УДК 681.327.12.001.362; 519.7; 519.81

МЕТОДЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ КОМПРЕССОРНЫХ СТАНЦИЙ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

ТЕВЯШЕВ А. Д., КОТОК В.Б., КОЛОДЯЖНЫЙ В.В., ШУЛИК П.В.

Предлагаются методы статистически устойчивого оценивания систем мгновенных и интегральных показателей режимов работы газоперекачивающих агрегатов (ГПА), позволяющие наиболее полно характеризовать состояние объекта управления, своевременно и эффективно улавливать начала тенденций в изменении его поведения, а также принимать наиболее адекватные меры для их устранения или, по крайней мере, для минимизации потерь при их развитии.

В [1] были отмечены основные негативные тенденции, присущие современным системам автоматического управления (САУ), которые в последнее время широко применяются на компрессорных станциях (КС). К таким тенденциям следует отнести существенную потерю диспетчером своей ведущей роли в процессе оперативно-диспетчерского управления, а также его переход в значительную зависимость от обслуживания САУ КЦ – квитирования огромного количества событий, происходящих в системе. Таким образом, вместо того, чтобы выполнять свои непосредственные обязанности, диспетчер вынужден обрабатывать огромное количество зачастую несущественных сообщений, поступающих из САУ КЦ. Как вариант эффективного решения отмеченной выше проблемы, в той же работе [1] была предложена система мгновенных и интегральных показателей режимов работы ГПА, которая позволяет охарактеризовать состояние объекта управления в наилучшей для диспетчера форме, а также эффективно улавливать начала тенденций в изменении поведения объекта управления и принимать наиболее адекватные меры для их устранения или, по крайней мере, для минимизации потерь при их развитии.

Согласно предложенной методике интегральный показатель состояния КЦ формируется на базе следующих показателей:

– соответствие заданию;
– наблюдаемость;
– стационарность;
– устойчивость;
– управляемость;
– техническое состояние.

Данная работа является развитием результатов [1] и посвящена разработке эффективных методов оценивания первых пяти из предложенных выше показателей. Расмотрим методику оценивания каждого показателя в соответствии с заданным выше порядком.

1. Соответствие заданию

Задание, получаемое диспетчером КС, на режим работы КЦ на заданном интервале планирования [1, T] представляет собой вектор X_T^* плановых значений режимных и контролируемых переменных:

$$X_T^* = (X_T^{1*}, X_T^{2*}, \dots, X_T^{j*}, \dots, X_T^{N*}), \qquad (1)$$

где N–размерность вектора непрерывных переменных X_T^*, характеризующих плановый режим работы КЦ.

Известно, что в САУ КЦ все непрерывные аналоговые контролируемые переменные измеряются с погрешностью, связанной как с погрешностями (ошибками) первичных датчиков, так и с помехами (ошибками) в каналах связи.

При детерминированном подходе, использующемся в настоящее время, ошибками измерений, как правило, пренебрегают. В этом случае непосредственная подстановка измеренных величин в уравнения индивидуальных математических моделей технологического оборудования КЦ для получения расчетных значений режимных переменных, характеризующих режим работы КЦ, приводит к смещению получаемых оценок относительно истинных значений. Это обстоятельство снижает достоверность фактических значений (оценок) режимных переменных и, следовательно, снижает эффективность управления режимами работы КЦ.

Для повышения эффективности контроля и управления режимами работы КЦ целесообразно применить стохастический подход, который позволяет не только получить оптимальное значение (оценку) режимной переменной, но и оценить степень несоответствия между расчетными и истинными значениями режимных переменных, учитывая статистические свойства ошибок измерения и ошибок в канале связи.

При стохастическом подходе для каждой контролируемой переменной получаем не только её «оптимальное» значение, но и оценку доверительного интервала, в котором, с заданной вероятностью, находится её истинное значение. Это позволяет более точно и объективно контролировать процессы, протекающие в КЦ, и, следовательно, осуществлять управление КЦ более оптимальным способом.

В составе САУ КЦ интегральный показатель «соответствие заданию» формируется в результате решения двух задач:

- формирование признаков некондиционности каналов телеизмерения аналоговых измеряемых переменных;
- формирование интегральной оценки «соответствие заданию».

Решение первой задачи осуществляется для всех аналоговых каналов измерения в САУ КЦ.

Входными данными задачи являются:

- входные измеряемые аналоговые переменные
$$X_t^j(\tilde{\omega}) \in [X_{min}^j, X_{max}^j],\ j = 1,2,\ldots N;$$
- входные измеряемые сигналы
$$iX_t^j \in [0,1],\ j = 1,2,\ldots n.$$

Алгоритм решения задачи включает в себя выполнение следующих этапов:

1) проверка поступающих в САУ ГПА сигналов состояния каналов измерения аналоговых переменных iX_t^j. Для каждой переменной $X_t^j(\tilde{\omega})$ проверяется значение сигнала отказа измерительного канала. В случае, если $iX_t^j = 1$ (отказ канала), дальнейшая проверка и расчет для режимной переменной $X_t^j(\tilde{\omega})$ не выполняется и формируется признак «i-й канал некондиционен»;

2) проверка выхода значений входных аналоговых переменных за технологические пределы установленного диапазона $[X_{min}^j, X_{max}^j]$. Для каждой переменной $X_t^j(\tilde{\omega})$ выполняется проверка следующих условий: если $X_t^j(\tilde{\omega}) < X_{min}^j$ или $X_t^j(\tilde{\omega}) > X^j{}_{max}$, то формируется признак «i-й канал некондиционен» и значение $X_t^j(\tilde{\omega})$ – некондиционно.

