензент: д-р физ.-мат. наук Сугак В.Г.

Тоцкий Александр Владимирович, д-р. техн. наук, профессор кафедры «Прием, передача и обработка сигналов» НАКУ им. Жуковского «ХАИ». Адрес: Украина, 61070, Харьков, ул. Чкалова, 17, тел. (057) 707-43-52, e-mail: totskiy@xai.edu.ua

Науменко Виктория Владимировна, аспирантка кафедры «Прием, передача и обработка сигналов» НАКУ им. Жуковского «ХАИ». Адрес: Украина, 61070, Харьков, ул. Чкалова, 17, тел. (057) 707-43-52, e-mail: naumenko_vita@mail.ru