

Ю. Е. ГОРДИЕНКО, д-р физ.-мат. наук. Л. А. ОВЧАРЕНКО

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕМНЫХ СВЧ-РЕЗОНАТОРОВ, АПЕРТУРНО
НАГРУЖЕННЫХ СЛОИСТОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СРЕДОЙ**

Развитие СВЧ-методов и средств диагностики полупроводников, а также разработка высокоэффективных твердотельных приборов для генерации, усиления и преобразования СВЧ-колебаний требуют изучения влияния полупроводникового заполнения на электродинамические характеристики объемных СВЧ-резонаторов. Во всех практических приложениях этого направления существует потребность теоретического описания адекватных моделей взаимодействия полупроводниковой среды с электромагнитным полем резонаторов.

Для диагностических задач достаточно ограничиваться рассмотрением воздействия образца на поле и характеристики резонаторов. В целях разработки неразрушающих методов и средств диагностики полупроводников важно изучить воздействие через специально выбранное отверстие в одной из стенок резонатора. В работе [1] показано, что наиболее удобным типом измерительного преобразователя (ИП) является цилиндрический резонатор, работающий на азимутально однородном виде колебаний и имеющий круглое отверстие в одном из торцов (рис. 1, а). В литературе отсутствуют сведения о полностью корректном теоретическом исследовании таких систем с учетом широкого диапазона потерь ($\text{tg } \delta$) в образце и его многослойной структуры. Используемое в работе [1] одномодовое приближение справедливо только для ограниченного диапазона параметров образца.

Рассмотрим два варианта решения соответствующей задачи, основанные на методе Галеркина и различающиеся представлением поля в частичных регулярных областях, на которые условно разделяется исследуемая система. В первом варианте представление поля осуществляется с помощью функций Грина и собственных функций оператора задачи на отверстии связи, во втором — с помощью собственных функций для регулярных частичных областей. Правомерность представления и применяемой процедуры алгебраизации задачи для систем с потерями, а также предварительные результаты численных исследований рассматривались ранее [2].

Общим подходом в первом варианте решения для любых типов резонаторных ИП (включая и прямоугольные) является формирование

интегральных уравнений относительно неизвестных электрического или магнитного полей с помощью функций Грина для электродинамических операторов и использование представления о магнитных токах [3]:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \int_S \Gamma_{22}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{I}^M(\vec{r}') dS'; \quad \vec{E}(\vec{r}) = \int_S \Gamma_{12}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{I}^M(\vec{r}') dS'; \quad \vec{I}^M = [\vec{n} \times \vec{E}_S], \quad (1)$$

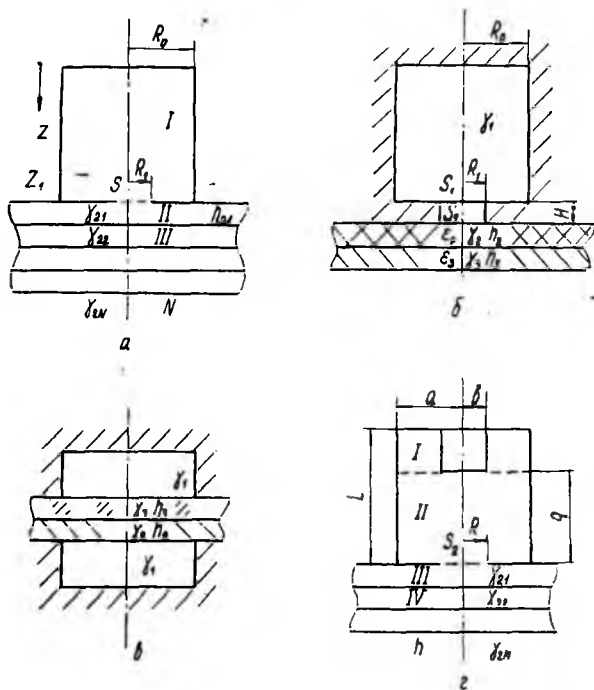


Рис. 1

где S — условно выделенное сечение, в котором принято существование магнитных токов; \vec{n} — нормаль к этому сечению; Γ_{22} , Γ_{12} — тензорные функции Грина для магнитных токов; \vec{E}_S — неизвестное электрическое поле в сечении.