Решение второй задачи осуществляется в результате выполнения следующих этапов:

1) для каждой j-й режимной или контролируемой переменной кондиционного канала вычисляется доверительный интервал, в котором, с заданной вероятностью, находится истинное значение измеряемой переменной $X_t^j(\omega)$;

2) осуществляется проверка гипотезы H_0^j: «состояние $X_t^j(\omega)$ соответствует заданию» при альтернативе H_1^j: «состояние $X_t^j(\omega)$ не соответствует заданию»;

3) вычисление оценки $S_t(\omega)$ – состояние КЦ в момент времени t «соответствует заданию»;

4) вычисление интегральной оценки $S_T(\omega)$ – состояние КЦ на интервале времени [1, T] – «соответствует заданию».

Рассмотрим каждый из этих этапов более подробно.

1. Вычисление доверительных интервалов.

Для вычисления доверительных интервалов каждое телеизмерение $X_t^j(\tilde{\omega})$, $j \in J = \{1,2,\ldots N\}$ аналоговой переменной $X_t^j(\omega)$ будем рассматривать как оценку истинного значения величины $X^j(\omega)$.

Учитывая, что $X_t^j(\tilde{\omega})$ являются реализацией случайной величины $X_t^j(\omega)$, для оценки $X_j^j(\tilde{\omega})$ строится доверительный интервал:

$$[X_j^j(\tilde{\omega}) - d_j\sigma_{x_j}, X_j^j(\tilde{\omega}) + d_j\sigma_{x_j}], \tag{2}$$

в котором, с заданной вероятностью p_j, находится истинное значение измеряемой переменной $X_t^j(\omega)$:

$$P(X_t^j(\tilde{\omega}) - d_j\sigma_{x_i} \le X_t^j(\omega) \le X_t^j(\tilde{\omega}) + d_j\sigma_{x_i}) = p_j. \tag{3}$$

В выражении (2) d_j – квантиль распределения ошибки j-го телеизмерения, численное значение которого зависит от вида закона распределения ошибок телеизмерений и заданной вероятности p_j.

2. Проверка гипотезы H_0^j: «состояние $X_t^j(\omega)$ соответствует заданию». При стохастическом подходе проверка условия «состояние переменной $X_t^j(\omega)$ в момент времени t соответствует заданию» сводится к проверке статистической гипотезы H_0^j: «состояние переменной $X_t^j(\omega)$ соответствует заданию» при альтернативной гипотезе H_1^j :«состояние переменной $X_t^j(\omega)$ не соответствует заданию».

При построении статистического критерия для проверки гипотезы H_0^j будем полагать, что она принимается, если с заданной наперед вероятностью a_j значение режимной или контролируемой переменной $X_t^j(\omega)$ отклоняется от своего заданного значения X_t^{j*} на величину не более, чем $\varepsilon_j > 0$:

$$P(\left|X_t^j(\omega) - X_t^{j^*}\right| < \varepsilon_j) \ge \alpha_j. \tag{4}$$

Выбор численных значений параметров e_j и a_j осуществляется с помощью адаптивных алгоритмов оценивания этих параметров, минимизирующих ошибки первого и второго рода. В этом случае статистический критерий проверки гипотезы H_0^j может быть представлен в наиболее простом виде: гипотеза H_0^j принимается, если:

$$\left|X_t^j(\tilde{\omega}) - X^{j^*}\right| < \varepsilon_j^*, \tag{5}$$

где ε_j^*, – априорно рассчитанное значение критерия.

В противном случае, если условие (5) не выполняется, то гипотеза H_0^j отвергается и принимается гипотеза H_1^j.

3. Вычисление оценки — состояние КЦ в момент времени t «соответствует заданию».

Знание принятых гипотез по каждой режимной и контролируемой переменной позволяет построить оценки: — состояние КЦ в момент времени t «соответствует заданию». Оценку можно представить в виде:

$$(6)$$

где — общее количество режимных и контролируемых переменных; — количество переменных, для которых в момент времени t была принята гипотеза H_1^j. Диапазон изменения значений оценки —от нуля до ста.

4. Вычисление интегральной оценки $S_T^1(\tilde{\omega})$ — состояние КЦ на интервале времени [1, T] — «соответствует заданию». Для построения интегральной оценки воспользуемся минимаксным подходом. В этом случае она определяется выражением:

$$, \qquad (7)$$

а ее численное значение будет равно наименьшему из всех значений $S_t^1(\tilde{\omega})$ на интервале времени [1, T].

2. Наблюдаемость

Наблюдаемость является одним из важнейших свойств любого объекта управления. В составе САУ КЦ формирование интегрального показателя наблюдаемости осуществляется в результате выполнения следующих этапов:

1) формирование грубой оценки наблюдаемости КЦ;

2) формирование признака выполнения условий наблюдаемости в момент времени t для каждой из индивидуальных моделей, используемых в САУ КЦ;

3) формирование точной оценки наблюдаемости КЦ в момент времени t;

4) формирование интегральной оценки наблюдаемости КЦ на интервале времени [1,T].

Рассмотрим выполнение каждого из этих этапов более подробно.

1-й этап.

При оперативном контроле N аналоговых переменных, из которых в момент времени t $n_t(w)$ оказались некондиционными, $S_t^2(\tilde{\omega})$ — грубая оценка наблюдаемости КЦ в момент времени t, определяется выражением:

$$S_t^2(\tilde{\omega}) = \frac{N - n_t(\tilde{\omega})}{N} \cdot 100 = \frac{N_t^1(\tilde{\omega})}{N} \cdot 100, \qquad (8)$$

где — общее количество кондиционных аналоговых переменных.

Выражение (8) характеризует относительную потерю информации, связанную с некондиционностью каналов, но не учитывает функциональную роль каждой некондиционной переменной в САУ КЦ и должно быть уточнено.

2-й этап.

Предположим, что в САУ КЦ используется K индивидуальных моделей технологического оборудования КЦ. Не нарушая общности, рассмотрим случай, когда в качестве l-й модели технологического оборудования КЦ, $l \in [1,2,K]$ используется система уравнений вида:

$$f_i(b_T, X_t) = 0, \quad i = 1, 2, ..., k, \qquad (9)$$

где b_T — вектор параметров модели $b_T \in R^m$; X_t — вектор переменных состояния модели $X_t \in R^N$; k — количество уравнений модели; t — момент времени.

Наблюдаемостью модели (9) называется условие разрешимости, в алгебраическом смысле, системы алгебраических уравнений модели относительно переменных состояния X_t при фиксированном значении вектора параметров модели b_t, $t \in [1, T]$.

Условие наблюдаемости модели (9) в момент времени t практически сводится к необходимому условию разрешимости системы уравнений (9) в алгебраическом смысле относительно переменных состояния X_t.

Необходимое условие разрешимости системы уравнений (9) заключается в выполнении равенства: количество оцениваемых переменных состояния X_t должно быть равно количеству уравнений модели.

В реальных условиях при $k<N$ для выполнения условий наблюдаемости модели (9) система уравнений (9) дополняется $N-k$ уравнениями вида:

$$X_t^j = X_t^j(\tilde{\omega}), \qquad j = 1,2,...,(N-k), \qquad (10)$$

где $X_t^j(\tilde{\omega})$ — кондиционное измеренное значение переменной $X_t^j(\omega)$ в момент времени t.

Замечание. Достаточным условием наблюдаемости модели (9) является линейная независимость системы уравнений (10).

Если все $N-k$ измерений $X_t^j(\tilde{\omega})$ из (10) кондиционны, то формулируется признак «модель l в момент времени t наблюдаема».

При некондиционности хотя бы одной из переменных $X_t^j(\tilde{\omega})$ из (10) условие наблюдаемости модели (9) будет невыполнимым и она не может быть использована в САУ КЦ. В этом случае формируется признак «модель l в момент времени t не наблюдаема».

3-й этап.

Если при некондиционности $n_t(\tilde{\omega})$ переменных условия наблюдаемости не будут выполнены для $K_t^1(\tilde{\omega})$ моделей, то точная оценка наблюдаемости КЦ в момент времени t определяется выражением:

$$S_t^2(\tilde{\omega}) = \frac{K - K_t^1(\tilde{\omega})}{K} \cdot 100. \qquad (11)$$

4-й этап.

Точная интегральная оценка наблюдаемости моделей КЦ на интервале времени [1, T] определяется на основании полученных оценок наблюдаемости КЦ в каждый момент времени t и имеет вид:

$$S_T^2(\tilde{\omega}) = \min_{t \in [1,T]} S_t^2(\tilde{\omega}) . \qquad (12)$$

Диапазон возможных значений оценки $S_T^2(\tilde{\omega})$, также как и оценки , находится в пределах от 0 до 100.

Для улучшения статистических свойств оценок состояния модели (9) в САУ ГПА целесообразно использовать решение переопределенной системы уравнений вида (9), (10) в статистическом смысле методом максимального правдоподобия.

В этом случае количество дополнительных уравнений вида (10) должно быть больше N−k. Условие наблюдаемости модели (9) при этом не изменяется.

3. Стационарность

Стационарность режима работы КЦ является одним из принципиальных условий целесообразности и эффективности использования математических моделей стационарных режимов работы технологического оборудования КЦ.

При стохастическом подходе оценка стационарности режима работы КЦ сводится, при некотором условии, к оценке стационарности в узком смысле векторного случайного процесса контролируемых переменных $X_t(\omega)$.

В качестве такого необходимого условия выступает предположение о том, что для всех индивидуальных моделей технологического оборудования КЦ выполняется следующее условие: при стационарности на интервале времени [1, T] всех входных режимных переменных модели оценки переменных состояния, получаемых по этим моделям, являются также стационарными. Это условие является достаточно тонким для динамических моделей и тесно связано с другим, не менее важным условием устойчивости режима, однако для статических полиномиальных моделей оно практически всегда выполняется.