Для азимутально однородных колебаний в аксиально симметричных системах тензоры Γ_{12} , Γ_{22} выражаются через один общий тензор G_t^M , имеющий вид [3]:

$$G_t^M = \begin{vmatrix} \vec{a}_1 \vec{a}_1 g_{11} & 0 & \vec{a}_1 \vec{a}_3 g_{13} \\ 0 & \vec{a}_2 \vec{a}_2 g_{22} & 0 \\ \vec{a}_3 \vec{a}_1 g_{31} & 0 & \vec{a}_3 \vec{a}_3 g_{33} \end{vmatrix}.$$

Здесь $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ — единичные орты координат, g_{ij} — представляются через собственные функции и значения оператора Гельмгольца двумерной (поперечное сечение) и одномерной неоднородной (продольная координата) задач с соответствующими граничными условиями.

Алгебраизация решаемой задачи будет производиться по методу Галеркина [4]. Нулевой вектор функционального пространства, в котором определен оператор задачи, построим из условия непрерывности решения. В частности, непрерывными являются тангенциальные составляющие магнитного поля на границах раздела частичных областей. Неизвестное в (1) электрическое поле \vec{E}_S будем представлять в виде разложения по собственным функциям оператора для соответствующей двумерной задачи в области открытой границы раздела частичных областей:

$$\vec{E}_S = \sum_{n=1}^N \vec{a}_n e_n. \quad (2)$$

Тогда для каждой такой границы S_l возможна запись соотношения

$$\int_{S_l} [\vec{H}_l|_{n=+0} - \vec{H}_l|_{n=-0}] \vec{e}_l dS = 0, \quad (3)$$

из которого при подстановке (1), (2) следует система сумматорных уравнений

$$\sum_n a_n \int_S \left[\int \vec{e}_n(\vec{r}') \Gamma_{22}^I(\vec{r}, \vec{r}')|_{n=+0} ds' - \int \vec{e}_n(\vec{r}') \Gamma_{22}^{II}(\vec{r}, \vec{r}')|_{n=-0} dS' \right] \times \\ \times \vec{e}_l(\vec{r}) dS = 0. \quad (4)$$

Дальнейшее рассмотрение требует конкретизации геометрии изучаемых систем. Исследуем вначале возмущение E_{021} вида колебаний в цилиндрическом резонаторе многослойной полупроводниковой структурой, размещенной на круглом измерительном отверстии в торце с бесконечно тонкой стенкой (рис. 1, а).

Прежде чем раскрыть подробно (4), установим важные для многослойного образца рекуррентные соотношения. С этой целью выпишем выражения тангенциальных составляющих магнитного поля на различных границах раздела частичных областей в виде:

$$H_{\Phi}^I|_{z=-0} = j2\omega\varepsilon_0 R_0^{-2} \sum_{n=1}^N \left[\Gamma_1^{-2}(\alpha_{0n}) \int_0^{R_1} E_r(r') I_1(\alpha_{0n} r'/R_0) r' dr' \right] \times \\ \times I_1(\alpha_{0n} r/R_0) \gamma_{0n}^{-1} \text{cth}(\gamma_{0n} z_1); H_{\Phi}^{II}|_{z=+0} = -j\omega\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_{21} \left[\int_0^{\infty} \int_0^{R_1} E_r'(r') I_1(\alpha r) I_1 \alpha r' \times \right. \\ \times \alpha \gamma_{21}^{-1} \text{cth}(\gamma_{21} h_{21}) r' dr' d\alpha - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E_r''(r') I_1(\alpha r') I_1(\alpha r) \alpha (\gamma_{21} \text{sh} \gamma_{21} h_{21})^{-1} \times \\ \left. \times r' dr' d\alpha \right]; H_{\Phi}^{II}|_{z=h_{21}-0} = j\omega\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_{21} \left[\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E_r''(r') I_1(\alpha r') I_1(\alpha r) \alpha \gamma_{21}^{-1} \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \operatorname{cth}(\gamma_{21} h_{21}) r' dr' d\kappa - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E_r^I(r') I_1(\kappa r') I_1(\kappa r) \kappa \gamma_{21} \operatorname{sh}(\gamma_{21} h_{21}) r' dr' d\kappa \Big]; \\ H_{\Phi}^{III} |_{z=h_{21}+0} &= j\omega \varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_{22} \left\{ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \kappa I_1(\kappa r') I_1(\kappa r) [E_r^{II}(r') \gamma_{22}^{-1} \operatorname{cth}(\gamma_{22} h_{22}) - \right. \\ & \left. - E_r^{III}(r') \gamma_{22}^{-1} \operatorname{sh}^{-1}(\gamma_{22} h_{22})] r' dr' d\kappa \right\}; H_{\Phi}^N |_{z=h_{21}+\dots+h_{2N}-0} = \\ &= -j\omega \varepsilon_0 \bar{\varepsilon}_{2N+1} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} E_r^{N+1}(r') I_1(\kappa r') I_1(\kappa r) \kappa (\gamma_{N+1})^{-1} r' dr' d\kappa, \quad (5) \end{aligned}$$

где $\gamma_{2i} = \sqrt{\kappa^2 - k^2 \bar{\varepsilon}_{2i}}$; $\gamma_{0n} = \sqrt{\kappa_{0n}^2 - k^2}$; κ_{0n} — корни функции Бесселя $I_0(\kappa_{0n} r/R_0)$. В последнем выражении учтено, что многослойный образец экранирован полубесконечной средой с параметрами $\bar{\varepsilon}_{N+1}$; γ_{N+1} . Из условия непрерывности H_{Φ} на границах раздела областей в образце, который предполагается неограниченным по r , нетрудно получить следующие рекуррентные соотношения:

$$E_r^i(r) = E_r^{i-1}(r) \frac{(\bar{\varepsilon}_i/\gamma_i) \operatorname{csch}(\gamma_i h_i)}{(\bar{\varepsilon}_i/\gamma_i) \operatorname{cth}(\gamma_i h_i) + (\bar{\varepsilon}_{i+1}/\gamma_{i+1}) R_{i+1}}, \quad (6)$$

где

$$R_{i+1} = \frac{(\bar{\varepsilon}_{i+1}/\gamma_{i+1}) + (\bar{\varepsilon}_{i+2}/\gamma_{i+2}) R_{i+2} \operatorname{cth}(\gamma_{i+1} h_{i+1})}{(\bar{\varepsilon}_{i+1}/\gamma_{i+1}) \operatorname{cth}(\gamma_{i+1} h_{i+1}) + R_{i+2} (\bar{\varepsilon}_{i+2}/\gamma_{i+2})}.$$

Для последней области $R_{N+1} = 1$. Из (4), (5), (6), представляя

$$E_r^I(r) = \sum_{k=1}^K a_k \frac{\sqrt{2} I_1(\kappa_{0k} r/R_1)}{R_1 I_1(\kappa_{0k})} \quad (7)$$

для двухслойной структуры nn^+ типа, например, получаем систему сумматорных уравнений

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left\{ R_0^2 \int_0^{\infty} \kappa^3 \frac{\bar{\varepsilon}_2 (1 + \bar{\varepsilon}_2 \bar{\varepsilon}_3^{-1} \gamma_2^{-1} \gamma_3 \operatorname{th}(\gamma_2 h_2)) I_0^2(\kappa R_1) d\kappa}{[(\kappa_{0k} R_1^{-1})^2 - \kappa^2] [(\kappa_{0j}/R_1)^2 - \kappa^2] \gamma_2 (\operatorname{th}(\gamma_2 h_2) + \varepsilon_2 \gamma_3 / (\bar{\varepsilon}_3 \gamma_2))} - \right. \\ & \left. - 2 \sum_{n=2}^{\infty} (\kappa_{0n}/R_0)^2 \frac{I_0^2(\kappa_{0n} R_1/R_0) \gamma_{0n}^{-1} \operatorname{cth}(\gamma_{0n} Z_1)}{I_1^2(\kappa_{0n}) [(\kappa_{0k}/R_1)^2 - (\kappa_{0n}/R_0)^2] [(\kappa_{0j}/R_1)^2 - (\kappa_{0n}/R_0)^2]} \right\} = 0. \quad (8) \end{aligned}$$