Случайный процесс $X_t(\omega)$, $t \in [1,T]$ называется **стационарным в узком смысле,** если его математическое ожидание − постоянный вектор, а ковариационная матрица зависит только от разности аргументов:

$$(13)$$

$$(14)$$

где m_x − вектор математического ожидания, − ковариационная матрица случайного процесса $X_t(w)$, t =1,2,...,T.

Если процесс нестационарен, то выделяют два вида нестационарности: а) по математическому ожиданию; б) по ковариационной матрице.

Нестационарность по математическому ожиданию означает, что математическое ожидание случайного процесса $X_t(w)$ является функцией времени t:

$$\underset{\omega}{M}[X_t(\omega)] = m_{tx} \neq \text{const},\ t = 1,2,...T. \qquad (15)$$

Если математическое ожидание является функцией времени t, то это означает, что случайный процесс $X_t(\omega)$, t =1,2,...,T содержит **тренд**. Тренды случайных процессов делятся на два класса:

− стохастические;

− детерминированные.

В свою очередь детерминированные тренды делятся на:

− полиномиальные;

− полигармонические.

Нестационарность по ковариационной матрице означает, что ковариационная матрица также становится зависимой от времени t.

Следуя методу анализа иерархий, процесс формирования интегральной оценки − стационарности режима работы КЦ или, что то же самое, стационарности случайного процесса

$$X_t(\tilde{\omega}) = [X_t^1(\tilde{\omega}), X_t^2(\tilde{\omega}), \ldots, X_t^i(\tilde{\omega}), \ldots, X_t^N(\tilde{\omega})], \quad (16)$$

на интервале времени t∈[1, T] представим в виде последовательного выполнения двух этапов:

1. Формирование оценок стационарности каждой из компонент векторного случайного процесса

2. Формирование интегральной оценки стационарности режима работы КЦ.

Рассмотрим каждый из этих этапов в отдельности.

1-й этап.

Формирование оценок стационарности каждой из компонент векторного случайного процесса осуществляется только при выполнении кондиционности i-го телеизмерения, т.е. при кондиционности результатов наблюдений (реализаций) i-компоненты $X_t^i(\tilde{\omega})$ векторного случайного процесса .

Процесс формирования оценки стационарности для включает в себя выполнение следующих этапов:

– оценка статистических свойств случайного процесса ;

– вычисление численных значений статистических критериев оценок стационарности процесса ;

– проверка гипотезы H_0: «процесс $t\in[1, T]$ стационарен» и формирование оценки стационарности i-й компоненты случайного процесса .

Оценка статистических свойств случайного процесса $t\in[1, T]$ осуществляется рекуррентным способом и включает в себя вычисление следующих оценок:

– математического ожидания $\hat{m}_{xi}$;

– дисперсии $\tilde{\sigma}^2_{X_i}$.

Вычисление численных значений статистических критериев оценок стационарности процесса осуществляется для трех непараметрических критериев:

– критерия серий ;

– критерия инверсий;

– критерия Неймана (Хальде-Аббе).

Критерий инверсий, вообще говоря, более мощный по сравнению с критерием серий при обнаружении монотонного тренда в последовательности $X_t^i(\tilde{\omega})$, t=1,2,...,T.

Критерий Неймана (Хальде-Аббе) также является параметрическим критерием, более мощным по сравнению с критерием инверсий. Этот критерий представляет собой отношение суммы квадратов последовательных приращений реализаций случайной величины $X_t^i(\tilde{\omega})$ к сумме квадратов отклонений реализаций $X_t^i(\tilde{\omega})$ от оценки математического ожидания [2].

В статистических таблицах приводятся 100a – процентные точки функции распределения случайной величины, .

Проверка гипотезы H_0^i: «процесс $t\in[1,T]$ стационарен» осуществляется для всех трех критериев.

Проверка гипотезы H_0^i с использованием критерия серий осуществляется следующим образом. Если гипотеза H_0^i верна, то это означает, что тренда нет, а число реализаций (+) равно числу реализаций $X_t^i(\tilde{\omega})$ (–) [3]. Тогда число серий в последовательности будет иметь распределение $s(\omega)$, протабулированное в статистических таблицах. Для проверки гипотезы H_0^i с любым требуемым уровнем значимости a надо сравнить вычисленное значение числа серий $s(\tilde{\omega})$ с границами области принятия гипотезы H_0^i. Здесь

$$s(\tilde{\omega}) = \mathrm{ChgSgn}(X_t^i(\tilde{\omega})) + 1, \quad (17)$$

где $\mathrm{ChgSgn}(X_t^i(\tilde{\omega}))$ – число смен знака наблюдений случайной величины $X_t^i(\tilde{\omega})$ за период $t\in[1, T]$.

Если

$$S_{n,\,1-\alpha/2} \le s(\tilde{\omega}) \le S_{n,\,1+\alpha/2}, \quad (18)$$

где n=N/2, то гипотеза H_0^i принимается и формируется признак « на интервале [1,T] не содержит тренда, т. е. стационарен».

Если неравенства (18) не выполняются, т.е. если значение $s(\tilde{\omega})$ лежит вне области (18), то гипотеза H_0^i должна быть отвергнута с уровнем значимости a и принята гипотеза H_1; формируется признак « на интервале [1,T] содержит тренд».