Выведем аналогичную (8) систему сумматорных уравнений для определения возмущения цилиндрического резонатора с H_{011} видом колебаний (геометрия и обозначения те же, что и на рис. 1, а). В этом случае выражения для тангенциальной составляющей магнитного поля и рекуррентные соотношения принимают вид

$$H_r^I |_{z=+0} = jr / (R_0^2 \omega \mu_3) \sum_{n=1}^N I^{-2}(\kappa_{1n}) \gamma_{1n} \int_0^{R_1} E_{\Phi}^I(r') I_1(\kappa_{1n} r/R_0) r' dr' \operatorname{cth}(\gamma_{1n} Z_1);$$

$$H_r^{\text{II}}|_{z=0} = -j(\omega\mu_0)^{-1} \left[\int_0^{\infty} \kappa I_1(\kappa r) \gamma_{21} \text{cth}(\gamma_{21} h_{21}) \int_0^{R_1} E_{\varphi}^I(r') \times \right. \\ \left. \times I_1(\kappa r') r' dr' d\kappa - \int_0^{\infty} \gamma_{21} \kappa I_1(\kappa r) \left[\text{sh}(\gamma_{21} h_{21})^{-1} \int_0^{R_1} E_{\varphi}^{\text{II}}(r') I_1(\kappa r') r' dr' d\kappa; \right. \right. \\ \left. \left. E_{\varphi}^I(r) = E_{\varphi}^{i-1}(r) \frac{\gamma_i \text{csch}(\gamma_i h_i)}{\gamma_i \text{cth}(\gamma_i h_i) + R_{i+1}} \right] (9); R_{i+1} \Rightarrow \frac{\gamma_i + R_{i+1} \gamma_i \text{cth}(\gamma_i h_i)}{R_{i+1} + \gamma_i \text{cth}(\gamma_i h_i)}. \quad (10)$$

Представляя $E_{\varphi}^I(r) = \sum_{k=1}^K a_k [I_1(\kappa_{1k} r/R_1)/\kappa I_0(\kappa_{1k})]$ (11), получаем для структуры nn^+ типа систему сумматорных уравнения, аналогичную (8):

$$\sum_{k=1}^K a_k \left\{ \int_0^{\infty} \frac{I_1(\kappa R_1) (1 + \gamma_2 \gamma_3^{-1} \text{th}(\gamma_2 h_2)) \gamma_2 \kappa dx}{[(\kappa_{1k}/R_1)^2 - \kappa^2] [(\kappa_{1j}/R_1)^2 - \kappa^2] (\text{th}(\gamma_2 h_2) + \gamma_2/\gamma_3)} - \right. \\ \left. - 2 \sum_{n=1}^N \frac{I_1(\kappa_{1n} R_1/R_0) \gamma_{1n} \text{cth}(\gamma_{1n} Z_1)}{R_0^2 I_0^2(\kappa_{1n}) [(\kappa_{1k}/R_1)^2 - (\kappa_{1n}/R_0)^2] [(\kappa_{1j}/R_1)^2 - (\kappa_{1n}/R_0)^2]} \right\} = 0. \quad (12)$$

При учете толщины стенки в области измерительного отверстия (рис. 1, б) получаем по такой же схеме следующие сумматорные уравнения относительно неизвестных коэффициентов разложения электрического поля на различных торцах отверстия. Для цилиндрического резонатора с возмущаемым E_{021} видом колебаний:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[\sum_{n=2}^{\infty} \kappa_{0n}^2 \frac{2I_0^2(\kappa_{0n} R_1/R_0) \gamma_{0n}^{-1} \text{cth}(\gamma_{0n} Z_1)}{R_0^2 I_1^2(\kappa_{0n}) [(\kappa_{0k}/R_1)^2 - (\kappa_{0n}/R_0)^2] [(\kappa_{0j}/R_1)^2 - (\kappa_{0n}/R_0)^2]} - \right. \\ \left. - \delta_{kj} \gamma_{0k}^{-1} \text{cth}(\gamma_{0k} H) \right] + \sum_{l=1}^L a_l \delta_{jl} \frac{\text{cth}^2(\gamma_{0l} H) \text{sh}(\gamma_{0l} H)}{\gamma_{0l}} = 0; \quad (13)$$

$$\sum_{l=1}^{\infty} a_l \left[\int_0^{\infty} \kappa^3 \frac{R_1^4 I_0^2(\kappa R_1) (\bar{\epsilon}_2/\gamma_2) (1 + (\bar{\epsilon}_2/\gamma_3)/(\bar{\epsilon}_3 \gamma_3) \text{th}(\gamma_2 h_2)) dx}{[\kappa_{0k}^2 - (\kappa R_1)^2] [\kappa_{0j}^2 - (\kappa R_1)^2] (\text{th}(\gamma_2 h_2) + \bar{\epsilon}_3 \gamma_3 / \bar{\epsilon}_2 \gamma_2)} + \right. \\ \left. + \delta_{lj} \frac{\text{csch}(\gamma_{0l} H)}{\gamma_{0l}} \right] - \sum_{k=1}^{\infty} a_k \delta_{jk} \gamma_{0k}^{-1} \text{cth}(\gamma_{0k} H) = 0.$$

Для цилиндрического резонатора с возмущаемым H_{011} видом колебаний

$$\sum_{k=1}^K a_k \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{2I_1^2(\kappa_{1n} R_1/R_0) \gamma_{1n} \text{cth}(\gamma_{1n} Z)}{R_0 I_0^2(\kappa_{1n}) [(\kappa_{1k}/R_1)^2 - (\kappa_{1n}/R_0)^2] [\kappa_{1j}/R_1)^2 - (\kappa_{1n}/R_0)^2]} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \delta_{kj} \gamma_{1k} \operatorname{cth}(\gamma_{1k} H) \Big\} + \sum_{l=1}^L a_l \delta_{jl} \gamma_{1l} \operatorname{cth}(\gamma_{1l} H) \operatorname{sh}(\gamma_{1l} H) = 0; \quad (14) \\
& \sum_{l=1}^L a_l \left\{ \int_0^{\infty} x \frac{R_1^2 I_1^2(x R_1) (1 + \gamma_2 \gamma_3^{-1} \operatorname{th}(\gamma_2 h_2)) \gamma_2 dx}{[x_{1k}^2 - (x R_1)^2] [x_{1j}^2 - (x R_1)^2] [\operatorname{th}(\gamma_2 h_2) + \gamma_2 / \gamma_3]} + \right. \\
& \left. + \delta_{lj} \gamma_{1l} \operatorname{csch}(\gamma_{1l} H) \right\} - \sum_{k=1}^K a_k \delta_{jk} \operatorname{cth}(\gamma_{1k} H) = 0,
\end{aligned}$$

где H — толщина стенки в области измерительного отверстия.

Из условия нетривиальности решения системы (11)—(14) формируются уравнения, устанавливающие взаимосвязь комплексной резонансной частоты резонатора с параметрами исследуемого образца. Такие уравнения в СВЧ-диагностике материалов принято называть характеристическими уравнениями резонаторного ИП.

В ряде случаев возникает задача определения влияния излучения в зазор, заполненный исследуемым материалом, при включении образца между двумя соосными частями цилиндрического резонатора с H_{012} видом колебаний (рис. 1, в). Даже без учета потерь в материале ее приближенное решение имеет громоздкий вид [5]. В случае использования вариационного алгоритма, основанного на понятии оператора импеданса в граничных условиях [6], задача решается в более общем виде. Однако сложность конечных формулировок решения при этом возрастает. Рассмотренный подход в этом случае дает более компактное решение без существенных ограничений на параметры образца и резонатора

$$\begin{aligned}
& \delta_{kjh} \gamma_{1l} \operatorname{cth}(\gamma_{1l} Z_1) + \sum_{k=1}^K a_k \frac{2x_{1k} x_{1j}}{R_0^2} \int_0^{\infty} \frac{x \gamma_2 I_1^2(x R_0) \operatorname{cth}(\gamma_2 h) dx}{[(x_{1k}/R_0)^2 - x^2] [(x_{1j}/R_0)^2 - x^2]} - \\
& - \sum_{n=1}^N a_n \frac{2x_{1n} x_{1j}}{R_0^2} \int_0^{\infty} \frac{x \gamma_2 I_1^2(x R_0) \operatorname{csch}(\gamma_2 h) dx}{[(x_{1n}/R_0)^2 - x^2] [(x_{1j}/R_0)^2 - x^2]} = 0; \quad (15) \\
& \delta_{n\eta m} \gamma_{1m} \operatorname{cth}(\gamma_{1m} H) + \sum_{n=1}^N a_n \frac{2x_{1n} x_{1\eta}}{R_0^2} \int_0^{\infty} \frac{x \gamma_2 I_1^2(x R_0) \operatorname{cth}(\gamma_2 h) dx}{[(x_{1n}/R_0)^2 - x^2] [(x_{1\eta}/R_0)^2 - x^2]} - \\
& - \sum_{k=1}^K a_k \frac{2x_{1k} x_{1\eta}}{R_0^2} \int_0^{\infty} \frac{x \gamma_2 I_1^2(x R_0) \operatorname{csch}(\gamma_2 h) dx}{[(x_{1k}/R_0)^2 - x^2] [(x_{1\eta}/R_0)^2 - x^2]} = 0.
\end{aligned}$$