Критерий инверсий применяется так же, как и критерий серий. Численное значение случайной величины сравнивается с границами области принятия гипотезы H_0^i (здесь равно числу инверсий за период наблюдения $t\in[1, T]$ случайной величины $X_t^i(\tilde{\omega})$ [3]). Если

(19)

где N=T – количество реализаций случайной величины , то гипотеза H_0^i принимается, в противном случае H_0^i отвергается с уровнем значимости a и принимается гипотеза H_1.

Формирование признаков принятия гипотез H_0^i или H_1 осуществляется так же, как для критерия серий.

Критерий Неймана (Хальде-Аббе) применяется аналогичным образом. Если численное значение критерия принадлежит интервалу то гипотеза H_0^i принимается. В противном случае принимается гипотеза H_1. Здесь имеет вид:

$$c(\tilde{\omega}) = \frac{\sum\limits_{i=2}^{N}(X_i(\tilde{\omega}) - X_{i-1}(\tilde{\omega}))^2}{\sum\limits_{i=1}^{N}(X_i(\tilde{\omega}) - \hat{m}_{x_i})^2},$$

где —оценка математического ожидания случайной величины на интервале времени [1, T].

Формирование оценки осуществляется по мажоритарному принципу 2 из 3.

Процесс на интервале времени [1,T] считается стационарным, а оценке присваивается значение единица, если по всем трем критериям или по двум из трех была принята гипотеза H_0^i. В противном случае процесс считается нестационарным, содержащим тренд, а оценке присваивается значение нуль.

Таким образом, интегральная оценка — i-й компоненты случайного процесса на интервале времени [1,T] принимает значения:

$$S_T^{3i}(\tilde{\omega}) = \begin{cases} 1, & X_t^i(\omega),\ t = 1,2,\ldots T, \quad \text{стационарен}, \\ 0, & X_t^i(\omega),\ t = 1,2,\ldots T, \quad \text{не стационарен}. \end{cases}$$

2-й этап.

Формирование интегральной оценки $S_T^3(\tilde{\omega})$ осуществляется на основании оценок $S_T^{3i}(\tilde{\omega})$ следующим образом:

.

Диапазон численных значений интегральной оценки $S_T^3(\tilde{\omega})$ находится в интервале [0, 100].

Замечание. Для нестационарных компонент вектора определяется тип тренда: линейный, полиномиальный, полигармонический, оцениваются параметры прогнозирующей функции и вычисляется (прогнозируется) интервал времени, по истечению которого, при сохранении наметившейся тенденции, значение выйдет за технологические пределы $[X_{min}^i, X_{max}^i]$.

4. Устойчивость

Современные САУ КЦ разрабатываются как **адаптивные** системы. В теории систем **адаптация** — это метод проектирования автоматических систем управления, основанный на оценивании в реальном времени параметров математических моделей, описывающих неизвестные постоянные (или медленно меняющиеся) характеристики объекта управления. В математическом отношении адаптивное управление является серьезной математической задачей и предназначено для синтеза оптимального управления стохастическими объектами, функционирующими в стохастической среде. САУ КЦ относится к системам с **адаптивной оценкой параметров,** т.е. с восстановлением неизвестных (меняющихся) характеристик объекта, описываемых конечномерными векторами вещественных параметров $b_T \in R^m$ (9), по результатам наблюдения входных переменных в реальном масштабе времени.

Математическая теория устойчивости адаптивных систем — это быстро развивающаяся область теории банахова пространства, сжимающих операторов, неподвижных точек. Основным математическим результатом теории устойчивости адаптивных систем управления является **теорема об абсолютной устойчивости**, которую можно рассматривать как достаточное условие сохранения неподвижной точки: небольшие возмущения сжимающего оператора не влияют на существование неподвижной точки. Под **точкой** здесь подразумевается элемент нормированного функционального пространства, а абсолютная устойчивость означает незначительные возмущения функций вследствие небольших возмущений операторов и входных переменных. Под возмущением операторов будем понимать неточное значение или изменение параметров в математических моделях объектов управления.

При синтезе и анализе адаптивных САУ КЦ будем использовать понятие локальной устойчивости, т.е. устойчивости при наличии небольших возмущений объекта управления, алгоритмов, операторов, внешних возмущений и начальных условий. Полный теоретический анализ локальной устойчивости адаптивных систем управления чрезвычайно сложен, поэтому ограничимся рассмотрением условий локальной устойчивости при возмущениях объекта управления и внешних возмущениях. Такой вид устойчивости называется **устойчивостью по входу** при наличии небольших возмущений.

В САУ КЦ используются как динамические, так и статические модели вида (9). Рассмотрим частный случай использования метода устойчивости КЦ по входу на основе статической модели (9) с использованием **метода статистической линеаризации.**

Рассмотрим применение метода статистической линеаризации к моделям технологического оборудования КЦ (9).