Для повышения чувствительности СВЧ-метода диагностики тонкопленочных систем на экранирующих (проводящих, сильно легированных полупроводниковых) подложках признано эффективным использовать резонаторные ИП с сосредоточенной емкостью в области взаимодействия с образцом. По сути, в этом случае реализуется СВЧ-ем-

костной метод с его специфичными ограничениями и недостатками [7]. Однако повышение чувствительности в результате концентрации электрического поля в образце при одновременном уменьшении потерь в подложке весьма перспективно. Поэтому изучение более сложных резонансных СВЧ-систем, обеспечивающих реализацию такого подхода при сохранении преимуществ радиоволнового СВЧ-метода, заслуживает внимания. В частности, необходимо решить задачу оптимизации резонаторного ИП квазиторoidalного типа (рис. 1, з), возбуждаемого на E_{02} виде колебаний. Основными критериями оптимизации должны быть чувствительность и локальность диагностики. Последний параметр определяется диаметром измерительного отверстия в торце, которое должно выполняться по линии нулевого СВЧ-тока в стенке для существенного повышения точности и снижения требований к качеству обработки поверхности образца [2].

Исходное уравнение для задачи оптимизации получаем описанным методом в следующем виде:

$$\sum_{k=1}^{\kappa} a_k \frac{2}{b^3} \sum_{m=2}^M \frac{a \chi_{0m}^2 I_0(\chi_{0m} R_1 / b) [I_1(\chi_{0k} a) N_0(\chi_{0k} b) - I_0(\chi_{0k} b) N_1(\chi_{0k} a)]}{b I_1^2(\chi_{0m}) [(\chi_{0m} / b)^2 - \chi_{0k}^2] [(\chi_{0j} / R_1)^2 - (\chi_{0m} / b)^2]} \times$$

$$\times \frac{\text{csch}(\gamma_{0m}^{\text{II}} g)}{(\Delta_{0k}^E)^{1/2} \gamma_{0m}^{\text{II}}} + \sum_{l=1}^L a_{lj} \left\{ \int_0^{\infty} \chi^3 \frac{\epsilon_2 [1 + (\gamma_3 \tilde{\epsilon}_2 / \gamma_2 \tilde{\epsilon}_3) \text{th}(\gamma_2 h_2)] I^2(\chi R_1) d\chi}{[\text{th}(\gamma_2 h_2) + (\gamma_3 \tilde{\epsilon}_2 / \gamma_2 \tilde{\epsilon}_3)] \gamma_2 [(\chi_{0j} / R_1)^2 - \chi^2]} \times \right.$$

$$\times [(\chi_{0l} / R_1)^2 - \chi^2]^{-1} - 4b^{-2} \times$$

$$\left. \times \sum_{m=2}^M \frac{(\chi_{0m} / b)^2 I_0^2(\chi_{0m} R_1 / b) \text{cth}(\gamma_{0m}^{\text{II}} g) (\gamma_{0m}^{\text{II}})^{-1}}{I_1^2(\chi_{0m}) [(\chi_{0l} / R_1)^2 - (\chi_{0m} / b)^2] [(\chi_{0l} / R_1)^2 - \chi_{0m} / b^2]} \right\} = 0,$$

где χ_{0m} — корни уравнения;

$$I_0(\chi_{0m} a) N_0(\chi_{0m} b) - N_0(\chi_{0m} a) I_0(\chi_{0m} b) = 0;$$

$$\gamma_m^{\text{I}} = \sqrt{\chi_{0m}^2 - k^2}; \quad \gamma_{0m}^{\text{II}} = \chi_{0m}.$$

Для его решения можно использовать в качестве первого приближения соответствующий корень уравнения резонатора без образца:

$$\sum_{k=1}^{\kappa} a_k \left\{ [I_1(\chi_{0k} a) N_0(\chi_{0k} b) - I_0(\chi_{0k} b) N_1(\chi_{0k} a)] \times \right.$$

$$\times [I_1(\chi_{0j} a) N_0(\chi_{0j} b) - I_0(\chi_{0j} b) N_1(\chi_{0j} a)] \times$$

$$\times \sum_{n=1}^N \frac{2a^2 \chi_{0n}^2 I_0^2(\chi_{0n} a / b) \text{cth}(\gamma_n^{\text{II}} g)}{I_1^2(\chi_{0n}) b^2 [(\chi_{0n} / b)^2 - \chi_{0k}^2] [(\chi_{0n} / b)^2 - \chi_{0j}^2] \gamma_n^{\text{II}}} -$$

$$\left. - \delta_{kj} \frac{(\Delta_{0j}^E)^2 \text{cth} \gamma_j^{\text{I}} (l - g)}{\Delta_{0j} \gamma_j^{\text{I}}} \right\} = 0. \quad (17)$$

Здесь Δ — нормы собственных функций соответствующих областей.

Во втором варианте решения этих задач представление поля в частных областях описывается не через общий вектор неизвестных коэффициентов разложения в функциональном пространстве $\vec{[a_k]}$, как в первом случае, а через отдельные неизвестные векторы для каждой области. Поэтому на каждой границе необходимо выписывать интегральные уравнения отдельно для Е и Н-полей. Базис функций, используемых при алгебраизации задачи по методу Галеркина, будет для них различным. Например, при решении задачи с геометрией (рис. 1, б, г) систему сумматорных уравнений получаем из следующих условий:

$$\int_S (E_{\tau}^I - E_{\tau}^{II}) \varphi_k^I dS = 0; \quad \int_S (H_{\tau}^I - H_{\tau}^{II}) \varphi_n^{II} dS = 0,$$

где

$$E_{\tau}^I = \sum_k a_k \varphi_k^I z_{Ik}; \quad E_{\tau}^{II} = \sum_n a_n \varphi_n^{II} z_{In}; \quad H_{\tau}^I = \sum_k a_k \varphi_k^I z_{nk}^1; \\ H_{\tau}^{II} = \sum_n a_n \varphi_n^{II} z_{nn}^{II};$$

φ_i, z_{ij} — функции поперечных и продольных координат. Для ИП с E_{021} видом колебаний представим окончательный результат

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[\int_0^{\infty} x^n \frac{I_0^2(xR_1) \bar{\epsilon}_2 \gamma_2^{-1} (1 + (\bar{\epsilon}_2 \gamma_3 / \gamma_2 \bar{\epsilon}_3) \text{th}(\gamma_2 h_2)) dx}{[(x_{0k}/R_1)^2 - x^2] [(x_{0j}/R_1)^2 - x^2] [(\bar{\epsilon}_2 \gamma_3 / \gamma_2 \bar{\epsilon}_3) + \text{th}(\gamma_2 h_2)]} - \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x_{0n} I_0^2(x_{0n} R_1 / R_0) \gamma_{0n}^{-1} \text{cth}(\gamma_{0n} Z)}{R_0^4 I_1^2(x_{0n}) [(x_{0k}/R_1)^2 - (x_{0n}/R_0)^2] [(x_{0j}/R_1)^2 - (x_{0n}/R_0)^2]} \right] = 0. \quad (18)$$

Из сравнения (13), (18) следует, что уравнения (13) более пригодны для вычислений в связи с концентрацией величин, зависящих от параметров образца в одной части системы. Кроме того, можно предположить, что сходимость к среднему результатов численных исследований в случае (18) будет ухудшаться с уменьшением H для заданного ограничения по k . Рассмотренный подход неприменим для решения задач с геометрией (рис. 1, а). В этом случае, по-видимому, возможно использование метода Хана с переразложением поля на стыке частичных областей для удовлетворения граничным условиям в различных частях. При этом следует ожидать существенно большей громоздкости результирующей системы уравнений по сравнению с (12). Таким образом, уже на этапе анализа выражений для решения рассматриваемых задач можно заключить о предпочтительности первого подхода.

В таблице приведены результаты исследования сходимости решения задачи для геометрии (рис. 1, а) на частоте 37500 МГц. Задача решалась по алгоритму (4), (13) для полупроводниковых пластин со следующими параметрами: $h_2 = 1 \cdot 10^{-4}$ м; $\text{tg} \delta_2 = 0,1$; $\epsilon_2 = 12$. Очевидно, что зависимость отклонения от среднего сильнее для разложения по функциям Грина. В приемлемом варианте $N = 50$, $K = 20$ время вы-

числения одной точки на ЭВМ ЕС-1050 составляет 4 мин. При увеличении N , K число итераций в реализации подпрограммы *SNES* (нахождение комплексного корня) быстро уменьшается.