Для упрощения формализации метода принимаем следующие предположения: система уравнений (9) содержит только одно уравнение (k=1); учитывая, что компоненты вектора параметров b_T и вектора переменных состояния X_t являются случайными величинами, введем случайный вектор $X(\omega)$ размерности вида m+N:

$$X(\omega) = \left(\beta_1(\omega),\ldots,\beta_m(\omega), X_t^1(\omega),\ldots,X_t^N(\omega)\right) = \\ = \left(X_1(\omega), X_2(\omega),\ldots,X_n(\omega), X_{n+1}(\omega)\right),$$

где n+1=m+N. В этом случае модель (9) представим в виде

(20)

Из условий наблюдаемости модели (20) следует, что уравнение (20) может быть разрешимо относительно любой из n+1 переменных, если к нему будет добавлено ровно n уравнений вида (10). Не нарушая общности, выберем в качестве оцениваемой переменной n+1 компоненту вектора X(ω):

$$X_{n+1}(\omega)=Y(\omega), \tag{21}$$

которую обозначим Y(ω). В этом случае модель (20) принимает вид

(22)

а Y(w) будем рассматривать как неявную нелинейную функцию случайных аргументов:

(23)

определяемую нелинейным уравнением (22). В этом случае проблема устойчивости объекта управления, описываемого моделью (20) или (21), сводится к исследованию статистических свойств случайной величины Y(ω) в зависимости от вида нелинейной функции (23) и от статистических свойств случайных величин .

Исследование статистических свойств нелинейных функций в зависимости от статистических свойств их случайных аргументов является чрезвычайно сложной проблемой в теории вероятностей. Это связано, в первую очередь, с тем, что нелинейный и неявный характер зависимостей (22), (23) приводит к нелинейным преобразованиям не только числовых характеристик случайной величины Y(ω), но, что особенно неприятно, и её закона распределения в зависимости от законов распределения случайных аргументов (22), (23).

В системах реального времени САУ КЦ диапазоны изменения случайных аргументов нелинейных функций, как правило, жестко ограничены сверху и снизу технологически допустимыми режимами. Это позволяет предположить, что зависимости (22), (23), будучи нелинейными во всем диапазоне изменения своих аргументов, оказываются почти линейными в некоторой окрестности рабочей точки. Проведя линеаризацию нелинейной функции (22), (23) в окрестности рабочей точки, удается приближенно оценить такие статистические свойства случайной величины Y(ω), как математическое ожидание и дисперсию в зависимости от математического ожидания и дисперсии аргументов

.

Учитывая, что нас интересует локальная устойчивость режима работы КЦ относительно заданного режима, в качестве точки линеаризации функции (23) принимаем точку заданного режима

$$X^* = \left(X_1^*, X_2^*, \ldots, X_n^*\right).$$

При эффективном планировании режимов работы КЦ точка X^* совпадает с математическим ожиданием n-мерной случайной величины

которое обозначим m_x:

Тогда, раскладывая функцию (23) в ряд Тейлора в окрестности точки m_X, сохраняя в разложении члены не выше второго порядка и переходя к центрированным величинам

получаем следующее выражение:

$$Y(\omega) = \varphi(m_X) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)_{m_X}\cdot \mathring{X}_i(\omega) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)_{m_X}\cdot(\mathring{X}_i(\omega))^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i\partial X_j}\right)_{m_X}\cdot \mathring{X}_i(\omega)\mathring{X}_j(\omega), \tag{24}$$

здесь .

Используя свойство математического ожидания для суммы математических величин, имеем:

$$m_Y = \varphi(m_X) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)_{m_X}\cdot\sigma^2_{X_i} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i\partial X_j}\right)_{m_X}\cdot K_{ij}, \tag{25}$$

где $\sigma^2_{X_i} = \underset{\varpi}{M}\left\{(\mathring{X}_i(\omega))^2\right\}$ – дисперсия случайной величины $X_i(\omega)$; K_{ij} – корреляционный момент случайных величин $X_i(\omega)$ и $X_j(\omega)$.

Выражения (24) и (25) позволяют вычислить дисперсию случайной величины Y(ω):

$$\sigma^2_Y = \underset{\omega}{M}\{Y(\omega)-m_Y\}^2 = \underset{\omega}{M}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)_{m_X}\cdot\mathring{X}_i(\omega) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)_{m_X}\cdot\left((\mathring{X}_i(\omega))^2-\sigma^2_{X_i}\right) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i\partial X_j}\right)_{m_X}\cdot\left(\mathring{X}_i(\omega)\mathring{X}_j(\omega)-K_{ij}\right)\right]^2. \tag{26}$$

Чтобы получить выражение для дисперсии в наиболее простом виде, предположим, что случайные величины не только некоррелированы между собой, но и независимы. В этом случае, возводя правую часть выражения (26) в квадрат, вынося суммы из-под знака математического ожидания и пренебрегая смешанными моментами, приближенно получаем:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)^2_{m_X}\cdot\sigma^2_{X_i} + \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)^2 \times$$

$$\times(m_4[X_i(\omega)] - \sigma^2_{X_i}) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i \partial X_j}\right)^2_{m_X}\sigma^2_{X_i}\cdot\sigma^2_{X_j} + \qquad (27)$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)_{m_X}\cdot\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)_{m_X}\cdot m_3[X_i(\omega)],$$

где $m_3[X_i(\omega)]$, $m_4[X_i(\omega)]$ − соответственно, третий и четвертый центральные моменты случайной величины $X_i(\omega)$.