Для анализа количественных результатов применения разработанных алгоритмов ограничимся сравнением с одномодовым приближением характеристик преобразования E_{021} ИП. На рис. 2, а

Размер суммы N	Размер матрицы K	Добротность $Q \times 10^{-3}$	Резонансная длина резонатора L , мм
10	10	Корни не определяются	
30	3	11,022	9,379685
30	5	15,348	9,379325
30	10	14,706	9,379785
50	10	14,934	9,379863
50	15	14,897	9,380022
50	20	14,859	9,380154
60	20	14,858	9,380138

представлена зависимость изменения добротности ИП на частоте 37500 МГц от параметров образцов со структурой nn^+ типа. На рис. 2, б представлена зависимость изменения добротности и резонансной длины ИП от параметров полупроводниковой экранированной пластины. Характеристики, полученные с помощью метода на основе функций

Грина, показаны сплошными линиями, а пунктирными линиями нанесены результаты одномодового приближения.

Из этих характеристик следует, что имеет место систематическая погрешность применения одномодового приближения, которая возрастает с увеличением фазовой толщины образца. Для слабо экранирующих образцов ее значение превышает 20 % при $\beta_2 h_2 > 0,5$. Знак и

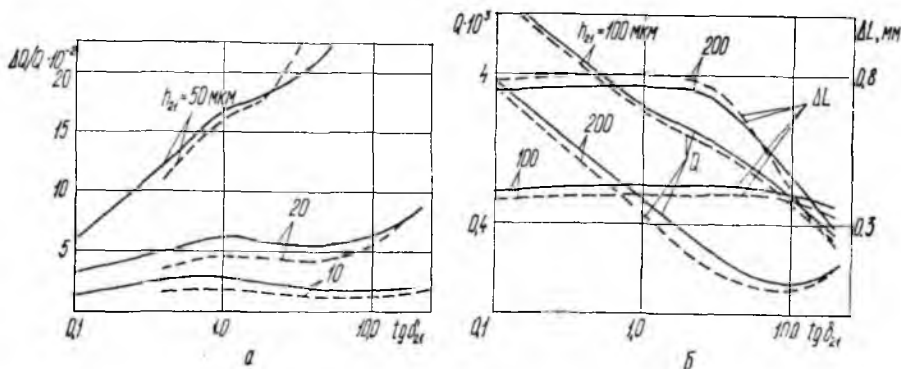


Рис. 2

значение погрешности при этом связаны физически с учетом в одномодовом приближении специфики излучения из резонатора в образец через отверстие. Для слабо и заметно экранирующих образцов эта специфика различна, что проявляется в изменении знака погрешности.

В заключение отметим, что применение в диагностике полупроводников СВЧ-резонаторных ИП строится таким образом, что возму-

шение поля образцом не приводит к возбуждению других видов колебаний. Поэтому однододовое приближение оказывается всегда полезно для осуществления уменьшения количества итераций при численном отыскании корней уравнения типа (12).

Список литературы: 1. *Гордиенко Ю. Е.* Определение характеристик объемных резонаторов со слоистым заполнением // *Радиотехника* // 1982.— Вып. 60.— С. 17—23. 2. *Гордиенко Ю. Е., Черкашин Е. Ю., Боровская Т. И.* Методы численного исследования СВЧ измерительных преобразователей для неразрушающего контроля материалов // I Всесоюз. межвуз. науч.-техн. конф. «Оптические и радиоволновые методы и средства неразрушающего контроля»: Тез. докл.— Фергана.— 1981.— С. 46—50. 3. *Панченко В. А.* Тензорные функции Грина уравнений Максвелла для цилиндрических областей // *Радиотехника* // 1970.— Вып. 15.— С. 82—91. 4. *Никольский В. В.* Проекционный метод для задач дифракции на основе импедансной трактовки с выделенным полем // *Электродинамика, антенны и техника СВЧ* // Тр. Моск. ин-та радиотехники, электрон. и автоматики.— 1974.— Вып. 70.— С. 112—120. 5. *Токачлы В. И., Зальцман Е. Б.* Собственные частоты цилиндрического резонатора со щелью // *Радиотехника и электрон.*— 1966.— 21, № 2.— С. 386—388. 6. *Никольский В. В.* Общая импедансная трактовка в электродинамике // Тр. Моск. ин-та радиотехники, электрон. и автоматики.— 1972.— Вып. 56.— С. 33—34. 7. *Концевой Ю. А., Кудин В. Д.* Методы контроля технологии производства полупроводниковых приборов.— М. : Энергия, 1973.— 142 с.

Поступила в редколлегию 06.01.87