Если случайные величины $X_i(\omega)$, $i = 1,2,...,n$ распределены по закону, близкому к нормальному, то учитывая, что для нормального закона $m_3[X_i(\omega)] = 0$, $m_4[X_i(\omega)] = 3\sigma^4_{X_i}$, выражение (27) принимает вид:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)_{m_X}\cdot\sigma^2_{X_i} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i^2}\right)_{m_X} +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial X_i \partial X_j}\right)^2 m_X\cdot\sigma^2_{X_i}\cdot\sigma^2_{X_j}. \qquad (28)$$

Последние два числа в (28) представляют собой «поправку на нелинейность» и могут служить для оценки точности метода стохастической линеаризации при вычислении дисперсии .

Зная границы $[Y^+, Y^{++}]$ технологически допустимого диапазона изменения переменной состояния $Y(\omega)$ и имея для нее оценки математического ожидания и дисперсии, можно приближенно для заданного уровня значимости a оценить вероятность, с которой случайная величина $Y(\omega)$ находится внутри этого диапазона:

$$P[Y^+ \le Y(\omega) \le Y^{++}] \ge 1-\alpha, \qquad (29)$$

Если для заданного фактического (планового) уровня возмущений (дисперсий оценок) m-параметров модели

$$\sigma^2_{X_1} = \sigma^2_{\beta_1},\quad \sigma^2_{X_2} = \sigma^2_{\beta_2},...,\sigma^2_{X_m} = \sigma^2_{\beta m} \qquad (30)$$

и переменных состояния модели

$$\sigma^2_{X_{m+1}} = \sigma^2_{X^1},\quad \sigma^2_{X_{m+2}} = \sigma^2_{X^2},...,\sigma^2_{X_n} = \sigma^2_{X^N}$$

условие (29) выполняется, то считается, что *l*–я модель, *l*=1,2,....,K технологического оборудования КЦ устойчива к фактическому (плановому) уровню возмущений и формируется признак ее устойчивости:

$$S^4_{lT}(\tilde{\omega}) = \begin{cases} 1, & \text{если условие (29) выполнено,} \\ 0, & \text{в противном случае, } l = 1,2,\dots K. \end{cases}$$

Интегральная оценка устойчивости режима работы КЦ имеет вид:

$$S^4_T(\tilde{\omega}) = \frac{100}{K}\cdot\sum_{l=1}^{K} S^4_{lT}(\tilde{\omega}).$$

Выражения (25), (27), (29) позволяют достаточно легко решить и обратную задачу−при каком допустимом уровне возмущений (дисперсии) независимых переменных ($X_1(\omega)$, $X_1(\omega)$, ..., $X_n(\omega)$) условие (29) будет еще выполняться, т.е. при каком предельном уровне возмущений модель (29) сохраняет устойчивость.

5. Управляемость

Управляемость относится к фундаментальным понятиям теории систем. Классические понятия этого рода, такие как управляемость по состояниям, функциональная управляемость, стабилизируемость, воспроизводимость являются частными случаями некоторого более общего понятия управляемости. Способность объекта управления функционировать определенным образом обычно оценивается по характеру его выходных переменных $Y(\omega)$, но в конечном счете она зависит лишь от состояния, в котором находится объект управления, и от поступающих на него входных возмущающих $X(t, \omega)$ и управляющих $U(t)$ воздействий.

Учитывая, что вектор входных переменных $X(t, w)$ наблюдаем (контролируем), а состояние объекта управления восстанавливаемо, условия, определяющие, обладает ли объект управления управляемостью, могут быть выражены в терминах существования соответствующих входных управляющих воздействий $U(t)$.

В САУ КЦ, состоящим из p ГПА, основными управляющими переменнными для i-го ГПА, i=1,2,...,p являются:

− степень окрытия крана подачи топливного газа в камеру сгорания ГПА − $U_i^1(t)$;

− угол поворота направляющих аппаратов осевого компрессора, обеспечивающего подачу воздуха в камеру сгорания ГПА − $U_i^2(t)$;

− степень открытия антипомпажного крана − $U_i^3(t)$.

С функциональной точки зрения переменные $U_i^1(t)$ и $U_i^2(t)$ связаны между собой жесткой алгоритмической зависимостью, а $U_i^3(t)$ практически не зависит от $U_i^1(t)$ и, следовательно, от $U_i^2(t)$. Кроме того, к управляемым переменным относятся и стратегии управления $S_1, S_2,...,S_j,...,S_S$ группами ГПА в КЦ (стратегии распределения нагрузок между отдельными ГПА в КЦ). Реализация любой из стратегий управления S_j, j=1,2,...,s, и приводит к дополнительной алгоритмической зависимости между переменными $U_1^1(t), U_2^1(t),...,U_p^1(t)$, где p– количество ГПА в КЦ.

Выработка и реализация управляющего воздействия $U_i^1(t)$ для i-го ГПА в САУ КЦ осуществляется системой регуляторов [3], включающих в себя:

– пусковой регулятор;

– основной регулятор;

– блок ограничивающих регуляторов;

– регуляторы, ограничивающие максимальный и минимальный расходы топливного газа ГПА.

Каждый из регуляторов реализует свой собственный достаточно сложный алгоритм регулирования, который, как правило, не может быть представлен в виде явной аналитической (функциональной) зависимости, связывающей его выходные переменные с входными. Таким образом, использование в САУ ГПА системы регуляторов и алгоритмического задания законов их функционирования существенно затрудняет и практически не позволяет в аналитическом виде получить **условия существования** входных управляющих воздействий , гарантирующих, с вероятностью не ниже заданной, выполнение условий управляемости КЦ во всех диапазонах изменений состояний объекта управления и входных возмущающих воздействий. Поэтому для оценки степени управляемости КЦ в реальном времени в составе САУ КЦ будем использовать приближенный метод.

В этом методе проблема оценки управляемости КЦ, т.е. проблема **существования соответствующих** входных управляющих воздействий U(t) сводится к оценке существования **достаточного ресурса по управлению,** гарантирующего**,** с вероятностью не ниже заданной, реализацию соответствующих входных управляющих воздействий U(t).

Пусть U_t^* – вектор управления КЦ, соответствующий в момент времени t рабочей точке КЦ:

$$U_t^* = \left[U_{1t}^{1*}, U_{2t}^{1*},...,U_{it}^{1*},...,U_{pt}^{1*},\right],$$

где U_{1t}^{1*} – степень открытия крана подачи топливного газа i-м ГПА в момент времени t, $t \in [1,T]$.

Ограничения на диапазон изменения степени открытия крана подачи топливного газа для каждого момента времени $t \in [1,T]$ являются случайными величинами $U^+(\omega)$ и $U^{++}(\omega)$. Для каждого конкретного времени t могут быть вычислены оценки этих величин $U^+(\tilde{\omega})$, $U^{++}(\tilde{\omega})$, причем в реальных условиях эксплуатации для всех моментов времени всегда выполняется условие:

$$\forall t \in [1,T]:[U^+(\tilde{\omega}) \le U_{it}^{1*} \le U^{++}(\tilde{\omega})]. \qquad (31)$$

Для вычисления оценки управляемости i-м ГПА в момент времени t введем вспомогательную функцию

$$\delta_{it}(\tilde{\omega}) = \begin{cases} U_{it}^{1*} - U^+(\tilde{\omega}), \text{если } U_{it}^{1*} \le \dfrac{U^+(\tilde{\omega}) + U^{++}(\tilde{\omega})}{2}, \\ U^{++}(\tilde{\omega}) - U_{it}^{1*}, \text{если } U_{it}^{1*} > \dfrac{U^+(\tilde{\omega}) + U^{++}(\tilde{\omega})}{2}, \end{cases}$$

определяющую минимальный запас по управлению i-м ГПА. Тогда оценка управляемости i-го ГПА в момент времени t имеет вид:

$$S_T^{5i}(\tilde{\omega}) = \frac{4\delta_{it}(\tilde{\omega})}{(U^+(\tilde{\omega}) + U^{++}(\tilde{\omega}))}. \qquad (32)$$

Выражение (32) позволяет получить интегральную оценку управляемости i-го ГПА на интервале времени [1,T], которая принимает вид:

$$S_T^{5i}(\tilde{\omega}) = \min_{t \in [1,T]} S_t^{5i}(\tilde{\omega}). \qquad (33)$$

В этом случае интегральная оценка управляемости КЦ, состоящего из p ГПА, имеет вид:

$$S_T^5(\tilde{\omega}) = \min_{i=1,2,...p} S_T^{5i}(\tilde{\omega}). \qquad (34)$$

Диапазон изменения численных значений введенных оценок (32)-(34), так же, как и для всех введенных ранее интегральных оценок, равен [0, 100].

Литература: 1. *А.Д. Тевяшев, В.Б. Коток, В.В. Колодяжный, П.В. Шулик* Методы интегрального оценивания системы показателей состояния газоперекачивающих агрегатов компрессорных станций в реальном масштабе времени // Радиоэлектроника и информатика. 2001. №1. С. 50-53. 2. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами. М: Мир, 1973. 957 с. 3. *Довідник* експлуатаційникові газонафтового комплексу // В.В. Розгонюк, Л.А. Хачикян, М. А. Григіль, О.С. Удалов, В.П. Нікішин. К.: Росток, 1998. 432с.

Поступила в редколлегию 13.02.2001

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Евдокимов А.Г.

Тевяшев Андрей Дмитриевич, академик УНГА, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой прикладной математики ХТУРЭ. Научные интересы: системный анализ. Хобби: теннис, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-36.

Коток Валерий Борисович, член.-кор. УНГА, зав. отделением ДК “Укртрансгаз” НИПИ АСУ трансгаз. Научные интересы: построение систем реального времени. Хобби: филателия. Адрес: Украина, 61136, Харьков, ул. Ком. Уборевича, 28/64, кв. 7, тел. 20-57-31, 20-57-87.

Колодяжный Валерий Васильевич, член.-кор. УНГА, директор ДК “Укртрансгаз” НИПИ АСУ трансгаз. Научные интересы: построение интегрированных систем управления объектами топливно-энергетического комплекса. Хобби: охота. Адрес: Украина, 61125, Харьков, ул. Конева, 16, тел. 23-31-85.

Шулик Павел Викторович, аспирант кафедры прикладной математики ХТУРЭ. Научные интересы: системный анализ и числовой измерительный контроль. Хобби: стендовый моделизм, фотография и программирование. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-36.